



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES  
DEPARTAMENTO DE COMPUTACIÓN

Tesis presentada para optar al título de  
Licenciado en Ciencias de la Computación

Sebastián Taboh

Directoras: Isabel Méndez-Díaz y Paula Zabala

Buenos Aires, 2019



## RESUMEN

En esta tesis realizamos una introducción a la temática de redes eléctricas inteligentes y luego examinamos el modelo propuesto en el artículo *Residential power scheduling for demand response in smart grid* [18]. Damos una formulación matemática para el problema, explicamos la metodología de resolución y analizamos los resultados computacionales obtenidos para instancias que generamos en función de distintas necesidades y prioridades sobre el uso de los dispositivos eléctricos. En vista de distintas observaciones, posteriormente realizamos varias ampliaciones y modificaciones, agregando la posibilidad de interrumpir el funcionamiento de algunos artefactos y también restricciones sobre los niveles de consumo energético. Demostramos que uno de los agregados transforma al problema en uno de la clase de complejidad NP-difícil. Así, además de desarrollar algoritmos exactos, diseñamos un variado conjunto de heurísticas. Para todos estos algoritmos presentamos sus fundamentos y los resultados obtenidos, y realizamos comparaciones con el modelo original. Completamos este estudio con un análisis comparativo para diferentes situaciones y finalizamos la tesis con conclusiones e ideas para continuar el desarrollo en esta temática.

**Palabras claves:** redes eléctricas inteligentes, respuesta de demanda, precio anunciado, programación del consumo residencial, optimización combinatoria, algoritmos exactos, heurísticas, programación matemática.



## ABSTRACT

In this thesis we introduce the topic of smart grids and then we examine the model proposed in the paper *Residential power scheduling for demand response in smart grid* [18]. We also formulate a mathematical model for it, we explain the methodology used and we analyze the computational results obtained for instances we generated taking into account different needs and priorities regarding the use of electric appliances. Due to different observations, we later extend and modify the model, adding the possibility to interrupt the operation of some appliances and also restrictions on the levels of energy consumption. We demonstrate that this last incorporation transforms the problem into one of the complexity class NP-hard. Then, besides from developing exact algorithms, we design a diverse set of heuristics. For all these algorithms we present their foundations and the results obtained, and we make comparisons with the original model. We complete this study with a comparative analysis for different situations and we finalize this thesis with conclusions and ideas to continue the development on this topic.

**Keywords:** smart grids, demand response, day-ahead price, residential power scheduling, combinatorial optimization, exact algorithms, heuristics, mathematical programming.



## AGRADECIMIENTOS

A todas las personas que me acompañaron positivamente en este viaje. Menciono cosas particulares que les agradezco aunque obviamente hay muchísimo más.

A Pau e Isa, las directoras de mi tesis, por toda su guía y ayuda.

A Gonzalo Lera-Romero, Alejandro Strejilevich de Loma y Agustín Gutiérrez por asistirme en este trabajo.

A Federico Pousa y Javier Marengo por tomarse el tiempo para ser los jurados de esta tesis.

A mis alumnos, por darle sentido con sus sonrisas y calidez a mis cuatrimestres como ayudante.

A algunos alumnos que se convirtieron en mis amigos y prolongaron horas mis estancias en la facultad de forma muy disfrutable.

A Anto por nuestro vínculo **tan** cariñoso.

A Lu por años y años de barquitos y sonrisas.

A Maca por su compañía invaluable.

A Juancho porque esos pasillos habrían sido totalmente distintos sin su amistad.

A mi familia amorosa, mi pilar fundamental, mi existencia y eternidad.





## Índice general

1..	Introducción . . . . .	1
2..	Preliminares . . . . .	7
2.1.	Modelo de base . . . . .	7
2.2.	Formulación del problema de optimización . . . . .	8
2.3.	Metodología . . . . .	12
2.4.	Generación de instancias . . . . .	14
2.5.	Resultados computacionales . . . . .	18
2.6.	Críticas al modelo . . . . .	20
3..	Interrupciones . . . . .	21
3.1.	Modelo ampliado con interrupciones . . . . .	21
3.2.	Formulación del problema de optimización . . . . .	21
3.3.	Metodología . . . . .	22
3.4.	Resultados computacionales . . . . .	28
4..	Cota de consumo para cada intervalo . . . . .	33
4.1.	Demostración de pertenencia a NP-difícil . . . . .	33
4.2.	Algoritmos exactos . . . . .	34
4.2.1.	Exacto: <i>Backtracking-QP</i> . . . . .	34
4.2.1.1.	Implementación . . . . .	38
4.2.2.	Exacto MIP . . . . .	38
4.3.	Heurísticas . . . . .	39
4.3.1.	Familia $\mathcal{A}_1\mathcal{A}_2$ . . . . .	39
4.3.2.	Familia $\mathcal{A}_2\mathcal{A}_1$ . . . . .	41
4.3.3.	Familia Reacomodadoras . . . . .	42
4.3.3.1.	Implementación . . . . .	43
4.3.4.	Familia MIQP . . . . .	46
4.3.5.	Familia Aleatorio QP . . . . .	47
4.4.	Resultados computacionales . . . . .	47
4.4.1.	Algoritmos exactos . . . . .	48
4.4.2.	Heurísticas . . . . .	49
4.4.2.1.	Cantidad de instancias resueltas . . . . .	49
4.4.2.2.	Valor de la función objetivo . . . . .	50
4.4.2.3.	Tiempo de ejecución . . . . .	51
4.4.2.4.	Factura eléctrica . . . . .	52
4.4.2.5.	Disconformidad . . . . .	53
4.4.2.6.	Demanda pico . . . . .	54
4.4.2.7.	Consumo energético . . . . .	55
4.4.2.8.	Razón demanda pico a promedio . . . . .	55
4.4.2.9.	Análisis situacional integrador . . . . .	56
4.4.2.10.	Evaluación de distintos $c$ en la heurística MIQP . . . . .	57

5.. Conclusiones . . . . .	59
Apéndice . . . . .	63
A.. Resultados cotas . . . . .	65
A.1. Resultados exacto . . . . .	65
A.2. Resultados heurísticas . . . . .	67
A.2.1. Cantidad de instancias resueltas . . . . .	67
A.2.2. Valor de la función objetivo . . . . .	68
A.2.3. Tiempo de ejecución . . . . .	70
A.2.4. Factura eléctrica . . . . .	71
A.2.5. Disconformidad . . . . .	72
A.2.6. Demanda pico . . . . .	75
A.2.7. Consumo energético . . . . .	76
A.2.8. Razón demanda pico a promedio . . . . .	77
A.2.9. Cantidad de instancias resueltas para distintos $c$ . . . . .	78
A.2.10. Valor f.o. para distintos $c$ . . . . .	79
Bibliografía . . . . .	81

## 1. INTRODUCCIÓN

En Argentina, como en el resto del mundo, el consumo energético se encuentra en permanente crecimiento. Esta demanda no es sólo impulsada por el aumento de población, sino también por el desarrollo de nuevas tecnologías y formas de vida, cada vez más dependientes del suministro eléctrico (autos eléctricos, comunicaciones, instalación de más equipos de aire acondicionado, etc.). Según ADEERA (Asociación de Distribuidores de Energía Eléctrica de la República Argentina, <http://www.adeera.com.ar/informes-tecnicos.asp>) el consumo residencial representa más del 40 % del consumo energético total del país y creció casi el 20 % en los últimos 5 años. El escenario a nivel mundial es similar.

Por otro lado, los cortes de luz son cada vez más frecuentes en Argentina, dejando a muchas personas sin servicio eléctrico durante días hasta que las compañías eléctricas solucionan los problemas (<https://www.perfil.com/noticias/politica/segun-estudio-cepis-cortes-luz-subieron-59-por-ciento-en-2019-respecto-201.phtml>). El hecho de no poder disponer del servicio eléctrico resulta especialmente dramático para personas de edades más avanzadas.

Estos aumentos, conjugados con un contexto de déficit energético y un deterioro progresivo del medio ambiente, hacen prioritario el desarrollo de nuevos paradigmas en el sistema energético. Estos paradigmas alientan la utilización de fuentes de energía renovables, lo que reduce la emisión de carbono, factor principal del cambio climático, e impulsan el uso eficiente de la energía, surgiendo en la última década el concepto de redes inteligentes.

Según la *European Technology Platform* ([www.smartgrids.eu/ETPSmartGrids](http://www.smartgrids.eu/ETPSmartGrids)), una red inteligente es una red eléctrica que puede integrar de forma astuta las acciones de todos los actores conectados a ella, ya sean generadores, consumidores o *prosumidores* (son tanto consumidores como generadores), con el fin de suministrar electricidad de forma sostenible, económica y segura.

Estas redes son bidireccionales, permitiendo la adaptación a las necesidades cambiantes de consumo y generación, e integran de forma segura las energías renovables para la generación distribuida y opciones de almacenamiento. Los entes consumidores pueden convertirse en pequeños productores de electricidad (prosumidores). Esta energía que producen puede ser utilizada para consumo propio, vendida a otros consumidores formando una micro-red, o vendida a la compañía eléctrica. Las redes también les permiten reducir el consumo de electricidad durante períodos de mayor demanda a través de los mecanismos automatizados que incorporan.

Para abastecerse de electricidad, un ente consumidor puede comprar energía a diferentes proveedores (compañías eléctricas u hogares generadores formando una micro-red) a diferentes horas del día dependiendo de las tarifas; generar su propia energía, por ejemplo mediante paneles solares o pequeños molinos eólicos; o consumir energía que tenga ya almacenada.

Se puede considerar sin límite el suministro de energía de las compañías eléctricas a precios predeterminados según la franja horaria, mientras que la disponibilidad y el precio de la energía proveniente de la micro-red dependen de la oferta y demanda. Por otro lado, el almacenamiento proporciona una fuente variable en el tiempo y su costo energético es la suma del costo de carga y la pérdida energética. El precio de la energía renovable (solar o eólica

por ejemplo) puede considerarse nulo (ignorando el costo de capital), y su comportamiento de generación debe estimarse utilizando modelos predictivos [7, 19, 21].

En la figura 1.1 se representa un esquema básico de la red eléctrica. Las líneas negras continuas corresponden a energía proveniente de la compañía eléctrica, mientras que las punteadas a comercio energético dentro de la micro-red. Las líneas de color refieren a autoabastecimiento, ya sea mediante generación renovable de forma directa o utilizando la energía almacenada. Según la tecnología implementada, también podría darse el caso que un prosumidor pueda venderle energía a la compañía eléctrica.

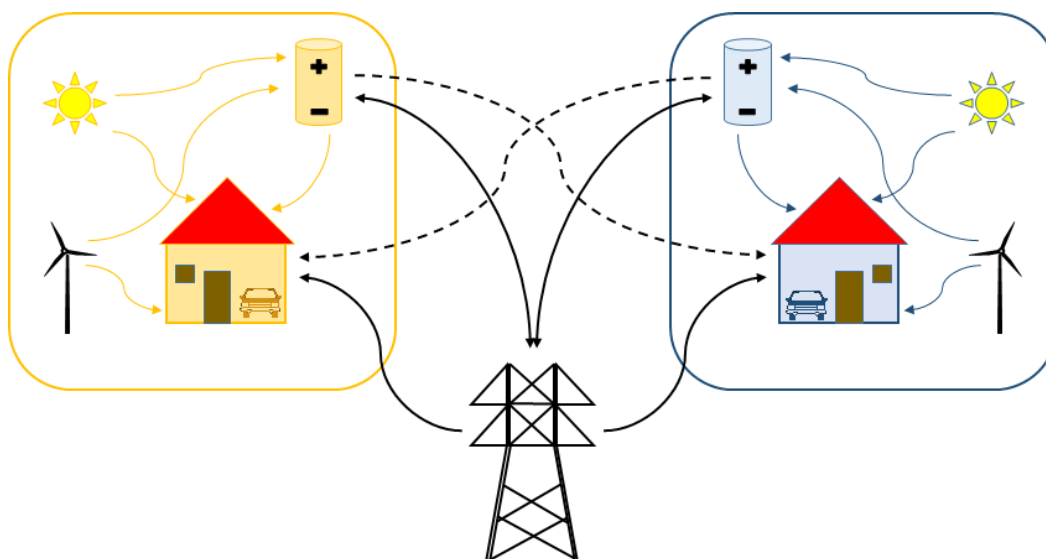


Fig. 1.1: Esquema de la red eléctrica

Las redes inteligentes utilizan nuevas tecnologías, como controladores inteligentes y autónomos, software avanzado para la gestión de datos y optimización, y comunicaciones bidireccionales entre las empresas eléctricas y los consumidores, con el fin de crear una red de distribución de energía automatizada y distribuida [11]. En la próxima generación de sistemas eléctricos, estas tecnologías inteligentes se incorporarán a todo el sistema, desde la generación, transmisión y distribución de energía hasta el consumo de electricidad en las instalaciones de los usuarios, con el objetivo de mejorar la eficiencia, fiabilidad y seguridad del sistema [12].

Los principales objetivos de las redes inteligentes son:

- Reducción del consumo total de energía, generando un beneficio mutuo para el medio ambiente y los consumidores. Esta reducción debería producirse tanto en la demanda de los consumidores como en las pérdidas de los sistemas de transmisión y distribución [10].
- Reducción de los niveles máximos de demanda. Esto disminuye la necesidad de sobredimensionar el sistema eléctrico para satisfacer las demandas máximas, quedando ociosa parte de la capacidad el resto del tiempo [8].

- Cambio de los hábitos de demanda para adecuarse a la oferta disponible, especialmente en regiones con alta presencia de fuentes de energía renovables, como paneles solares y turbinas eólicas [24].
- Reducción de sobrecargas en el sistema de distribución. Para esto es necesaria la implementación de un sistema de gestión que monitoree el funcionamiento del sistema y tome decisiones en tiempo real que aumenten la confiabilidad del sistema de distribución [22].

El uso racional de la energía eléctrica es esencial para el desarrollo socio-productivo y económico de toda sociedad. La creciente demanda energética sumada a la contaminación y deterioro del medio ambiente, hace prioritario aumentar la efectividad tanto en la producción y transmisión como en el consumo, y recurrir a fuentes renovables de energía con el fin de asegurar un sistema energético sostenible que brinde altos niveles de calidad, eficiencia y seguridad en el suministro de electricidad. Por otro lado, la demanda energética (carga) es muy variable, dependiendo por ejemplo de la época del año, día de semana, horario del día, condiciones climáticas y tipo de consumidor (industrial, comercial, residencial). Las empresas proveedoras de energía tienen que satisfacer la demanda máxima, lo que resulta en un costo alto de infraestructura con una baja utilización durante las horas de menor actividad.

Una casa inteligente, dentro de una red inteligente, ofrece una solución optimizada de gestión de energía en colaboración con la empresa de electricidad y los vecinos. La amplia participación de los usuarios juega un papel importante en el logro de los beneficios buscados. Los usuarios están motivados principalmente por el potencial de ahorro del costo de la factura eléctrica, especialmente en Argentina ante la magnitud de los aumentos de las tarifas durante los últimos años (<https://www.cronista.com/economiapolitica/Publican-primer-aumento-de-tarifas-electricas-del-ano-del-30-en-promedio-20190131-0072.html>).

Para lograr los objetivos es necesaria la implementación de estrategias complementarias en distintas etapas:

- Predicción de consumo energético y determinación de precios: Las compañías eléctricas pueden implementar una política de precios sobre la electricidad que suministran dependiendo de la franja horaria de consumo, y de esta forma intentar controlar indirectamente los picos de carga de los usuarios residenciales a través de un programa de respuesta de demanda (DR). Estos programas son procedimientos que se aplican para motivar el cambio en los hábitos de consumo energético de los clientes, en respuesta a incentivos sobre los precios de la electricidad.

El programa implementa una política de precios que *castiga* el uso energético en las horas pico, haciendo que el usuario intente disminuir la utilización de artefactos cuando la demanda es alta, trasladando su uso a los momentos en los que es baja. Para esto el usuario debe conocer de antemano esta política de precios.

- Predicción de la generación energética mediante fuentes renovables: Las redes inteligentes promueven la generación hogareña de energía mediante fuentes renovables, como paneles solares o turbinas eólicas. Para que el usuario pueda tomar decisiones acertadas es necesario pronosticar la generación energética mediante estas fuentes.
- Predicción de uso energético: Para realizar una planificación apropiada cada usuario debe conocer el perfil de consumo de su hogar.
- Planificación de la carga a nivel residencial: Para optimizar el costo de la factura eléctrica, el usuario residencial debe evitar utilizar artefactos en las horas *caras* (de alta demanda) cuando esto sea posible o al menos operarlos a bajos niveles de consumo

durante este período cuando no lo es. Para dar soporte en esta toma de decisiones es necesario contar con algoritmos de optimización a nivel residencial, que sean capaces de manejar las componentes hogareñas de las redes inteligentes considerando las preferencias de le usuarie. Una ventaja adicional, pero el objetivo real, de esta optimización es la disminución del pico de demanda, evitando la necesidad de sobredimensionamiento del sistema eléctrico.

- Planificación de almacenamiento de energía y uso de energía de generación propia: Los dispositivos de almacenamiento acumulan energía *barata* excedente para cubrir los requerimientos energéticos futuros, evitando la necesidad de adquirir energía costosa de la red durante períodos de precios altos. Sin embargo, el uso de estos dispositivos de almacenamiento impone una sobrecarga de costos debido a la autodescarga y a la pérdida de eficiencia. Es necesario el análisis del nivel óptimo de costo/beneficio.
- Comercio de energía dentro de la micro-red y venta (de forma individual) a la empresa eléctrica: Un vecindario de casas inteligentes pueden formar colectivamente una micro-red para facilitar el comercio de energía entre ellas. Además, en el caso de generar más energía de la que consume, un cliente, de forma individual, le podría vender ese excedente a la compañía eléctrica.
- Implementación de central eléctrica virtual (CEV): Una CEV está conformada por un gran número de hogares micro-generadores que de forma conjunta tienen una capacidad de generación eléctrica total comparable a una central eléctrica convencional. Una CEV podría obtener mayor eficiencia y ser más flexible que una central tradicional, pero su administración requiere una compleja metodología de optimización.

En relación a varios de los puntos mencionados, la implementación de programas de respuesta de la demanda (DR) ha mostrado tener un impacto significativo en la reducción de costos [25]. En [28] se clasifican los programas que han sido propuestos en la literatura siguiendo tres criterios según las motivaciones ofrecidas a los consumidores para participar del programa:

- Según el mecanismo de control: centralizado vs distribuido. En el control centralizado los consumidores se comunican directamente con la empresa eléctrica, sin intercambiar información con otros usuarios. En contraste, en el modo distribuido hay interacción entre los usuarios proporcionando a la empresa de electricidad información sobre el consumo total [2].
- Según los factores de motivación: políticas de precios vs programa de incentivos. En la política de precios, el precio de la energía es variable en función del horario. Por otro lado, en sistemas basados en incentivos, la empresa de electricidad (o algún patrocinante) otorga un premio monetario a los clientes participantes del programa que reduzcan sus consumos en ciertos horarios determinados [15].
- Según la variable de decisión: reprogramar tareas vs gestión de nivel de potencia. El consumo de energía se puede controlar reprogramando la realización de una tarea o reduciendo su potencia de operación. En la reprogramación de tareas el objetivo es controlar el momento de activación de la carga solicitada, desplazándola de los períodos de demanda máxima [16]. Por otro lado, el consumo en horas pico de demanda puede ser optimizado mediante esquemas basados en la gestión de la energía mediante la reducción del consumo de cargas específicas [9].

En los últimos años, ha habido un extenso desarrollo de investigación en la optimización y control de las redes inteligentes. Los modelos propuestos tienen diferentes objetivos a optimizar, como minimización del costo de la factura eléctrica, maximización del bienestar social, minimización del consumo de energía, y combinaciones de éstos.

Los primeros trabajos de optimización en el área surgieron a partir del 2010, dedicados principalmente a gestión de la demanda energética hogareña [14, 23, 31]. Como mencionamos, el éxito de la implementación de las redes inteligentes depende en gran parte de permitir a los usuarios residenciales tomar decisiones eficientes sobre su consumo de energía. Esto tiene como finalidad por un lado, disminuir el nivel de consumo máximo (pico de consumo), y por otro minimizar el costo de la factura eléctrica. En [3] se presenta el estado del arte sobre el tema.

Por otro lado, los hogares tienen diferentes tipos de consumo. Puede haber ciertos consumos factibles de desplazar en el tiempo (que se pueden realizar en cualquier momento dentro de límites horarios específicos y algunas veces hasta llegar a no realizarse), como lavarropas, y otros no desplazables (no pueden reprogramarse en otro horario), como iluminación o refrigeración. Dentro de los no desplazables, algunos pueden llegar a trabajar a distintas potencias, teniendo posibilidad de reducir su nivel de consumo en horas críticas. Además algunos aparatos pueden interrumpir su funcionamiento y otros no.

El almacenamiento y la micro-red actúan como cargas (la batería en modo carga y el hogar vendiendo energía) o como fuentes (consumiendo energía almacenada en la batería y el hogar comprando energía de la micro-red).

Todo este conjunto de variables, combinado con las preferencias de confort de los usuarios (como por ejemplo temperatura de los ambientes), resulta en problemas de optimización que buscan la utilización eficiente de la energía a mínimo costo o con mínimo consumo, pero a la vez maximizando el confort o cuidado del medio ambiente. En este caso, el escenario está visto desde la óptica del consumidor individual.

La mayor parte de la bibliografía desarrollada hasta el momento estudia el problema descrito de forma parcial, por ejemplo sin considerar el almacenamiento de energía o el posible comercio de excedente de energía dentro de la micro-red, y generalmente bajo un enfoque mono-hogar en contraste a considerar todos los hogares que conforman la micro-red.

Desde una perspectiva comunitaria, si los hogares generadores se unen formando una CEV, se introduce una nueva dimensión en el problema de la planificación, ya que ahora el principal objetivo es optimizar la producción total de electricidad de este conjunto de hogares. La CEV debe satisfacer un plan de producción de energía eléctrica predefinido y acordado en un contrato bilateral. Este contrato considera un horizonte temporal (por ejemplo una semana), dividido en pequeños períodos (por ejemplo horas). El contrato bilateral impone ciertas restricciones, podría permitir por ejemplo una cierta discrepancia entre la electricidad contratada y entregada en cada hora, pero que al final de la semana la cantidad de electricidad entregada debería ser igual a la contratada. Por lo tanto, en este marco, la planificación no sólo debe satisfacer las limitaciones y requerimientos inherentes de cada hogar, sino que también se añade, y de forma prioritaria, una visión global sobre la producción total de electricidad producida por la CEV.

En este contexto, los objetivos a considerar pueden ser minimizar el promedio de las discrepancias en cada período (o la discrepancia máxima), o en el caso que la ganancia por unidad de electricidad entregada varíe según la hora, maximizar la ganancia total obtenida.

Actualmente en Argentina, el Instituto Nacional de Tecnología Industrial (INTI) junto con la Facultad Regional Rosario de la Universidad Tecnológica Nacional (UTN) están desarrollando en la localidad de Armstrong, Provincia de Santa Fe, un proyecto piloto de redes inteligentes con energías renovables basado en un modelo de generación distribuida que utiliza energía solar y eólica (<http://www.inti.gob.ar/noticiero/2016/noticiero502.htm>). Para lograr sus objetivos, la red eléctrica no sólo debe estar equipada con dispositivos inteligentes, sino que también necesita mecanismos de control y optimización adecuados. Esta nueva tecnología trae aparejados sistemas complejos que requieren el desarrollo de herramientas computacionales que den solución a los nuevos problemas de optimización que se presentan para lograr la utilización eficiente de la energía. Hasta donde llega nuestro conocimiento, no se está desarrollando esta temática en nuestro país. El objetivo de la presente tesis es abordar algunos desafíos relacionados a optimización combinatoria que presentan estas redes inteligentes.

Varios de los trabajos desarrollan un enfoque de programación lineal entera [5, 4, 14], sin embargo la mayoría se restringe a modelar el problema e intentar resolverlo con un paquete comercial de propósito general. Esto hace que, además de considerar el problema en forma parcial, el tamaño de las instancias que se puedan tratar sea muy pequeño y no escale la solución propuesta.

Las mejoras obtenidas en la toma de decisiones en general tienen un alto impacto desde el punto de vista práctico y, a su vez, representan un desafío importante desde el punto de vista algorítmico. Por esta razón, nuestro objetivo fue investigar algunas variantes de los problemas de optimización mencionados, considerando distintos objetivos y/o restricciones, y desarrollar algoritmos específicos, exactos y/o heurísticos, para los mismos que permitieran mejorar la calidad de las soluciones obtenidas así como también el tiempo de cómputo requerido.

Esta tesis está dividida en 4 capítulos. En el capítulo 2 exploramos el modelo de un artículo de la literatura, que trata un subconjunto de las posibilidades y los objetivos descritos en esta introducción para la temática de redes eléctricas inteligentes, y elaboramos en torno a él. En el capítulo 3 estudiamos las consecuencias de permitir las interrupciones de los funcionamientos de una clase de artefactos. En el capítulo 4 evaluamos el efecto de agregar cotas de consumos energéticos a los escenarios de los capítulos 2 y 3. Por último, en el capítulo final presentamos conclusiones sobre la tesis así como líneas de trabajo futuro.



## 2. PRELIMINARES

### 2.1. Modelo de base

En el artículo sobre el cual se basa esta tesis [18] se considera un sistema inteligente cuyo objetivo es asistir a un usuario en la toma de decisiones sobre el uso de distintos dispositivos eléctricos para lograr, de acuerdo a determinadas prioridades, una minimización sobre cierta disconformidad sentida por el usuario y el precio de la energía pagada por el mismo.

Para esto se asume que el sistema conoce los precios  $\tilde{p}^t$  de la energía eléctrica en cada intervalo  $t$  entre dos instantes consecutivos  $t$  y  $t+1$  de cierta ventana temporal  $\mathcal{T} = \{0, \dots, T\}$ , fijando  $T = 23$  para representar el transcurso de un día, horizonte en el cual el usuario programará su consumo. Todos los intervalos tienen la misma duración y, como expresamos recién, cuando mencionemos el intervalo  $t$  haremos referencia al intervalo  $[t, t+1)$ .

El usuario dispone de artefactos programables y no programables. En el modelo del artículo se piensa que el conjunto de los programables está conformado por dos grupos disjuntos: aquellos sobre los que se puede elegir su horario de comienzo de actividad y otros sobre los que se puede decidir su potencia de funcionamiento. Asimismo, en el modelo no se consideran cotas de consumo por intervalo y, por tanto, tampoco artefactos que tengan fijos tanto su horario de funcionamiento como la potencia de funcionamiento. Este hecho cobra sentido desde el punto de vista de que no hay ninguna decisión que tomar sobre ellos y, por los objetivos considerados, tampoco influyen las decisiones tomadas. Si, por ejemplo, se incluyera como un objetivo minimizar el máximo consumo por intervalo, la situación sería distinta: el funcionamiento de aparatos sobre los cuales no pudiera tomarse ninguna decisión sí influiría dado que las decisiones deberían, idealmente, conseguir un balance entre los consumos energéticos en los distintos horarios. Aun así, la totalidad de la información sobre los dispositivos no programables podría resumirse como cierto consumo intrínseco a cada intervalo de la ventana temporal.

Como dijimos, se tienen en cuenta dos tipos de aparatos programables. Unos que tienen horario de funcionamiento flexible dentro de ciertos límites pero que trabajan con potencia fija, los cuales están englobados en el conjunto  $\mathcal{A}_1$ ; y otros, agrupados en el conjunto  $\mathcal{A}_2$ , cuyas potencias de funcionamiento son regulables y están activos en intervalos de tiempo propios de cada dispositivo.

Cada artefacto  $a$  puede funcionar en cierto intervalo  $[\alpha_a, \beta_a)$ , con  $\alpha_a < \beta_a$ , comprendido en la ventana temporal  $[0, T+1)$ . Aquellos cuya potencia es fija deben trabajar  $T_a$  intervalos consecutivos con cierta potencia fija  $r_a$ , y  $\alpha_a$  es el número del subintervalo que representa el horario deseado de comienzo de actividad. En cambio, para aquellos cuya potencia es ajustable debe haber actividad en todo el intervalo con potencias que se hallen entre ciertos mínimos y máximos aceptables  $r_a^{min}$  y  $r_a^{max}$ .

De esta manera, para los primeros los valores a determinar son los horarios de terminación de funcionamiento, designados por  $t_a \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ . Para los segundos, son las potencias correspondientes a los distintos subintervalos incluidos en el intervalo de actividad, denotadas por  $x_a^t$ ,  $t \in \{\alpha_a, \dots, \beta_a - 1\}$ .

Los métodos para resolver el problema casi no son descriptos en el artículo original, simplemente se menciona que un fragmento puede resolverse vía método exhaustivo y que el otro fragmento es un problema de optimización convexa. En esta tesis presentamos claramente los algoritmos que desarrollamos para la resolución así como las ideas que justifican los mismos.

Además, la discretización horaria del período de un día considerada en el trabajo de referencia no resulta suficientemente buena para la situación que busca modelarse, dado que si se está tratando con dispositivos eléctricos, deben poder modelarse funcionamientos mucho más breves, como los de una pava eléctrica o un horno eléctrico. Así, si bien en esta tesis elegimos fijar  $T = 143$  para obtener mayor granularidad, pudiendo distinguir cada intervalo de 10 minutos, el modelo y las soluciones propuestas en este trabajo no consideran una discretización fija sino que es uno de los parámetros.

## 2.2. Formulación del problema de optimización

Teniendo la descripción del problema propuesto en [18], en esta tesis lo formalizamos mediante un modelo matemático de programación no lineal donde las restricciones son lineales.

Sobre los artefactos de potencia fija, las variables cuyos valores se deben determinar son  $t_a \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ ,  $a \in \mathcal{A}_1$ , los horarios de finalización del funcionamiento. Es claro que estos valores deberán estar comprendidos entre el instante más temprano de posible finalización y aquel más tardío. El primero surge de pensar que el artefacto comienza su actividad en el instante más temprano posible,  $\alpha_a$ , y está activo por  $T_a$  intervalos, terminando en  $\alpha_a + T_a$ ; y el segundo es  $\beta_a$ . Es decir que deberán cumplir

$$\alpha_a + T_a \leq t_a \leq \beta_a$$

Definimos las variables  $e_a^{t+1} \in B$ ,  $\forall a \in \mathcal{A}_1$ ,  $t \in \mathcal{T}$ , que valen 1 si y sólo si  $a$  termina definitivamente su funcionamiento para el comienzo del intervalo  $t+1$ ; es decir, completa su tiempo de funcionamiento  $T_a$  para ese instante y eso no ocurre antes.

Para formalizar esta definición introducimos las variables  $f_a^t \in B$ ,  $\forall a \in \mathcal{A}_1$ ,  $t \in \mathcal{T}$ , que valen 1 si y sólo si  $a$  funciona en el intervalo  $t$ . Como el artefacto opera continuamente, se obtiene que si  $a$  termina el funcionamiento para el comienzo del intervalo  $t$ , está activo en los  $T_a$  intervalos anteriores. Así, la relación entre ambos grupos de variables está dada por

$$e_a^t = 1 \iff f_a^{t-T_a} = \dots = f_a^{t-1} = 1$$

Este hecho resulta impuesto por la siguiente restricción:

$$T_a e_a^t \leq \sum_{j=1}^{T_a} f_a^{t-j}$$

Como vale que

$$f_a^t = 0, \quad t \in [0, \alpha_a - 1] \cup [\beta_a, T]$$

se sigue que

$$e_a^t = 0, \quad t \in [1, \alpha_a + T_a - 1] \cup [\beta_a + 1, T + 1]$$

También se sabe que el artefacto debe funcionar exactamente  $T_a$  intervalos:

$$\sum_{t=\alpha_a}^{\beta_a-1} f_a^t = T_a$$

y, en caso de que funcione, siempre debe hacerlo a la potencia fijada:

$$x_a^t = f_a^t r_a, \quad t \in \mathcal{T}$$

Por otro lado, es claro que

$$\sum_{t=\alpha_a+T_a}^{\beta_a} e_a^t = 1$$

y de estas variables se desprende la definición matemática de las variables  $t_a$  como

$$t_a = \sum_{t=\alpha_a+T_a}^{\beta_a} t e_a^t$$

Para los artefactos de potencia modificable, las variables a determinar son  $x_a^t \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ ,  $\forall a \in \mathcal{A}_2$ ,  $t \in \mathcal{T}$ , las potencias de funcionamiento en cada intervalo  $t$ .

Dichas potencias deben estar en el rango aceptable en el tiempo en que los dispositivos están activos:

$$r_a^{\min} \leq x_a^t \leq r_a^{\max}, \quad t \in \{\alpha_a, \dots, \beta_a - 1\}$$

Asimismo, deben ser nulas cuando los dispositivos no funcionan:

$$x_a^t = 0, \quad t \in \mathcal{T} - \{\alpha_a, \dots, \beta_a - 1\}$$

Como mencionamos previamente, los objetivos son dos: la reducción del costo económico y la disminución de la disconformidad.

El costo económico resulta de los niveles de consumo y los precios de la energía en cada intervalo. Más precisamente, se calcula como la sumatoria del precio en cada intervalo multiplicado por la cantidad de energía consumida:

$$V_p = \sum_{t \in \mathcal{T}} \left( p^t \sum_{a \in \mathcal{A}_1 \cup \mathcal{A}_2} x_a^t \right)$$

Dado que  $\tilde{p}^t$  designa el precio por kWh, utilizamos  $p^t$  para designar el costo de consumir un kW durante un intervalo.

Por otro lado, la disconformidad surge de dos aspectos distintos provenientes de las dos clases de dispositivos: la demora de la cesación del funcionamiento respecto al deseo de le usuario y el desvío de la potencia de funcionamiento respecto a la ideal en cada intervalo.

El artículo [18], que realiza una discretización horaria, propone modelar la primera variedad de disconformidad originada por cierto aparato  $a$  como

$$V_a = \rho_a (t_a - (\alpha_a + T_a))^{k_a}$$

donde  $0 < \rho_a < 1$  y  $k_a \geq 1$  son números reales pertinentes a las características operacionales del aparato.

Para lograr una métrica independiente de la discretización, nuestra primera aproximación fue incorporar una constante  $iph$  que representara la cantidad de intervalos incluidos en una hora de acuerdo a la discretización elegida, de modo de expresar la cantidad de horas de retraso y no la cantidad de intervalos.

$$V_a = \rho_a \left( \frac{t_a - (\alpha_a + T_a)}{iph} \right)^{k_a}$$

El problema de esta expresión es que en ella el parámetro  $k_a$  no cumple que al ser mayor, mayor es la disconformidad asociada al retraso, como se puede comprobar para retrasos menores a una hora. Decidimos entonces utilizar la siguiente expresión:

$$V_a = \rho_a \left[ \left( 1 + \frac{t_a - (\alpha_a + T_a)}{iph} \right)^{k_a} - 1 \right]$$

De esta manera logramos que un mayor valor de  $k_a$  indique mayor disconformidad, y además que en caso de no haber retraso, no haya disconformidad.

Por su parte, la disconformidad relacionada a las potencias de funcionamiento se expresa a través de la función de pérdida de Taguchi [27].

En cada intervalo  $t$ , si  $\hat{x}_a^t$  designa la potencia de funcionamiento normal de cierto artefacto  $a$ ,  $\hat{x}_a^t \pm \Delta_a^t$  representa la desviación a la cual ocurren fallas funcionales (por ejemplo, descomposición de los dispositivos, daño a la ropa si se tratara de un lavarropas, etc.). Cuando el artefacto opera con un consumo en los extremos  $\hat{x}_a^t + \Delta_a^t$  o  $\hat{x}_a^t - \Delta_a^t$ , debe tomarse alguna contramedida, cuyo costo se denota con  $A_a^t$ .

Si se define el parámetro  $\omega_a^t$  como

$$\omega_a^t = \frac{A_a^t}{\Delta_a^{t^2}}$$

entonces la disconformidad ocasionada por el funcionamiento del aparato  $a$  en el intervalo  $t$  se formula como

$$V_a^t = \omega_a^t (x_a^t - \hat{x}_a^t)^2$$

En el caso en el que no funcione en dicho intervalo, se considerará la disconformidad como nula.

Finalmente, la disconformidad total dada por el aparato es la suma de la disconformidad en el intervalo de funcionamiento:

$$V_a = \sum_{t=\alpha_a}^{\beta_a-1} \omega_a^t (x_a^t - \hat{x}_a^t)^2$$

La función objetivo se plantea como una combinación convexa del costo económico y del costo asociado a la disconformidad. En otras palabras, se otorgan pesos  $\alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ ,  $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ , a los distintos objetivos:

$$\alpha_1 \sum_{t \in \mathcal{T}} \left( p^t \sum_{a \in \mathcal{A}_1 \cup \mathcal{A}_2} x_a^t \right) + \alpha_2 \left[ \sum_{a \in \mathcal{A}_1} \rho_a \left( \left( 1 + \frac{t_a - (\alpha_a + T_a)}{iph} \right)^{k_a} - 1 \right) + \sum_{a \in \mathcal{A}_2} \sum_{t=\alpha_a}^{\beta_a-1} \omega_a^t (x_a^t - \hat{x}_a^t)^2 \right]$$

El modelo que elaboramos es entonces

$$\begin{aligned} \text{mín } & \alpha_1 \sum_{t \in \mathcal{T}} \left( p^t \sum_{a \in \mathcal{A}_1 \cup \mathcal{A}_2} x_a^t \right) + \alpha_2 \left[ \sum_{a \in \mathcal{A}_1} \rho_a \left( \left( 1 + \frac{t_a - (\alpha_a + T_a)}{iph} \right)^{k_a} - 1 \right) + \sum_{a \in \mathcal{A}_2} \sum_{t=\alpha_a}^{\beta_a-1} \omega_a^t (x_a^t - \hat{x}_a^t)^2 \right] \\ \text{s.a. } & -t_a \leq -(\alpha_a + T_a) & a \in \mathcal{A}_1 \\ & t_a \leq \beta_a & a \in \mathcal{A}_1 \\ & T_a e_a^t - \sum_{j=1}^{T_a} f_a^{t-j} \leq 0 & a \in \mathcal{A}_1, t \in \{\alpha_a + T_a, \dots, \beta_a\} \\ & f_a^t = 0 & a \in \mathcal{A}_1, t \in [0, \alpha_a - 1] \cup [\beta_a, T] \\ & e_a^t = 0 & a \in \mathcal{A}_1, t \in [1, \alpha_a + T_a - 1] \cup [\beta_a + 1, T + 1] \\ & \sum_{t=\alpha_a}^{\beta_a-1} f_a^t = T_a & a \in \mathcal{A}_1 \\ & x_a^t - f_a^t r_a = 0 & a \in \mathcal{A}_1, t \in \mathcal{T} \\ & \sum_{t=\alpha_a+T_a}^{\beta_a} e_a^t = 1 & a \in \mathcal{A}_1 \\ & t_a - \sum_{t=\alpha_a+T_a}^{\beta_a} t e_a^t = 0 & a \in \mathcal{A}_1 \\ & -x_a^t \leq -r_a^{\min} & a \in \mathcal{A}_2, t \in \{\alpha_a, \dots, \beta_a - 1\} \\ & x_a^t \leq r_a^{\max} & a \in \mathcal{A}_2, t \in \{\alpha_a, \dots, \beta_a - 1\} \\ & x_a^t = 0 & a \in \mathcal{A}_2, t \in \mathcal{T} - \{\alpha_a, \dots, \beta_a - 1\} \\ \text{variables } & e_a^{t+1} \in B & a \in \mathcal{A}_1, t \in \mathcal{T} \\ & f_a^t \in B & a \in \mathcal{A}_1, t \in \mathcal{T} \\ & x_a^t \in \mathbb{R}_{\geq 0} & a \in \mathcal{A}_1 \cup \mathcal{A}_2, t \in \mathcal{T} \\ & t_a \in \mathbb{Z}_{\geq 0} & a \in \mathcal{A}_1 \end{aligned}$$

Como un último detalle respecto al modelo, en el artículo se menciona que cada restricción sobre la potencia de cada artefacto  $a$  de  $\mathcal{A}_2$  para cada intervalo  $t$ ,  $r_a^{\min} \leq x_a^t \leq r_a^{\max}$ , se tendrá en cuenta si y sólo si vale

$$\omega_a^t < \frac{p^t}{2(\hat{x}_a^t - r_a^{\min})}$$

Si bien esta condición lógica no está contemplada en la formulación, lo estará si se agregan exactamente las restricciones que correspondan en función de los datos del problema. Es decir, si se agregan las restricciones sobre las potencias para los casos en los que valgan las inecuaciones correspondientes y sólo para esos.

### 2.3. Metodología

La función objetivo puede reescribirse como una suma de dos términos donde cada uno corresponde a una categoría de artefactos programables:

$$\sum_{a \in \mathcal{A}_1} \left[ \left( \alpha_1 \sum_{t \in \mathcal{T}} p^t x_a^t \right) + \alpha_2 \rho_a \left( \left( 1 + \frac{t_a - (\alpha_a + T_a)}{iph} \right)^{k_a} - 1 \right) \right] + \sum_{a \in \mathcal{A}_2} \sum_{t=\alpha_a}^{\beta_a-1} (\alpha_1 p^t x_a^t + \alpha_2 \omega_a^t (x_a^t - \hat{x}_a^t)^2)$$

Con esta escritura es más sencillo verificar que es posible realizar la optimización sobre los artefactos de ambas clases por separado. Además, también puede hacerse independientemente para cada artefacto dentro de una misma clase, dado que no hay relación entre los funcionamientos de distintos dispositivos.

Para cada dispositivo del primer tipo se puede fijar el horario de finalización para cada una de sus posibilidades, definiendo implícitamente los valores del resto de las variables, y calcular el costo global para cada elección. Como se menciona en el artículo, la resolución consta de un método exhaustivo.

A continuación presentamos un pseudocódigo del algoritmo empleado. En este algoritmo, al igual que en todos los que presentamos en esta tesis, se asumen ciertos hechos relativos a la factibilidad de las instancias, como por ejemplo que los artefactos  $a \in \mathcal{A}_1$  cumplen  $\alpha_a + T_a \leq \beta_a$ . Además, todos los algoritmos tienen como datos los precios de la energía eléctrica en cada intervalo ( $p^t$ ,  $t \in \mathcal{T}$ ), los pesos asociados a cada objetivo ( $\alpha_1, \alpha_2$ ) así como otros parámetros generales de problema.

---

#### Algoritmo 1: CUÁNDOFUNCIONARSININTERRUPCIONES

---

- 1 calcular costo global  $ct$  para  $e_a^{\alpha_a + T_a} = 1$
  - 2 registrarlo como costo óptimo hasta el momento, junto a  $\alpha_a + T_a$  el instante de finalización asociado
  - 3 **para**  $t \leftarrow \alpha_a + T_a$  **a**  $\beta_a - 1$  **hacer**
  - 4     descontar costo económico del funcionamiento en el intervalo  $t - T_a$
  - 5     sumar costo económico del funcionamiento en el intervalo  $t$
  - 6     actualizar costo de la disconformidad y costo global
  - 7     **si** nuevo costo global < costo óptimo hallado **entonces**
  - 8         actualizar costo óptimo e instante óptimo de finalización
  - 9     **fin**
  - 10 **fin**
  - 11 **devolver** costo óptimo e instante óptimo
- 

Contando con una estructura de precios acumulados hasta cada intervalo, el algoritmo puede implementarse con complejidad temporal  $\mathcal{O}(\beta_a - (\alpha_a + T_a))$  y complejidad espacial auxiliar  $\mathcal{O}(1)$ .

Para cada aparato del segundo tipo y en cada intervalo de funcionamiento, obtenemos la solución analítica para minimizar el valor de la función cuadrática propia del costo total, proveyendo así una forma de resolver el problema de optimización convexa nombrado en el artículo original.

La función

$$c(x_a^t) = \alpha_1 p^t x_a^t + \alpha_2 \omega_a^t (x_a^t - \hat{x}_a^t)^2$$

es cuadrática y convexa. Por tanto, alcanza su mínimo en algún extremo del intervalo de definición o en aquel punto en el que su derivada se anule.

En caso de que valgan las restricciones sobre la potencia utilizada, el mínimo se hallará en  $x_a^t = r_a^{min}$  o en  $x_a^t = r_a^{max}$ , o en  $x_a^t = x_m$  para  $x_m \in (r_a^{min}, r_a^{max})$  que cumpla  $c'(x_m) = 0$ . En caso contrario, el intervalo de definición es  $[0, +\infty)$  y el mínimo se encontrará donde se anule la derivada o en 0.

La derivada de  $c$  resulta

$$c'(x_a^t) = \alpha_1 p^t + \alpha_2 \omega_a^t 2 (x_a^t - \hat{x}_a^t)$$

dando como punto de inflexión de  $c$  a

$$x_m = -\frac{\alpha_1 p^t}{2 \alpha_2 \omega_a^t} + \hat{x}_a^t$$

en caso de que  $\alpha_2 \neq 0$ . Si  $\alpha_2 = 0$  entonces no hay punto de inflexión y el costo global es el costo económico.

Evaluando  $c(x_m)$  se obtiene

$$\begin{aligned} c(x_m) &= \alpha_1 p^t \left( -\frac{\alpha_1 p^t}{2 \alpha_2 \omega_a^t} + \hat{x}_a^t \right) + \alpha_2 \omega_a^t \left( -\frac{\alpha_1 p^t}{2 \alpha_2 \omega_a^t} \right)^2 \\ &= \alpha_1 p^t \left( \hat{x}_a^t - \frac{\alpha_1 p^t}{2 \alpha_2 \omega_a^t} \right) + \frac{(\alpha_1 p^t)^2}{4 \alpha_2 \omega_a^t} \\ &= \alpha_1 p^t \hat{x}_a^t - \frac{(\alpha_1 p^t)^2}{2 \alpha_2 \omega_a^t} + \frac{(\alpha_1 p^t)^2}{4 \alpha_2 \omega_a^t} \\ &= \alpha_1 p^t \hat{x}_a^t - \frac{(\alpha_1 p^t)^2}{4 \alpha_2 \omega_a^t} \end{aligned}$$

Dado que si el rango de potencias es acotado y comprende al punto de inflexión entonces ahí se halla el mínimo, se concluye que

$$\hat{x}_a^t - \frac{\alpha_1 p^t}{2 \alpha_2 \omega_a^t} \in (r_a^{min}, r_a^{max}) \implies \text{costo óptimo} = \alpha_1 p^t \hat{x}_a^t - \frac{(\alpha_1 p^t)^2}{4 \alpha_2 \omega_a^t}$$

En cambio, si el rango es acotado pero no comprende al punto de inflexión entonces para hallar el mínimo deben compararse los siguientes dos valores:

$$c(r_a^{min}) = \alpha_1 p^t r_a^{min} + \alpha_2 \omega_a^t (r_a^{min} - \hat{x}_a^t)^2$$

$$c(r_a^{max}) = \alpha_1 p^t r_a^{max} + \alpha_2 \omega_a^t (r_a^{max} - \hat{x}_a^t)^2$$

Además, siempre que la potencia deseada sea menor a la máxima posible, esta comparación dará como resultado óptimo a  $c(r_a^{min})$ . Esto se entiende recordando que si no hay punto

de inflexión en el intervalo  $[r_a^{min}, r_a^{max}]$  entonces la función  $c$  restringida a ese intervalo es monótona. Por otro lado es creciente, pues  $\hat{x}_a^t$ , que pertenece al intervalo  $[r_a^{min}, r_a^{max})$ , cumple  $c(\hat{x}_a^t) < c(r_a^{max})$ , dado que alejarse de la potencia deseada con potencias mayores sólo trae mayor disconformidad y mayor precio económico.

Esta resolución presenta complejidad temporal y espacial auxiliar constante.

## 2.4. Generación de instancias

Una vez implementados los algoritmos de resolución, buscamos reproducir los experimentos presentados en el artículo para tener resultados base con los cuales comparar los que se obtuvieran en las extensiones que abordaremos del modelo. Sin embargo, esto no fue posible dado que la referencia a la fuente de los precios energéticos en los distintos subintervalos de la ventana temporal no era clara. En vista de esto, optamos por cambiar los precios energéticos del trabajo leído y considerar unos más adecuados a los horarios de actividad propios de las costumbres culturales de la gente de Buenos Aires, Argentina. Los mismos se reflejan a continuación y responden a un programa de respuesta de demanda.

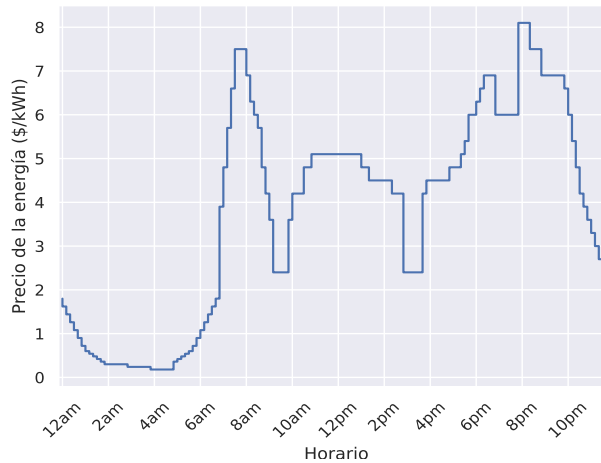


Fig. 2.1: Precios de los distintos subintervalos de la ventana temporal.

Si bien el artículo trabaja con una sola vivienda, para experimentar con el modelo consideramos instancias de distintos tamaños. En un principio diseñamos tres residencias con perfiles distintos: el hogar de una persona que trabaja durante el día, por lo que su perfil fue llamado *diurno*; el hogar de una persona que trabaja durante la noche, cuyo perfil fue nombrado *nocturno*; y la residencia de una persona que no trabaja fuera de la misma, a la cual nos referimos como *residencia de día completo*. Posteriormente creamos complejos de residencias a partir de combinaciones de modificaciones y replicaciones de las residencias originales. Estas residencias que componen los complejos de viviendas no son distinguibles como unidades independientes.

Las instancias de las residencias las armamos con trece artefactos programables de modo de obtener simulaciones más parecidas a la realidad de un hogar que aquellas planteadas en el artículo leído, que sólo tenía tres. Dentro de la primera clase de dispositivos incluimos un robot aspiradora (RA), un robot para limpiar la pileta (RP), una computadora (C), un televisor (TV), un lavarropa (LR), una plancha (P), una cocina eléctrica (CE) y un calentador



de agua (CA). Por otro lado, dentro del segundo grupo de aparatos incluimos luces (L), un aire acondicionado (AA), un lavavajilla (LV), una cinta para correr (CC) y una mesa de hidromasaje (MH).

Los parámetros de los artefactos para el primer perfil de residencia, detallados en las tablas 2.1 y 2.2, surgen de considerar que pertenece a una persona que duerme desde las 00:00 hasta las 08:00 horas y trabaja desde las 09:00 hasta las 17:00 horas, llegando al hogar a las 17:30. Los robots se cargan, preferentemente mientras desayuna por si hubiera inconvenientes, y en un horario de modo que pueda ponerlos a funcionar al momento de su llegada. Luego se va a ejercitar en la cinta desde las 18:30 hasta las 18:50. Al finalizar el entrenamiento, realiza un lavado de ropa y usa la mesa de hidromasaje. Entre las 18:30 y las 21:30 horas cocina, entre 20:00 y las 21:00 horas cena y a las 21:00 pone a funcionar el lavavajillas. Además, desde las 20:00 horas hasta que va a dormir quiere, entre otras cosas, utilizar la computadora y el televisor, planchar ropa y bañarse.

Cabe aclarar que por claridad elegimos mostrar los respectivos horarios en lugar de los números de intervalo de  $\alpha$  y  $\beta$ . Es decir, con una discretización como la utilizada que considera un instante cada diez minutos, para  $\alpha = 48$  se muestra 08:00. También se eligió cambiar la representación en la tabla para el parámetro  $T$  optando por el formato de horas y minutos en lugar del número de intervalos.

Asimismo, si bien los parámetros  $\hat{x}^t$  y  $\omega^t$  presentan valores posiblemente distintos para cada intervalo  $t$ , en la tabla sólo mostramos un valor para cada parámetro dado que es el mismo durante todo el funcionamiento del artefacto.

	RA	RP	C	TV	LR	P	CE	CA
$\alpha$	08:00	08:00	20:00	20:00	19:00	19:00	18:30	22:00
$\beta$	17:00	17:00	00:00	00:00	23:30	21:00	21:30	23:30
$T$	1:40	1:40	1:00	1:40	1:20	1:00	00:30	00:30
$r$ (kW)	1,4	0,4	0,38	0,16	0,7	1	1,2	1
$\rho$	0,001	0,001	0,8	0,75	0,1	0,7	0,4	0,2
$k$	1,3	1,3	3	2,8	1,9	3,6	2,1	1,8

Tab. 2.1: Parámetros de los artefactos de  $\mathcal{A}_1$  considerados para una residencia de alguien que trabaja de día.

	L	AA	LV	CC	MH
$\alpha$	19:00	18:20	21:00	18:30	19:20
$\beta$	00:00	20:50	22:20	18:50	19:50
$r^{min}$ (kW)	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
$r^{max}$ (kW)	0,9	1,1	0,9	0,9	0,9
$\hat{x}^t$ (kW)	0,5	0,7	0,8	0,8	0,5
$\omega^t$ (\$/kW <sup>2</sup> )	1,6	2	0,8	1,9	1,1

Tab. 2.2: Parámetros de los artefactos de  $\mathcal{A}_2$  considerados para una residencia de alguien que trabaja de día.

De la misma manera, exhibimos los parámetros de los aparatos de las residencias de los perfiles de trabajadores nocturnos y personas que no trabajan fuera del hogar en las tablas

2.3, 2.4, 2.5 y 2.6. Para el último grupo pensamos que, al estar más tiempo en sus casas que las personas que salieran a trabajar, las ventanas temporales de funcionamiento eran más amplias, así como las duraciones de los funcionamientos de los artefactos. A su vez, su preocupación por realizar ciertas actividades en determinados horarios era menor que para los otros dos grupos.

	RA	RP	C	TV	LR	P	CE	CA
$\alpha$	00:00	00:00	13:00	13:00	10:30	14:30	13:00	10:40
$\beta$	09:00	09:00	16:30	16:30	14:30	16:00	14:00	12:40
$T$	1:40	1:40	1:00	1:40	1:20	1:00	00:30	00:30
$r$ (kW)	1,4	0,4	0,38	0,16	0,7	1	1,2	1
$\rho$	0,001	0,001	0,8	0,75	0,1	0,7	0,4	0,2
$k$	1,3	1,3	3	2,8	1,9	3,6	2,1	1,8

Tab. 2.3: Parámetros de los artefactos de  $\mathcal{A}_1$  considerados para una residencia de alguien que trabaja de noche.

	L	AA	LV	CC	MH
$\alpha$	09:00	12:00	14:20	10:00	10:30
$\beta$	11:00	14:30	15:40	10:20	11:00
$r^{min}$ (kW)	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
$r^{max}$ (kW)	0,9	1,1	0,9	0,9	0,9
$\hat{x}^t$ (kW)	0,4	0,7	0,8	0,8	0,5
$\omega^t$ (\$/kW <sup>2</sup> )	1	2	0,8	1,9	1,1

Tab. 2.4: Parámetros de los artefactos de  $\mathcal{A}_2$  considerados para una residencia de alguien que trabaja de noche.

	RA	RP	C	TV	LR	P	CE	CA
$\alpha$	07:00	07:00	16:00	16:00	17:00	16:00	18:30	10:00
$\beta$	18:00	18:00	00:00	00:00	22:30	21:00	21:30	22:30
$T$	1:40	1:40	1:30	2:10	1:20	1:20	00:50	00:40
$r$ (kW)	1,4	0,4	0,38	0,16	0,7	1	1,20	1
$\rho$	0,001	0,001	0,7	0,65	0,1	0,6	0,5	0,2
$k$	1,15	1,15	2,7	2,4	1,75	3,3	1,9	1,6

Tab. 2.5: Parámetros de los artefactos de  $\mathcal{A}_1$  considerados para la residencia de día completo.

	L	AA	LV	CC	MH
$\alpha$	18:00	17:50	20:00	18:00	18:40
$\beta$	23:30	21:20	21:20	18:30	19:30
$r^{min}$ (kW)	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
$r^{max}$ (kW)	0,9	1,1	0,9	0,9	0,9
$\hat{x}^t$ (kW)	0,6	0,8	0,8	0,5	0,35
$\omega^t$ (\$/kW <sup>2</sup> )	1,7	2	0,8	1,4	0,9

Tab. 2.6: Parámetros de los artefactos de  $\mathcal{A}_2$  considerados para la residencia de día completo.

Para modelar mejor la realidad, un 70 % de la totalidad de las residencias de los complejos de viviendas fueron pertenecientes a personas con horarios laborales diurnos, un 10 % a personas con horarios laborales nocturnos y un 20 % a personas que no trabajaran fuera de sus hogares y pasaran más tiempo en ellos.

Elaboramos las instancias de los complejos de viviendas replicando las residencias originales y modificando los parámetros de sus artefactos.

Para las residencias de gente que saliera del hogar para trabajar, los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  pueden adelantarse o atrasarse cierta cantidad de subintervalos hasta una hora inclusive, o no alterarse. Todas las opciones son equiprobables. Si  $\alpha$  se adelanta más allá de 0 o se atrasa más allá de  $|\mathcal{T}|$ , se le asigna ese valor. Lo mismo ocurre para  $\beta$  si se adelanta más allá de 1 o se atrasa más allá de  $|\mathcal{T}| + 1$ . A su vez, la duración para los artefactos de  $\mathcal{A}_1$  puede reducirse o alargarse alguna cantidad de intervalos hasta 10 minutos por cada hora entera de funcionamiento del artefacto original, o permanecer igual, siendo todas las alternativas equiprobables. Se toma como mínima duración posible un intervalo y como máxima  $|\mathcal{T}|$  intervalos. En caso de que luego de las modificaciones para algún artefacto  $a$  no se cumpla  $\alpha_a + T_a \leq \beta_a$  si  $a \in \mathcal{A}_1$  o  $\alpha_a \leq \beta_a$  si  $a \in \mathcal{A}_2$ , se copian estos parámetros del artefacto siendo replicado.

Por su parte, el resto de los parámetros se obtienen pseudoaleatoriamente como un valor entre el 93 % y el 107 % del valor original, con posibles modificaciones posteriores para garantizar su validez. Para  $\rho$  se toma el máximo entre el valor resultante y 0,0001 y el mínimo entre ese resultado y 0,9999, y para  $k$  se toma el máximo entre lo obtenido y 1. Para  $r_{min}$  y  $r_{max}$ , si no resulta  $r_{min} \leq r_{max}$  entonces se reestablecen los valores originales. A su vez, si  $\hat{x}^t < r_{min}$ , se asigna  $r_{min}$  a  $\hat{x}^t$ , y si  $r_{max} < \hat{x}^t$ , se le asigna  $r_{max}$ . Por último, para  $\omega^t$  se toma el máximo entre el resultado y 0,001.

Por otro lado, para las residencias de personas que no trabajaran fuera del hogar los artefactos se replicaron de formas similares.

Para los artefactos de  $\mathcal{A}_1$ ,  $\alpha$  se adelantó una cantidad de intervalos pseudoaleatoria hasta dos horas inclusive y posiblemente nula, y análogamente se atrasó  $\beta$ . Para los artefactos de  $\mathcal{A}_2$  el cambio fue de hasta una hora. Como antes,  $\alpha$  no se adelantó más allá de 0 y  $\beta$  no se atrasó más allá de  $|\mathcal{T}| + 1$ . El tiempo de actividad de los artefactos de la primera clase se prolongó alguna cantidad de intervalos posiblemente nula equiprobablemente hasta media hora por cada hora entera de funcionamiento. Si la extensión original era menor a una hora, se ampliaba un intervalo. La duración final resultaba el mínimo entre la nueva duración y el tamaño de la ventana de posible funcionamiento  $\beta - \alpha$ .

El parámetro  $r$  se produce pseudoaleatoriamente de modo de ser algún valor entre el 90 % y el 104 % del  $r$  original. Para cada parámetro restante  $\rho$  y  $k$  se consigue un valor pseudoaleatorio entre el 86 % y el 100 % del original. Para  $\rho$  luego se toma el máximo entre 0,0001 y dicho valor, y luego el mínimo con 0,9999; para  $k$  se toma el máximo con 1.

Por último,  $r_{min}$  y  $r_{max}$  se alteran como para los otros perfiles de residencias. La potencia deseada  $\hat{x}^t$  se obtiene entre 85 % y 99 % del valor original y se garantiza que esté comprendida en el intervalo  $[r_{min}, r_{max}]$  como se explicó previamente. En cambio,  $\omega^t$  se forma como el máximo entre 0,001 y un valor entre el original y un 114 % del mismo.

## 2.5. Resultados computacionales

Realizamos 5 ejecuciones, una para cada instancia generada aleatoriamente, para complejos de viviendas comenzando con 10 residencias y aumentando de a 10 hasta 500, luego añadiendo de a 5,000 desde 5,000 hasta 50,000 y por último sumando de a 50,000 residencias desde 100,000 hasta 1,000,000. Todos los experimentos de este capítulo, así como del resto de la tesis, los llevamos a cabo en una computadora con *Intel Core i7 7700*, 3.60GHz y 16 GB de RAM. Para cada métrica se promediaron los valores de las ejecuciones para las distintas instancias de un mismo tamaño. Las métricas evaluadas fueron el costo económico, la disconformidad total, la máxima demanda energética en un intervalo, la razón entre demanda pico y promedio, el consumo energético total, el tiempo de ejecución y la memoria utilizada.

Al igual que en el trabajo original, consideramos tres modos de funcionamiento de acuerdo al balance entre el costo económico y la disconformidad. En el primero, llamado modo “Económico” (E), a le consumidore sólo le preocupa el costo económico y se definen  $\alpha_1 = 1$ ,  $\alpha_2 = 0$ . En el segundo sólo le atañe la disconformidad y valen  $\alpha_1 = 0$ ,  $\alpha_2 = 1$ , por lo que es llamado modo “Confort” (C). En el tercero, modo “Balance” (B), tiene inquietud tanto por el costo económico como por la disconformidad en la misma medida, resultando  $\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{1}{2}$ .

Como puede apreciarse en la figura 2.2, el modo confort hace incurrir a les usuaries en el doble de costo de la factura eléctrica con respecto al modo económico. Asimismo, el modo económico presenta un gran nivel de disconformidad (figura 2.3). El modo balance, por otro lado, logra un buen equilibrio, reduciendo drásticamente la disconformidad y produciendo un aumento del costo económico mucho menos significativo.

Por otro lado, el modo confort conlleva un pico de demanda energética considerablemente mayor al de los otros modos, en los que es casi igual, como se observa en la figura 2.4. También debe mencionarse que, como se observa en la figura 2.5, la razón demanda pico a promedio es menor para el modo balance, indicando que el aumento en la capacidad de las redes eléctricas para poder tolerar los picos de demanda es más aprovechado con este modo que con los otros.

Otra arista a tener en cuenta es el compromiso con el cuidado de los recursos naturales. La disminuida razón demanda pico a promedio que presentan el modo confort y el modo balance con respecto al modo económico surge de un consumo energético total mucho más elevado que el del modo económico, como se verifica en la figura 2.6, siendo alternativas mucho peores en cuanto al uso sustentable de los recursos naturales.

En cuanto al algoritmo de resolución, el uso de memoria del mismo es lineal en la cantidad de artefactos, como muestra la figura 2.7. A su vez, si bien el uso de memoria es el mismo para los tres modos, en la figura 2.8 se ve que el más equilibrado insume más tiempo, por más que sea lineal en la cantidad de artefactos para los tres modos.

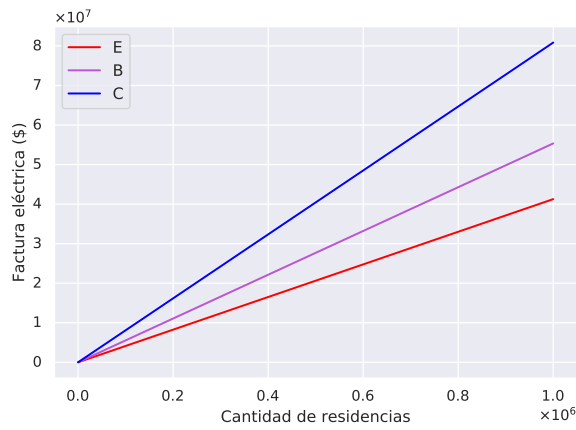


Fig. 2.2: Costo de la factura energética para cada modo en función de la cantidad de residencias de los distintos complejos.

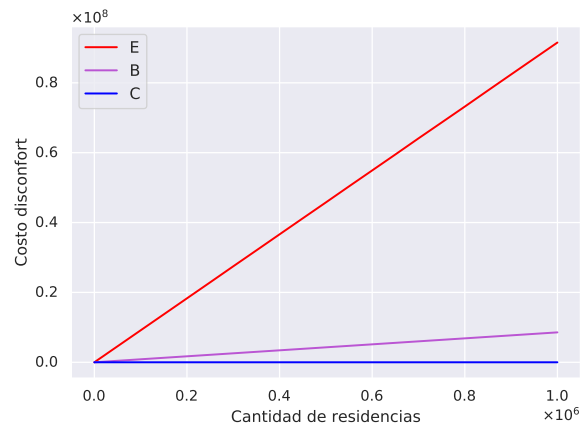


Fig. 2.3: Disconformidad para cada modo en función de la cantidad de residencias de los distintos complejos.

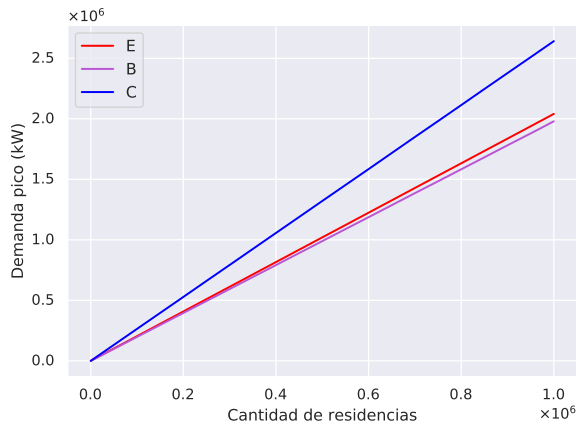


Fig. 2.4: Máxima demanda energética para cada modo en función de la cantidad de residencias de los distintos complejos.

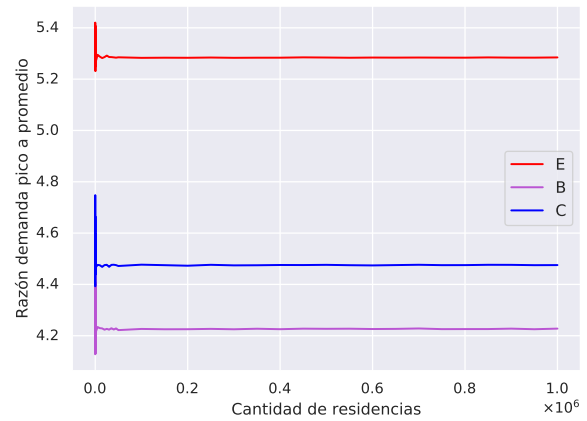


Fig. 2.5: Relación entre la máxima demanda energética y el promedio para cada modo en función de la cantidad de residencias de los distintos complejos.

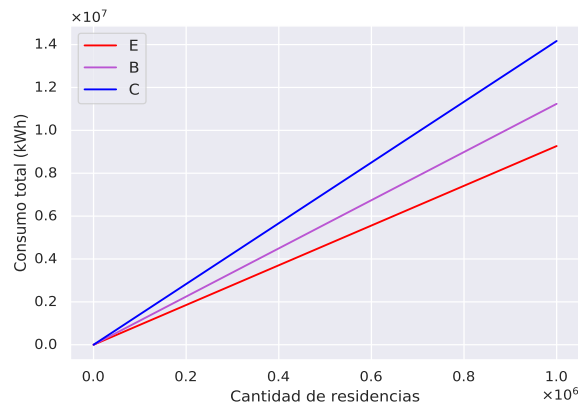


Fig. 2.6: Consumo total para cada modo en función de la cantidad de residencias de los complejos.

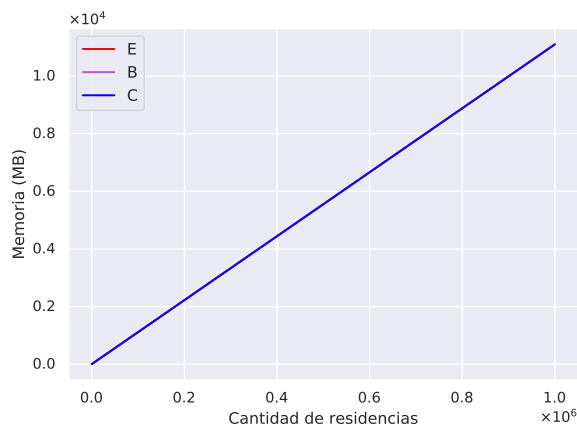


Fig. 2.7: Memoria utilizada para cada modo en función de la cantidad de residencias de los distintos complejos.

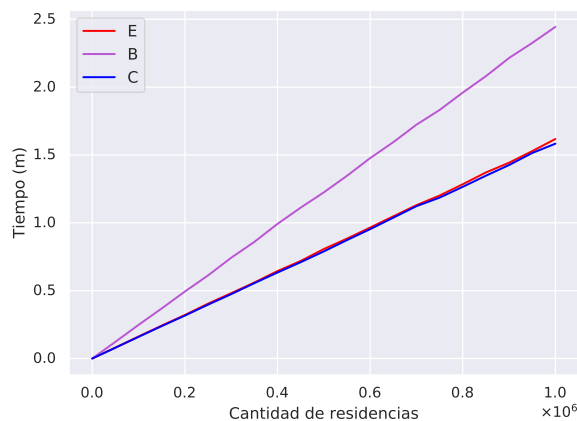


Fig. 2.8: Tiempo de ejecución para cada modo en función de la cantidad de residencias de los distintos complejos.

## 2.6. Críticas al modelo

El modelo propuesto no contempla la posibilidad de interrumpir el funcionamiento de los artefactos, a pesar de que la cualidad de ser interrumpibles sí es la de muchos dispositivos actualmente, como ser los lavarropas. Las interrupciones podrían dar lugar a una mejor toma de decisiones, permitiendo evitar el funcionamiento de artefactos en intervalos cuyo precio energético los hiciera desfavorables.

Otro defecto del modelo del artículo es que al buscar la solución óptima de cada artefacto pueden generarse picos de consumo energético. Esto es desfavorable para las compañías proveedoras de energía, que podrían restringir el consumo de los clientes en cada intervalo imponiéndoles cotas superiores.

En esta situación, la posibilidad de interrumpir los artefactos puede hacer la diferencia entre poder satisfacer las necesidades de los usuarios y no poder hacerlo, por lo que esa ampliación del modelo cobra todavía más relevancia.

Asimismo, la incorporación de cotas en los consumos establece un vínculo entre los funcionamientos de los distintos dispositivos, resultando en que los algoritmos eficientes con los que se cuenta ya no sean de utilidad para este escenario. Esto implica el desarrollo de nuevos algoritmos que sí se adapten al nuevo problema.

En este marco, la baja cantidad de artefactos de la instancia evaluada en el artículo original previene un buen análisis comparativo acerca de los tiempos de ejecución y las calidades de las soluciones obtenidas por los distintos algoritmos. Consecuentemente, cobra mayor importancia el hecho de que se consideraran instancias de distintas magnitudes dado que permitirán evaluar mejor los algoritmos.

### 3. INTERRUPCIONES

#### 3.1. Modelo ampliado con interrupciones

Como mencionamos en el capítulo anterior, una desventaja que posee el modelo presentado anteriormente es que podría generar picos de consumo en ciertos intervalos y la infraestructura necesaria para poder soportar esos consumos sería mucho mayor que para el resto del día. De esta manera, la compañía proveedora de electricidad podría imponer cotas de consumo para cada intervalo. Esto daría lugar a que posiblemente no pudieran satisfacerse los deseos de los usuarios.

Debido a esto, ampliamos el modelo propuesto en el artículo para poder representar la posibilidad de interrumpir el funcionamiento de un aparato y reanudarlo posteriormente. Esto además es favorable dado que quizás podría elegirse evadir el funcionamiento en cierto intervalo en el que la energía tuviera un precio elevado en el caso en el que el retraso generado diera lugar a un balance positivo.

Así, en este capítulo presentamos las modificaciones necesarias para contemplar las interrupciones, pero considerando que no hay cotas en los consumos. Si bien deben realizarse ciertos cambios, la mayor parte del modelo, incluyendo la disconformidad, mantiene su forma.

#### 3.2. Formulación del problema de optimización

Por un lado, hay que eliminar las restricciones que imponen que los aparatos operan continuamente:

$$T_a e_a^t - \sum_{j=1}^{T_a} f_a^{t-j} \leq 0, \quad a \in \mathcal{A}_1, t \in \{\alpha_a + T_a, \dots, \beta_a\}$$

En lugar de pensar que trabajó en los  $T_a$  intervalos previos, incorporamos la noción de que el artefacto  $a$  termina de funcionar definitivamente para el comienzo del intervalo  $t$  si el último intervalo de funcionamiento es el  $t-1$  y ha cumplido todo su tiempo de trabajo:

$$\left( f_a^{t-1} = 1 \wedge \sum_{h=t}^{\beta_a-1} f_a^h = 0 \right) \iff e_a^t = 1$$

Para formular esta condición lógica con desigualdades lineales, recordando que valen

$$\sum_{h=\alpha_a}^{\beta_a-1} f_a^h = T_a \qquad \sum_{h=\alpha_a}^{\beta_a} e_a^h = 1$$

añadimos las desigualdades

$$e_a^t \leq f_a^{t-1} \qquad \sum_{h=t}^{\beta_a-1} f_a^h \leq T_a (1 - e_a^t)$$

El modelo resulta:

$$\begin{aligned}
\text{mín} \quad & \sum_{a \in \mathcal{A}_1} \left[ \left( \alpha_1 \sum_{t \in \mathcal{T}} p^t x_a^t \right) + \alpha_2 \rho_a \left( \left( 1 + \frac{t_a - (\alpha_a + T_a)}{iph} \right)^{k_a} - 1 \right) \right] + \sum_{a \in \mathcal{A}_2} \sum_{t=\alpha_a}^{\beta_a-1} (\alpha_1 p^t x_a^t + \alpha_2 \omega_a^t (x_a^t - \hat{x}_a^t)^2) \\
\text{s.a.} \quad & -t_a \leq -(\alpha_a + T_a) \quad a \in \mathcal{A}_1 \\
& t_a \leq \beta_a \quad a \in \mathcal{A}_1 \\
& e_a^{t+1} - f_a^t \leq 0 \quad a \in \mathcal{A}_1, t \in \mathcal{T} \\
& T_a e_a^{t+1} + \sum_{h=t+1}^{\beta_a-1} f_a^h \leq T_a \quad a \in \mathcal{A}_1, t \in \mathcal{T} \\
& f_a^t = 0 \quad a \in \mathcal{A}_1, t \in [0, \alpha_a - 1] \cup [\beta_a, T] \\
& e_a^t = 0 \quad a \in \mathcal{A}_1, t \in [1, \alpha_a + T_a - 1] \cup [\beta_a + 1, T + 1] \\
& \sum_{t=\alpha_a}^{\beta_a-1} f_a^t = T_a \quad a \in \mathcal{A}_1 \\
& x_a^t - f_a^t r_a = 0 \quad a \in \mathcal{A}_1, t \in \mathcal{T} \\
& \sum_{t=\alpha_a+T_a}^{\beta_a} e_a^t = 1 \quad a \in \mathcal{A}_1 \\
& t_a - \sum_{t=\alpha_a+T_a}^{\beta_a} t e_a^t = 0 \quad a \in \mathcal{A}_1 \\
& -x_a^t \leq -r_a^{\min} \quad a \in \mathcal{A}_2, t \in \{\alpha_a, \dots, \beta_a - 1\} \\
& x_a^t \leq r_a^{\max} \quad a \in \mathcal{A}_2, t \in \{\alpha_a, \dots, \beta_a - 1\} \\
& x_a^t = 0 \quad a \in \mathcal{A}_2, t \in \mathcal{T} - \{\alpha_a, \dots, \beta_a - 1\} \\
\text{variables} \quad & e_a^{t+1} \in B \quad a \in \mathcal{A}_1, t \in \mathcal{T} \\
& f_a^t \in B \quad a \in \mathcal{A}_1, t \in \mathcal{T} \\
& x_a^t \in \mathbb{R}_{\geq 0} \quad a \in \mathcal{A}_1 \cup \mathcal{A}_2, t \in \mathcal{T} \\
& t_a \in \mathbb{Z}_{\geq 0} \quad a \in \mathcal{A}_1
\end{aligned}$$

Nuevamente, las restricciones sobre las potencias sólo deben considerarse en ciertos casos.

### 3.3. Metodología

La metodología para este nuevo modelo se ve afectada sólo para los artefactos para los cuales se eligen los intervalos de uso. A diferencia de lo que ocurría anteriormente, elegir un horario de finalización ahora no define los períodos de funcionamiento.

Para solucionar el problema puede implementarse un algoritmo de *backtracking*, dado que para una reducida cantidad de artefactos y de intervalos de funcionamiento no se incurriría en un gran costo computacional.



Esbozamos a continuación el algoritmo propuesto.

---

**Algoritmo 2:** CUÁNDOFUNCIONARCONINTERRUPCIONES
 

---

**Datos:** artefacto  $a \in \mathcal{A}_1$  ( $\alpha_a, \beta_a, r_a, T_a, \rho_a, k_a$ )

- 1 intervalosDeUsoHastaElMomento  $\leftarrow []$
- 2 costoHastaElMomento  $\leftarrow 0$
- 3 intervalosDeUsoÓptimo  $\leftarrow []$
- 4 costoÓptimo  $\leftarrow \infty$
- 5 decisiónSobre  $\leftarrow \alpha_a$
- 6 CUÁNDOFUNCIONARCONINTERRUPCIONESREC( $a$ , decisiónSobre, intervalosDeUsoHastaElMomento, costoHastaElMomento, intervalosDeUsoÓptimo, costoÓptimo)
- 7 **devolver** costoÓptimo y intervalosDeUsoÓptimo

---



---

**Algoritmo 3:** CUÁNDOFUNCIONARCONINTERRUPCIONESREC
 

---

**Datos:** artefacto  $a \in \mathcal{A}_1$  ( $\alpha_a, \beta_a, r_a, T_a, \rho_a, k_a$ ), decisiónSobre, intervalosDeUsoHastaElMomento, costoHastaElMomento, intervalosDeUsoÓptimo, costoÓptimo

**Resultado:** deposita en intervalosDeUsoÓptimo los intervalos de uso para lograr un costo óptimo, registrado por su parte en costoÓptimo.

- 1 actualizar costo de la disconformidad:  
costoDisc  $\leftarrow \alpha_2 \rho_a \left( \left( 1 + \frac{\text{decisiónSobre} - (\alpha_a + T_a)}{iph} \right)^{k_a} - 1 \right)$
- 2 actualizar costoTotal con costoHastaElMomento + costoDisc
- 3 **si** costoTotal < costoÓptimo **entonces**
- 4 | intervalosRestantesDeFunc  $\leftarrow T_a - \#$  intervalosDeUsoHastaElMomento
- 5 | intervalosPosiblesDeFunc  $\leftarrow \beta_a - \text{decisiónSobre}$
- 6 | **si** intervalosRestantesDeFunc = 0 **entonces**
- 7 | | costoÓptimo  $\leftarrow$  costoTotal
- 8 | | intervalosDeUsoÓptimo  $\leftarrow$  intervalosDeUsoHastaElMomento
- 9 | **en otro caso**
- 10 | | agregar el intervalo decisiónSobre a intervalosDeUsoHastaElMomento
- 11 | | sumar costo económico de uso en el intervalo decisiónSobre
- 12 | | CUÁNDOFUNCIONARCONINTERRUPCIONESREC( $a$ , decisiónSobre + 1, intervalosDeUsoHastaElMomento, costoHastaElMomento, intervalosDeUsoÓptimo, costoÓptimo)
- 13 | | sacar el intervalo decisiónSobre de intervalosDeUsoHastaElMomento
- 14 | | restar costo económico de uso en el intervalo decisiónSobre
- 15 | | **si** intervalosRestantesDeFunc < intervalosPosiblesDeFunc **entonces**
- 16 | | | CUÁNDOFUNCIONARCONINTERRUPCIONESREC( $a$ , decisiónSobre + 1, intervalosDeUsoHastaElMomento, costoHastaElMomento, intervalosDeUsoÓptimo, costoÓptimo)
- 17 | | **fin**
- 18 | **fin**
- 19 **fin**

---

Si se considera el árbol de *backtracking* y sus niveles numerados desde 0 comenzando por la raíz, es válido que en el nivel  $i$  se selecciona el  $i$ -ésimo intervalo de los  $T_a$  intervalos buscados.

El algoritmo presentado puede implementarse de modo que cada nodo interno del árbol de *backtracking* se resuelva con complejidad temporal  $\mathcal{O}(1)$  y las hojas con complejidad temporal  $\mathcal{O}(T_a)$ . Esto da lugar a la siguiente ecuación de recurrencia:

$$T(a, u, r) = \begin{cases} \mathcal{O}(T_a) & \text{si } r = 0 \\ \sum_{t=u+1}^{\beta_a - r} \mathcal{O}(1) + T(a, t, r - 1) & \text{en otro caso} \end{cases}$$

donde esa ecuación expresa la complejidad temporal del subárbol para el artefacto  $a$  si el último intervalo usado fue  $u$  (y por tanto los que se elijan luego tienen que ser mayores a  $u$ ) y hay  $r$  intervalos restantes a seleccionar.

Así, la complejidad temporal del algoritmo es

$$\sum_{t=\alpha_a}^{\beta_a - T_a} T(a, t, T_a - 1)$$

Este puede ser un cálculo difícil de realizar, por lo que puede ser más fácil analizar la complejidad temporal desde otro enfoque.

Cada camino desde la raíz del árbol de *backtracking* hasta una hoja es un camino de longitud  $T_a$  dado que deben elegirse  $T_a$  intervalos. A su vez, en cada uno hay  $\mathcal{O}(T_a)$  nodos cuya complejidad es  $\mathcal{O}(1)$  y una hoja con complejidad  $\mathcal{O}(T_a)$ . Por tanto, cada camino tiene complejidad  $\mathcal{O}(T_a)$ .

Dado que hay tantos caminos posibles como formas de elegir  $T_a$  intervalos de un total de  $\beta_a - \alpha_a$ , la cantidad de caminos es  $\binom{\beta_a - \alpha_a}{T_a}$ .

La complejidad temporal de una posible implementación del algoritmo resulta

$$\mathcal{O}\left(\binom{\beta_a - \alpha_a}{T_a} T_a\right)$$

y la espacial auxiliar  $\mathcal{O}(T_a)$ .

Por otro lado, también desarrollamos dos soluciones utilizando programación dinámica, una con mayor uso de memoria que la otra. Ambas se logran valiéndose de que dada la solución económicamente óptima para cierto instante posible de finalización  $t$ ,  $s_t$ , aquella para el instante  $t + 1$  se obtiene removiendo el intervalo más caro utilizado en  $s_t$  e incorporando el intervalo  $t$ .

Para ambos algoritmos se considera que una solución para un artefacto  $a$  es un diccionario de pares clave-valor en el que las claves son precios de intervalos y para cada clave  $p$  el valor es un conjunto de intervalos con precio  $p$  en los que funciona  $a$ . Además, la solución contiene un costo económico que es la suma de los precios de la electricidad en los intervalos utilizados.

Si las implementaciones se realizan con estructuras de datos adecuadas, como contenedores asociativos ordenados y árboles binarios de búsqueda, entonces resultan algoritmos eficientes.

Se presenta primero el algoritmo con menor uso de memoria.

---

**Algoritmo 4:** CUÁNDO FUNCIONAR CON INTERRUPCIONES PDS SIN MEMORIA
 

---

```

1 crear dos soluciones vacías  $s$  y  $sOpt$ 
2 costoTotal  $\leftarrow 0$ 
3 costoTotalÓptima  $\leftarrow 0$ 
4 para  $t \leftarrow \alpha_{a1} \dots \alpha_{a1} + T_{a1} - 1$  hacer
5   | agregar  $t$  a  $s$ 
6 fin
7 costoTotal  $\leftarrow \alpha_1 * s.costoSocioEconomico * r_{a1}$ 
8  $sOpt \leftarrow s$ 
9 costoTotalÓptima  $\leftarrow costoTotal$ 
10  $taOptimo \leftarrow \alpha_{a1} + T_{a1}$ 
11 para  $t \leftarrow \alpha_{a1} + T_{a1} \dots \beta_{a1} - 1$  hacer
12   | sacar de  $s$  un intervalo de precio máximo entre aquellos de  $s$ 
13   | agregar  $t$  a  $s$ 
14   | costoTotal  $\leftarrow \alpha_1 * s.costoSocioEconomico * r_{a1} +$  disconformidad para  $a1$  por usar
15   |  $t$  como último intervalo
16   | si costoTotal  $<$  costoTotalÓptima entonces
17   |   |  $taOptimo \leftarrow t + 1$ 
18   |   | costoTotalÓptima  $\leftarrow costoTotal$ 
19   | fin
20 fin
21 para  $t \leftarrow \alpha_{a1} + T_{a1} \dots taOptimo - 1$  hacer
22   | sacar de  $sOpt$  un intervalo de precio máximo entre aquellos de  $sOpt$ 
23   | agregar  $t$  a  $sOpt$ 
24 fin
25 devolver costoTotalÓptima e intervalos de uso de  $sOpt$ 

```

---

Este algoritmo puede implementarse con complejidad temporal

$$\mathcal{O}\left[\left(\sum_{i=1}^{T_a} \log(i)\right) + T_a + (\beta_a - 1 - (\alpha_a + T_a)) * (1 + \log(T_a))\right]$$

donde la sumatoria corresponde al ciclo de las líneas 4 a 6, el término  $T_a$  corresponde a la línea 8 y el resto a las líneas 11 a 23. Considerando que  $T_a \leq \beta_a - \alpha_a$ , una cota menos fina para la complejidad es

$$\mathcal{O}((\beta_a - \alpha_a) * \log(T_a))$$

Por otro lado, puede lograrse una complejidad espacial auxiliar de  $\mathcal{O}(T_a)$ .

A continuación presentamos la otra variante que utiliza más memoria adicional. La misma puede ser temporalmente más eficiente para casos en los que el número de artefactos es muy elevado y se repiten los intervalos de posible funcionamiento, dado que aprovecha una componente independiente de los parámetros relativos a la disconformidad de cada artefacto.

Dicha componente consiste en que dados  $\alpha_a$ , el instante de posible comienzo de funcionamiento de un artefacto  $a$ ,  $\beta_a$ , su máximo instante posible de finalización de funcionamiento y

$T_a$  la duración del mismo, encontrar los intervalos de funcionamiento óptimo facilita la tarea para artefactos con los mismos parámetros de comienzo y duración pero con anterior tiempo de finalización posible.

Esto se debe a que en el proceso de resolución del problema para la combinación  $(\alpha_a, \beta_a, T_a)$  es posible calcular, para cada instante posible de finalización  $t$ , el mínimo costo económico y los períodos de uso asociados, como se vio en el algoritmo anterior.

Así, dado un artefacto  $a'$  con parámetros  $\alpha_{a'} = \alpha_a$ ,  $T_{a'} = T_a$  y  $\beta_{a'} \leq \beta_a$ , deberían evaluarse los instantes posibles de finalización  $t_{a'}$  comprendidos en  $\{\alpha_a + T_a, \dots, \beta_{a'}\}$ . Para cada uno se calcularía el costo global a partir del costo económico asociado a la duración  $T_a$  y de la disconformidad debido al instante de finalización de la actividad  $t_a$ .

En esta variante se cuenta con dos diccionarios. Uno contiene la solución económicamente óptima para cada combinación  $(\alpha, t, T)$  de posible inicio de funcionamiento ( $\alpha$ ), instante de posible finalización de la actividad ( $t$ ) y duración ( $T$ ). El otro contiene el máximo  $t$  para cada  $\alpha$  y  $T$ , dado que desde esta solución se seguirán sacando y agregando intervalos para construir las soluciones con finalizaciones posteriores.

Se presenta en el algoritmo 5 la solución con mayor almacenamiento de información.

Nuevamente, como vale  $T_a \leq \beta_a - \alpha_a$ , con una implementación eficiente puede obtenerse una cota para la complejidad temporal de

$$\mathcal{O}((\beta_a - \alpha_a) * T_a)$$

Si bien la complejidad para un artefacto es peor que la de la variante anterior, la motivación está en la aplicación a escenarios con una gran cantidad de artefactos. Además, en caso de que las estructuras ya tengan la información almacenada, la complejidad será la de evaluar los costos para los  $\beta_a - (\alpha_a + T_a)$  posibles momentos de finalización sumada a la de copiar la solución óptima:

$$\mathcal{O}((\beta_a - (\alpha_a + T_a)) + T_a)$$

**Algoritmo 5:** CUÁNDOFUNCIONARCONINTERRUPCIONESPDCONMEMORIA

---

```

1 costoTotalÓptima  $\leftarrow \infty$ 
2  $t_a$ DefinidoMaximo  $\leftarrow taMaxParaAlfaTa[\alpha_{a1}][T_{a1}]$ 
3 crear solución vacía  $s$ 
4 si  $t_a$ DefinidoMaximo = 0 entonces
5   para  $t \leftarrow \alpha_{a1} \dots \alpha_{a1} + T_{a1} - 1$  hacer
6     | agregar  $t$  a  $s$ 
7   fin
8   soluciones $[\alpha_{a1}][\alpha_{a1} + T_{a1}][T_{a1}] \leftarrow s$ 
9    $t_a$ DefinidoMaximo  $\leftarrow \alpha_{a1} + T_{a1}$ 
10   $t_a$ Ópt  $\leftarrow \alpha_{a1} + T_{a1}$ 
11  costoTotal  $\leftarrow \alpha_1 * s.costoEconomico * r_{a1}$ 
12  costoTotalÓptima  $\leftarrow costoTotal$ 
13 fin
14 para  $ta \leftarrow \alpha_{a1} + T_{a1} \dots \min(\beta_{a1}, t_a$ DefinidoMaximo) hacer
15   | evaluar el costo total de usar la mejor solución que termina en  $ta$ 
16   | si es mejor que la mejor vista hasta el momento entonces
17     | registrar que la mejor hasta el momento termina en  $ta$ 
18     | actualizar el costo total de la mejor hasta el momento
19   | fin
20 fin
21 si  $t_a$ DefinidoMaximo <  $\beta_a$  entonces
22   |  $s \leftarrow soluciones[\alpha_{a1}][t_a$ DefinidoMaximo][ $T_{a1}$ ]
23 fin
24 para  $t \leftarrow t_a$ DefinidoMaximo  $\dots \beta_{a1} - 1$  hacer
25   | sacar de  $s$  un intervalo de precio máximo entre aquellos de  $s$ 
26   | agregar  $t$  a  $s$ 
27   | soluciones $[\alpha_{a1}][t + 1][T_{a1}] \leftarrow s$ 
28   | costoTotal  $\leftarrow \alpha_1 * s.costoEconomico * r_{a1} +$ 
29     | CALCULARDISCONFORMIDAD $A1(a1, t + 1)$ 
30   | si costoTotal < costoTotalÓptima entonces
31     |  $t_a$ Ópt  $\leftarrow t + 1$ 
32     | costoTotalÓptima  $\leftarrow costoTotal$ 
33   | fin
34 fin
35  $taMaxParaAlfaTa[\alpha_{a1}][T_{a1}] \leftarrow \max(\beta_{a1}, t_a$ DefinidoMaximo)
36 obtener solución óptima  $sOpt \leftarrow soluciones[\alpha_{a1}][t_a$ Ópt][ $T_{a1}$ ]
37 devolver costoTotalÓptima e intervalos de uso de  $sOpt$ 

```

---

### 3.4. Resultados computacionales

Con el fin de comparar las soluciones obtenidas para el nuevo escenario y los distintos algoritmos, utilizamos los mismos dispositivos considerados previamente, conservando las especificaciones ya detalladas en la Sección 2.4 Generación de instancias, así como las mismas instancias de complejos residenciales. Asimismo, se mantuvieron los precios.

En los gráficos las líneas continuas se corresponden a escenarios sin interrupciones y las líneas punteadas a escenarios con interrupciones. Contando con algoritmos de programación dinámica, el algoritmo de *backtracking* fue excluido de la experimentación puesto que, en general, los algoritmos de *backtracking* realizan más cálculos y son más ineficientes que aquellos de programación dinámica, hecho que fue comprobado en este caso mediante pruebas preliminares. Además, por cómo implementamos los algoritmos, siempre eligen las soluciones con menor tiempo de finalización, y ante intervalos de igual precio se selecciona el más temprano. Entonces, como es de esperarse, todas las métricas relativas a la composición de las soluciones (por ejemplo, factura eléctrica) y no a la obtención de las mismas (como tiempo de ejecución) resultaron igual para las variantes de algoritmos para el escenario con interrupciones.

Por otro lado, los resultados para esas mismas métricas para el modo confort no variaron entre el escenario sin interrupciones y con interrupciones. Esto tiene sentido dado que en dicho modo todos los artefactos buscan finalizar su actividad lo antes posible, y eso se logra si la misma empieza cuanto antes sea posible y en ningún momento se interrumpe el funcionamiento. Por esto, el análisis para estas métricas al comparar la incorporación de las interrupciones se realiza para los otros modos de funcionamiento. Esto se comprueba en los gráficos, en los que para el modo confort la línea continua de etiqueta “SI - C”, que es aquella para el escenario sin interrupciones, se superpone con la no continua etiquetada “I - C”, que corresponde al escenario con interrupciones.

En la figura 3.1 se observa una reducción en el valor de la función objetivo, que surge casi en su totalidad de la merma en el costo de la factura eléctrica, como muestran las figuras 3.2 y 3.3.

La figura 3.4 muestra que el pico de demanda energética aumentó para el modo balance al agregar interrupciones pero disminuyó para el modo económico. Esto podría deberse a que el modo balance distribuyera el funcionamiento entre menos intervalos más económicos porque a partir de cierto momento la disconformidad pasara a ser muy alta.

Dado que para un mismo modo de funcionamiento el consumo energético total es el mismo con y sin interrupciones, las diferencias en los picos de demandas se tradujeron a variaciones en la razón demanda pico a promedio, como puede observarse en la figura 3.5. Al contrario de lo que sucede en el escenario sin interrupciones, en el escenario con interrupciones el modo económico presenta menor demanda pico que el modo balance. Aun así, al igual que ocurre en el modo sin interrupciones, obtiene mayor razón entre la demanda pico y el promedio. Nuevamente, esto se justifica a partir de la diferencia de consumo energético total entre ambos modos. Cabe destacar que el aumento para el modo balance en la relación entre la demanda pico y el promedio al agregar interrupciones es menor al decremento de la misma métrica para el modo económico.

En relación a los algoritmos implementados, efectivamente los tiempos de ejecución de los algoritmos para el escenario con interrupciones fueron mayores que para aquel sin, como se evidencia en las figuras 3.6, 3.7 y 3.8. Si bien la diferencia entre el algoritmo evaluado en

el capítulo pasado y aquel presentado en este capítulo sin almacenamiento de información fue notable, la misma se redujo más de la mitad al comparar con el algoritmo con almacenamiento de información. Además, las figuras 3.9, 3.10 y 3.11 reflejan que la diferencia en el uso de memoria entre todas las variantes fue despreciable considerando los tamaños de las instancias y los recursos de la mayor parte de las computadoras actuales. También vale la pena mencionar que en los gráficos del uso de recursos computacionales las dependencias con la cantidad de residencias tienen aspectos lineales.

Por otro lado, a pesar de que hubo diferencias temporales entre la variante sin interrupciones y aquella con interrupciones que utilizaba estructuras de datos adicionales, la misma se debe a dos factores. Uno se relaciona con el mismo almacenamiento de información en las estructuras. Dado que una vez completas, sus tamaños no dependen de la cantidad de artefactos, la contribución al tiempo de ejecución sería eventualmente despreciable al considerar más residencias. Esto se condice con el hecho de que la complejidad calculada para el algoritmo en el caso de que la información ya esté presente sea casi igual a aquella del algoritmo para el caso sin interrupciones. El otro factor está vinculado al hecho de que almacenar la información para reportar la solución en el escenario sin interrupciones sólo consiste en guardar, por ejemplo, el momento de finalización de cada artefacto, dado que de ese dato se desprenden los intervalos de uso. Esto no es cierto para el caso con interrupciones, que requiere preservar todos los intervalos de uso de cada artefacto.

Aunque la incorporación de interrupciones probó ser ventajosa con respecto a diversas métricas, la demanda pico y la razón demanda pico a promedio empeoraron para el modo balance. Además, si bien no ocurrió en estos casos, el modo económico podría elegir para el funcionamiento de numerosos artefactos aquellos intervalos en los que la energía fuera más barata, y así crear picos muy elevados de demanda energética. Por su parte, al igual que antes, el modo confort podría usar energía desmedidamente, también generando picos.

Resulta así interesante el agregado al modelo de las ya mencionadas cotas de consumo energético sobre cada intervalo para evitar el sobredimensionamiento de las redes eléctricas, que es el objeto de estudio del capítulo siguiente.

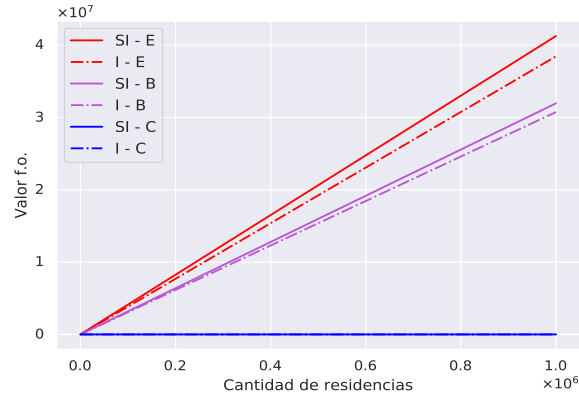


Fig. 3.1: Valor de la función objetivo para cada modo en función de la cantidad de residencias de los distintos complejos.

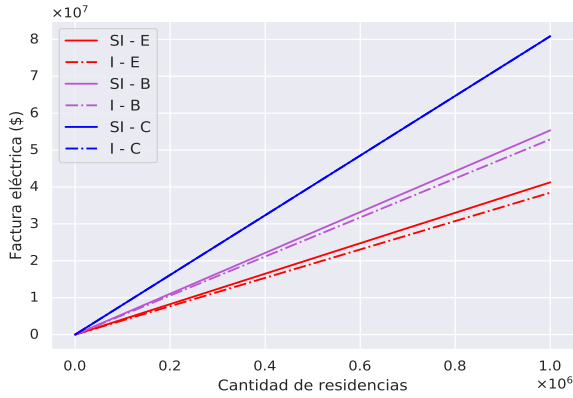


Fig. 3.2: Costo de la factura energética para cada modo en función de la cantidad de residencias de los distintos complejos.

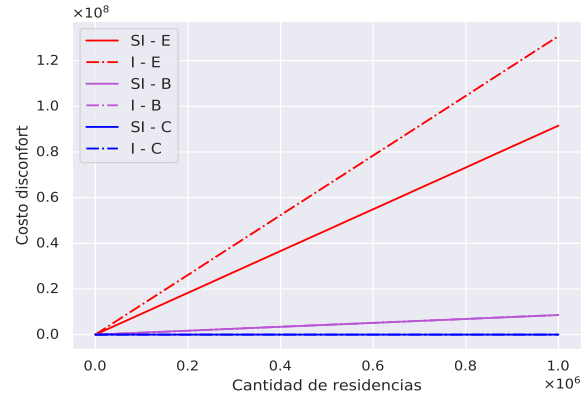


Fig. 3.3: Costo de la disconformidad para cada modo en función de la cantidad de residencias de los distintos complejos.

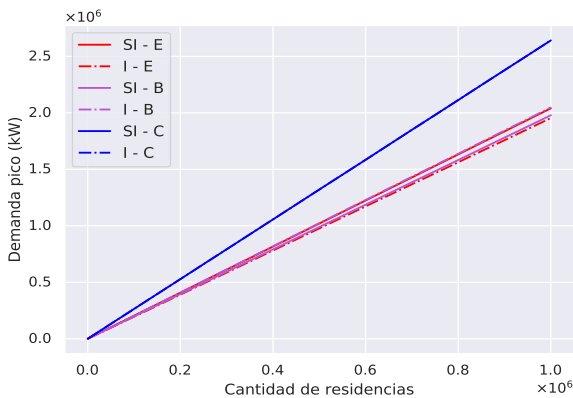


Fig. 3.4: Máxima demanda energética para cada modo en función de la cantidad de residencias de los distintos complejos.

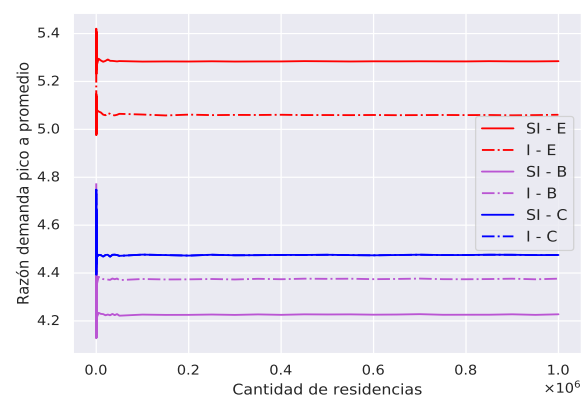


Fig. 3.5: Relación entre la máxima demanda energética y el promedio para cada modo en función de la cantidad de residencias de los distintos complejos.



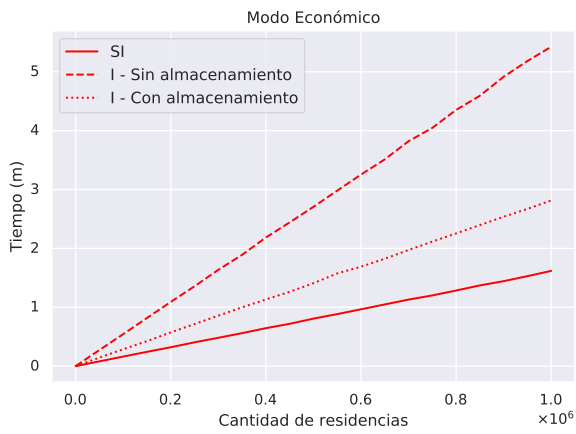


Fig. 3.6: Tiempo de ejecución para el modo económico en función de la cantidad de residencias de los distintos complejos.

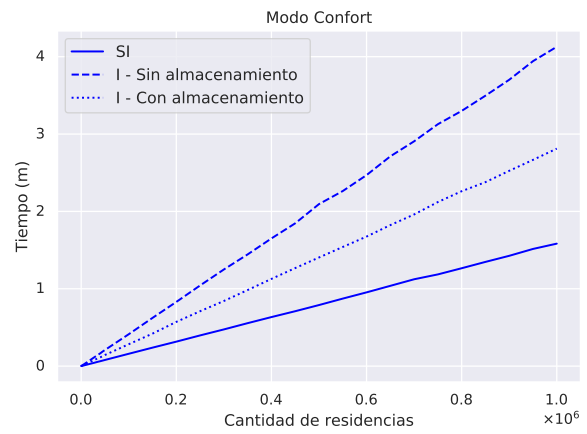


Fig. 3.7: Tiempo de ejecución para el modo confort en función de la cantidad de residencias de los distintos complejos.

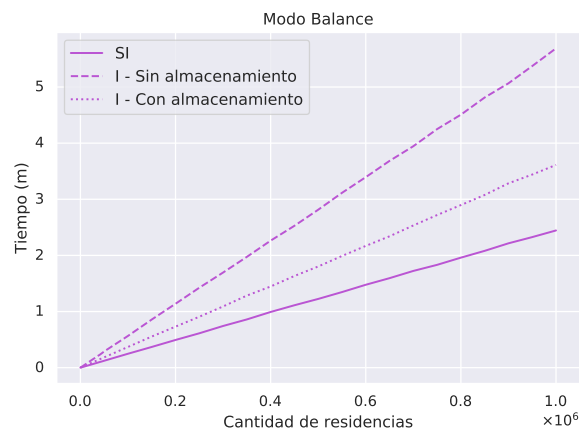


Fig. 3.8: Tiempo de ejecución para el modo balance en función de la cantidad de residencias de los distintos complejos.

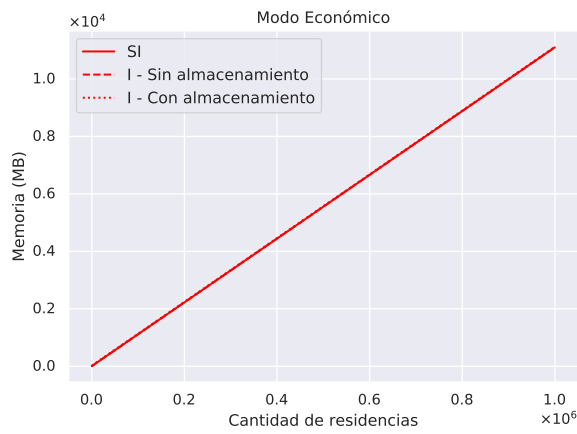


Fig. 3.9: Memoria utilizada para el modo económico en función de la cantidad de residencias de los distintos complejos.

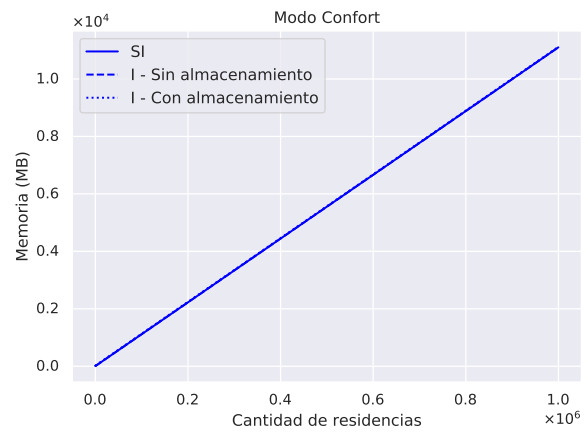


Fig. 3.10: Memoria utilizada para el modo confort en función de la cantidad de residencias de los distintos complejos.

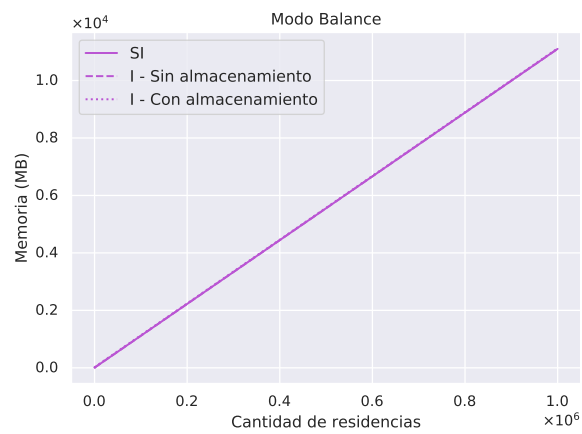


Fig. 3.11: Memoria utilizada para el modo balance en función de la cantidad de residencias de los distintos complejos.

## 4. COTA DE CONSUMO PARA CADA INTERVALO

Como alegamos en el capítulo anterior, sería razonable que se impusieran cotas de consumo energético en los intervalos. Así, habría que agregar restricciones para imponer que en cada intervalo  $t$  la suma de los consumos de los artefactos no excediera el consumo permitido  $c^t$ :

$$\sum_{a \in \mathcal{A}_1 \cup \mathcal{A}_2} x_a^t \leq c^t$$

La imposición de dichas cotas modifica sustancialmente las posibles formas de resolución: la independencia entre los artefactos con la que se contaba antes se convierte en una fuerte dependencia entre los mismos dada por las desigualdades recién expuestas.

Dada la aparente dificultad de este problema, los algoritmos exactos son, por ahora, ineficientes por propiedades intrínsecas al mismo: el problema de decisión asociado pertenece a la clase NP-difícil, como veremos a continuación. Así, además de algoritmos exactos, en este capítulo también proponemos diversas heurísticas. Salvo para casos particulares, estas se exhiben tanto para el modelo con interrupciones como para aquel que no las permite, dado que puede haber artefactos con tecnologías anteriores.

### 4.1. Demostración de pertenencia a NP-difícil

El problema de *bin packing* consiste en, dado un conjunto de  $n$  elementos con tamaños  $a_1, \dots, a_n \in \mathbb{Z}_{>0}$  y recipientes con capacidad  $C \in \mathbb{Z}$ , encontrar la mínima cantidad de recipientes necesarios para ubicar todos los elementos sin exceder las capacidades. El problema de decisión de *bin packing*, que es NP-completo [13], se plantea de la siguiente manera: dado el parámetro adicional  $k \in \mathbb{Z}$ , ¿existe una solución que utilice a lo sumo  $k$  recipientes?

El problema de minimización que se resuelve en esta sección en particular resuelve el problema de factibilidad sin artefactos de  $\mathcal{A}_2$  que, como se argumenta a continuación, puede obtenerse del problema de decisión de *bin packing* a partir de una reducción polinomial.

Dado el interrogante del problema de decisión de *bin packing*, supóngase que se tiene una instancia del problema de factibilidad con exactamente  $k$  intervalos, todos ellos con cota de consumo  $C$ . Además, hay  $n$  artefactos con consumos fijos  $a_1, \dots, a_n$  que pueden funcionar en cualquiera de los  $k$  intervalos y deben funcionar en exactamente uno. La instancia es factible si y sólo si pueden programarse los artefactos para funcionar cada uno en exactamente un intervalo de modo que en cada intervalo la suma de los consumos de los artefactos que funcionan en él no exceda la cota de consumo permitido. Esto ocurre si y sólo si la respuesta al problema de decisión de *bin packing* es afirmativa.

En vista de que los artefactos funcionan en exactamente un intervalo, esta demostración cubre tanto el escenario con interrupciones como aquel sin interrupciones.

## 4.2. Algoritmos exactos

Dado que no teníamos esperanzas de diseñar algoritmos exactos que presentaran complejidad temporal polinomial, elaboramos e implementamos dos algoritmos exactos no polinomiales que se detallan a continuación.

### 4.2.1. Exacto: *Backtracking-QP*

Diseñamos un algoritmo exacto empleando *backtracking* y programación cuadrática. Este se basa en la idea de realizar el *backtracking* entre artefactos de  $\mathcal{A}_1$  para conseguir todas las combinaciones factibles para ellos, y para cada una de ellas resolver el funcionamiento de los artefactos de  $\mathcal{A}_2$  con programación cuadrática sobre el siguiente modelo.

$$\begin{aligned}
& \text{mín} && \sum_{a \in \mathcal{A}_2} \sum_{t=\alpha_a}^{\beta_a-1} (\alpha_1 p^t x_a^t + \alpha_2 \omega_a^t (x_a^t - \hat{x}_a^t)^2) \\
\text{s.a.} &&& -x_a^t \leq -r_a^{\min} && a \in \mathcal{A}_2, t \in \{\alpha_a, \dots, \beta_a - 1\} \\
&&& x_a^t \leq r_a^{\max} && a \in \mathcal{A}_2, t \in \{\alpha_a, \dots, \beta_a - 1\} \\
&&& x_a^t = 0 && a \in \mathcal{A}_2, t \in \mathcal{T} - \{\alpha_a, \dots, \beta_a - 1\} \\
&&& \sum_{a \in \mathcal{A}_2} x_a^t \leq c^t - \sum_{a \in \mathcal{A}_1} x_a^t && t \in \mathcal{T} \\
\text{variables} &&& x_a^t \in \mathbb{R}_{\geq 0} && a \in \mathcal{A}_2, t \in \mathcal{T}
\end{aligned}$$

Nuevamente, las restricciones sobre las potencias mínimas y máximas sólo deben considerarse en ciertos casos.

Más aún, ese problema puede resolverse encontrando las soluciones de varios subproblemas que surgen de considerar los distintos intervalos por separado, dado que son independientes. Es decir, si  $\mathcal{A}_2^t$  designa el conjunto de los artefactos de  $\mathcal{A}_2$  que funcionan en el intervalo  $t$ , formalmente definido como  $\mathcal{A}_2^t := \{a \in \mathcal{A}_2 \mid \alpha_a \leq t < \beta_a\}$ , debe resolverse el siguiente problema para cada intervalo  $t$  en el que funcione algún artefacto de  $\mathcal{A}_2$ .

$$\begin{aligned}
& \text{mín} && \sum_{a \in \mathcal{A}_2^t} (\alpha_1 p^t x_a^t + \alpha_2 \omega_a^t (x_a^t - \hat{x}_a^t)^2) \\
\text{s.a.} &&& -x_a^t \leq -r_a^{\min} && a \in \mathcal{A}_2^t \\
&&& x_a^t \leq r_a^{\max} && a \in \mathcal{A}_2^t \\
&&& \sum_{a \in \mathcal{A}_2^t} x_a^t \leq c^t - \sum_{a \in \mathcal{A}_1} x_a^t \\
\text{variables} &&& x_a^t \in \mathbb{R}_{\geq 0} && a \in \mathcal{A}_2^t
\end{aligned}$$

Tanto estos problemas para cada intervalo  $t$  como aquel que los considera todos juntos son problemas de programación cuadrática cuyas funciones objetivo son convexas, por lo que pueden ser resueltos en tiempo polinomial [29].

Aquí presentamos un pseudocódigo de la idea general del algoritmo. Hay varias podas y mejoras que se comentan en la Subsubsección 4.2.1.1 Implementación.

---

**Algoritmo 6:** BACKTRACKING CON PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA

---

```

1 si se permiten interrupciones entonces
2 | CUÁNDOFUNCIÓNARCONINTERRUPCIONESNUEVOARTEFACTO( )
3 en otro caso
4 | CUÁNDOFUNCIÓNARSININTERRUPCIONESNUEVOARTEFACTO( )
5 fin

```

---



---

**Algoritmo 7:** CUÁNDOFUNCIÓNARCONINTERRUPCIONESNUEVOARTEFACTO

---

```

1 si ya se resolvieron todos los artefactos de  $\mathcal{A}_1$  entonces
2 | RESOLVERARTEFACTOSA2( )
3 en otro caso
4 | elegir  $a_1$  un artefacto de  $\mathcal{A}_1$  que falte resolver
5 | decisionDesde  $\leftarrow \alpha_{a_1}$ 
6 | costoArtefacto  $\leftarrow 0$ 
7 | CUÁNDOFUNCIÓNARCONINTERRUPCIONESNUEVOARTEFACTOREC-COTAS( $a_1$ ,
   | cuandoFuncionaCadaArtefacto[ $a_1$ ], decisionDesde)
8 fin

```

---



---

**Algoritmo 8:** RESOLVERARTEFACTOSA2

---

```

1 resolver con programación cuadrática el modelo en el cual las decisiones de los
   artefactos de  $\mathcal{A}_1$  ya fueron tomadas
2 si costoTotal $\mathcal{A}_1$  + costoTotal $\mathcal{A}_2$  < costoÓptimo entonces
3 | actualizar la información de la solución de costo óptimo
4 fin

```

---

**Algoritmo 9:** CUÁNDOFUNCIÓNARCONINTERRUPCIONESREC-COTAS

---

**Datos:**  $a1 \in \mathcal{A}_1$ ,  
intervalos de uso hasta el momento (intervalosDeUso),  
próximo intervalo elegible (decisiónDesde)

- 1 **si** ya se eligieron  $T_{a1}$  intervalos de funcionamiento **entonces**
- 2 | actualizar costo de la disconformidad sabiendo que terminó el funcionamiento  
en decisiónDesde
- 3 | actualizar costoArtefacto y costoTotalA1 sumando el costo de la  
disconformidad
- 4 | registrar costoArtefacto como el costo de  $a1$  en la solución que se está  
construyendo
- 5 | CUÁNDOFUNCIÓNARCONINTERRUPCIONESNUEVOARTEFACTO( )
- 6 | recuperar en costoArtefacto el costo registrado para  $a1$
- 7 | restar a costoArtefacto y a costoTotalA1 el costo de la disconformidad de  $a1$
- 8 **en otro caso**
- 9 | **si**  $\text{potenciasDisponibles}[\text{decisiónDesde}] \geq r_{a1}$  **entonces**
- 10 | agregar decisiónDesde a intervalosDeUso
- 11 | restar  $r_{a1}$  a  $\text{potenciasDisponibles}[\text{decisiónDesde}]$
- 12 | sumar a costoTotalA1 y a costoArtefacto el costo económico de que  $a1$   
funcione en el intervalo decisiónDesde
- 13 | CUÁNDOFUNCIÓNARCONINTERRUPCIONESNUEVOARTEFACTOREC-  
COTAS( $a1$ , intervalosDeUso, decisionDesde + 1)
- 14 | borrar decisiónDesde de intervalosDeUso
- 15 | sumar  $r_{a1}$  a  $\text{potenciasDisponibles}[\text{decisiónDesde}]$
- 16 | restar a costoTotalA1 y a costoArtefacto el costo económico de que  $a1$   
funcione en el intervalo decisiónDesde
- 17 | **fin**
- 18 | **si** puede no usarse el intervalo decisiónDesde **entonces**
- 19 | CUÁNDOFUNCIÓNARCONINTERRUPCIONESNUEVOARTEFACTOREC-  
COTAS( $a1$ , intervalosDeUso, decisionDesde + 1)
- 20 | **fin**
- 21 **fin**

---

Una cota superior para el costo temporal del algoritmo entero para el escenario con interrupciones es

$$\left( \prod_{a \in \mathcal{A}_1} \binom{\beta_a - \alpha_a}{T_a} \right) * (\text{costo}(\text{resolver QP}) + \text{costo}(\text{actualizar óptimos}))$$

**Algoritmo 10: CUÁNDOFUNCIONARSININTERRUPCIONESNUEVOARTEFACTO**


---

```

1 si ya se resolvieron todos los artefactos de  $\mathcal{A}_1$  entonces
2 | RESOLVERARTEFACTOSA2( )
3 en otro caso
4 | elegir  $a_1$  un artefacto de  $\mathcal{A}_1$  que falte resolver
5 |  $t \leftarrow \alpha_{a_1}$ 
6 | mientras  $t$  sea un posible intervalo de inicio de funcionamiento hacer
7 | | costoEconomico  $\leftarrow 0$ 
8 | |  $h \leftarrow t$ 
9 | | mientras  $h < t + T_{a_1} \wedge \text{potenciasDisponibles}[h] \geq r_{a_1}$  hacer
10 | | | sumar  $\alpha_1 * p^h * r_{a_1}$  a costoEconomico
11 | | |  $h \leftarrow h + 1$ 
12 | | fin
13 | | si se consiguieron  $T_{a_1}$  intervalos desde  $t$  para la solución entonces
14 | | | descontar  $r_{a_1}$  de las potencias disponibles para esos intervalos salvo
15 | | | para el último
16 | | |  $h \leftarrow h - 1$ 
17 | | | mientras  $h < \beta_{a_1} \wedge \text{potenciasDisponibles}[h] \geq r_{a_1}$  hacer
18 | | | | si es la primera iteración entonces
19 | | | | | descontar  $r_{a_1}$  de las potencias disponibles para el intervalo  $h$ 
20 | | | | en otro caso
21 | | | | | sumar  $\alpha_1 * p^h * r_{a_1}$  a costoEconomico
22 | | | | | restar  $r_{a_1}$  de las potencias disponibles para el intervalo  $h$ 
23 | | | | | restar  $\alpha_1 * p^{h-T_{a_1}} * r_{a_1}$  a costoEconomico
24 | | | | | sumar  $r_{a_1}$  a las potencias disponibles para el intervalo  $h - T_{a_1}$ 
25 | | | | fin
26 | | | | registrar en costosArtefactos $\mathcal{A}_1[a_1]$  el costo total del artefacto
27 | | | | registrar en intervalosFinalización $\mathcal{A}_1[a_1]$  el instante de finalización
28 | | | | sumar a costoTotal $\mathcal{A}_1$  el costo del artefacto
29 | | | | CUÁNDOFUNCIONARSININTERRUPCIONESNUEVOARTEFACTO( )
30 | | | | restar a costoTotal $\mathcal{A}_1$  el costo del artefacto
31 | | | |  $h \leftarrow h + 1$ 
32 | | | | fin
33 | | | | sumar  $r_{a_1}$  a las potencias disponibles para  $h - T_{a_1} \dots h - 1$ 
34 | | | fin
35 | | fin
36 fin

```

---

Para el escenario sin interrupciones, los  $T_a$  intervalos de las soluciones son contiguos y la cota superior para el costo temporal resulta

$$\left( \prod_{a \in \mathcal{A}_1} (\beta_a - (\alpha_a + T_a)) \right) * (\text{costo}(\text{resolver QP}) + \text{costo}(\text{actualizar óptimos}))$$

#### 4.2.1.1 Implementación

Dado el elevado costo computacional, incorporamos varias podas en la implementación.

Por un lado, antes de empezar a resolver las configuraciones de los  $\mathcal{A}_1$  se resta a la potencia disponible de cada intervalo la suma de los consumos energéticos mínimos requeridos por los artefactos de  $\mathcal{A}_2$ . Esto permitirá realizar podas al no considerar configuraciones de artefactos de  $\mathcal{A}_1$  que no dejen suficiente potencia disponible necesitada por los de  $\mathcal{A}_2$  dado que esas mínimas potencias requeridas son comunes a todas las soluciones factibles.

Por otro lado, otra poda está basada en obtener el mínimo costo posible de los  $\mathcal{A}_2$  (sin considerar los  $\mathcal{A}_1$ ) así como el costo óptimo de cada artefacto de  $\mathcal{A}_1$  sólo teniendo en cuenta las mínimas potencias requeridas por los  $\mathcal{A}_2$  (el algoritmo 11, detallado en la Subsección 4.3.1 Familia  $\mathcal{A}_1\mathcal{A}_2$ , resuelve esta última parte). La suma de estos valores establece una cota inferior para el costo óptimo global. Cuando va a comenzar a resolverse un artefacto de  $\mathcal{A}_1$  se resta de la cota inferior el valor obtenido previamente para el mismo y luego se van sumando los costos de las decisiones tomadas.

A medida que se toman esas decisiones para cada artefacto, se tiene en cuenta el mínimo costo restante posible para ese artefacto. Al inicio de la llamada recursiva para el artefacto  $a1$  y el intervalo `decisionDesde`, se verifica que el mínimo costo global posible hasta el momento sumado al mínimo costo restante posible para  $a1$  no exceda el costo óptimo de la mejor solución encontrada hasta el momento. Dicho mínimo costo restante posible para  $a1$  es

$$\alpha_1 * ir * p_{min} * r_{a1} + \alpha_2 * disconformidad_{a1}(decisionDesde + ir)$$

donde  $ir$  es la cantidad de intervalos de funcionamiento de  $a1$  que falta definir cuándo se dan,  $p_{min}$  es el mínimo precio en el rango  $[decisionDesde, \beta_{a1})$  y  $disconformidad_a(t)$  es la disconformidad para  $a$  por terminar en el intervalo  $t$ . Es decir, se suma de forma pesada la disconformidad para el momento más temprano factible de terminación en función de la cantidad de intervalos de funcionamiento que falta definir, con dicha cantidad de intervalos multiplicada por el consumo del artefacto y el mínimo precio de la energía que podrían tener esos intervalos. Con más cálculos y más uso de memoria se podría mejorar el valor  $ir * p_{min}$  de modo de considerar cuántos intervalos disponibles hubiera con cada precio.

Además, si bien podrían resolverse los  $\mathcal{A}_1$  en distintos órdenes buscando lograr mayor efectividad de las podas, como por ejemplo de mayor a menor consumo, se eligió hacerlo por disconformidad decreciente con una hora de retraso.

Asimismo, también puede acelerarse la ejecución obteniendo una cota superior para el costo óptimo a partir de las heurísticas diseñadas.

Como dato adicional, los modelos matemáticos de este algoritmo, así como todos los resueltos en esta tesis, se resolvieron utilizando CPLEX 12.7.1.

#### 4.2.2. Exacto MIP

Para este algoritmo se emplea CPLEX para buscar todas las soluciones factibles del problema y para cada una se calcula el costo con la función objetivo original. Para la primera parte se utiliza el modelo matemático del problema reemplazando la función objetivo por una nula dado que CPLEX sólo resuelve problemas lineales o cuadráticos.

La desventaja de este algoritmo, además del muy elevado tiempo de ejecución, es que el *solver* posiblemente no llega a conseguir todas las soluciones. Además, aun si consiguiera



la totalidad de ellas, sería peor evaluarlas todas en lugar de evaluar un subconjunto propio como se espera que ocurra en el algoritmo anterior.

Por otro lado, este algoritmo sería ventajoso en caso de que el *solver* fuera significativamente más rápido para obtener las soluciones factibles y, aun calculando el costo de todas, el tiempo de ejecución total fuera menor.

### 4.3. Heurísticas

Con otro enfoque, planteamos 5 familias de heurísticas que son el objeto de estudio de esta sección. Como introducción, a continuación mencionamos brevemente la idea fundamental de cada familia.

La primera de ellas, la familia  $\mathcal{A}_1\mathcal{A}_2$ , se basa en resolver los artefactos de  $\mathcal{A}_1$  en algún orden y posteriormente los  $\mathcal{A}_2$  con programación cuadrática. La segunda, la familia  $\mathcal{A}_2\mathcal{A}_1$ , consiste en resolver los artefactos de  $\mathcal{A}_2$  y luego los de  $\mathcal{A}_1$ .

Por otra parte, otra familia es la de las heurísticas reacomodadoras, cuyo nombre proviene de que intentan resolver el problema ignorando las cotas de consumo y más tarde reacomodando los artefactos de modo de respetarlas.

La familia MIQP se compone de una heurística que altera la función objetivo de modo de resolver un problema de programación cuadrática entera mixta con la esperanza de obtener una buena solución para el problema original.

Por último, hay otra familia con la heurística *Aleatorio-QP* cuya idea es generar una gran cantidad de soluciones construyéndolas aleatoriamente y conservar la óptima encontrada.

#### 4.3.1. Familia $\mathcal{A}_1\mathcal{A}_2$

Esta familia está fundada por el deseo de priorizar las decisiones sobre el funcionamiento de los artefactos de  $\mathcal{A}_1$  por sobre los de  $\mathcal{A}_2$ . Esto se debe a que, en ciertas ocasiones, cuándo se usan ciertos dispositivos es prioritario y se relega cómo funcionan ciertos otros. Por ejemplo, puede no sentirse la diferencia de un grado en el aire acondicionado pero ser importante poder usar la computadora en cierta franja horaria.

Así, la idea general consiste en resolver los artefactos de  $\mathcal{A}_1$  en algún orden y luego utilizar CPLEX para resolver los de  $\mathcal{A}_2$ .

Para ello, deben adecuarse los algoritmos presentados anteriormente para determinar en qué intervalos debe estar activo cierto dispositivo. A continuación mostramos el algoritmo para el escenario con interrupciones utilizando programación dinámica, aquel para el caso sin interrupciones se omite por su similitud con el algoritmo 10. Dado que ahora hay cotas para los consumos en los distintos intervalos, la variante del algoritmo de programación dinámica con mayor uso de memoria ya no aplica a esta situación.

**Algoritmo 11: CUÁNDOFUNCIONARCONINTERRUPCIONESPD-COTAS**


---

```

1 crear dos soluciones vacías  $s$  y  $sOpt$ 
2  $t \leftarrow \alpha_a$ 
3 mientras no se haya conseguido una solución y  $t < \beta_a$  hacer
4   | si  $potenciasDisponibles[t] \geq r_a$  entonces
5   |   | agregar  $t$  a  $s$ 
6   |   fin
7   |    $t \leftarrow t + 1$ 
8   fin
9 si no se consiguió una solución entonces
10 | devolver costo infinito
11 fin
12 registrar la solución en  $sOpt$  y su costo como costo óptimo
13 mientras  $t < \beta_a$  hacer
14 |   | si  $potenciasDisponibles[t] \geq r_a$  entonces
15 |   |   | sacar de  $s$  un intervalo de precio máximo entre aquellos de  $s$ 
16 |   |   | agregar  $t$  a  $s$ 
17 |   |   | calcular el costo total
18 |   |   | si es menor que el óptimo hasta el momento entonces
19 |   |   |   | actualizar el costo óptimo y  $sOpt$ 
20 |   |   |   fin
21 |   |   fin
22 |   |    $t \leftarrow t + 1$ 
23 |   fin
24 devolver costo óptimo e intervalos de uso de  $sOpt$ 

```

---

Este algoritmo puede modificarse levemente para implementarse con complejidad temporal

$$\mathcal{O}(\beta_a + T_a + (\beta_a - \alpha_a) * \log(T_a))$$

En cuanto a la implementación de las heurísticas, primero se restan las potencias mínimas requeridas por los  $\mathcal{A}_2$  a las potencias disponibles para cada intervalo.

Luego se elige algún orden para resolver los aparatos de  $\mathcal{A}_1$  y cada uno se resuelve de forma óptima según las potencias disponibles. Los mismos pueden ser resueltos en varios órdenes:

- aleatorio,
- según consumo decreciente,
- según disconformidad decreciente con  $k$  horas de retraso,
- o según duración decreciente.

Finalmente, se resuelven las máquinas de  $\mathcal{A}_2$  con un *solver* sobre el modelo reducido de programación cuadrática en el cual sólo falta tomar decisiones sobre los artefactos de potencia regulable. Dado que los consumos disponibles para cada intervalo fueron reducidos por los funcionamientos de los elementos de  $\mathcal{A}_1$ , posiblemente resolver el modelo sea más eficiente porque los rangos de posibilidades para los  $\mathcal{A}_2$  son más chicos.

Este algoritmo puede implementarse con costo temporal del orden de

$$\sum_{a \in \mathcal{A}_2} (\beta_a - \alpha_a) + |\mathcal{A}_1| + \sum_{a \in \mathcal{A}_1} (\beta_a - \alpha_a) * \log(T_a) + \text{costo}(\text{resolver QP})$$

para la variante de ordenamiento aleatorio, mientras que para el resto es

$$\sum_{a \in \mathcal{A}_2} (\beta_a - \alpha_a) + |\mathcal{A}_1| * \log(|\mathcal{A}_1|) + \sum_{a \in \mathcal{A}_1} (\beta_a - \alpha_a) * \log(T_a) + \text{costo}(\text{resolver QP})$$

En ambos casos resulta polinomial dado que, como ya se mencionó antes, el problema de programación cuadrática presenta una función objetivo convexa.

De todos modos, falta realizar una aclaración. Si bien puede pensarse que el ordenamiento aleatorio presenta una desventaja por no estar amparado por ningún criterio, su naturaleza permite obtener resultados posiblemente muy distintos para varias ejecuciones. Por lo tanto, el uso de esa variante de ordenamiento tendría sentido si se probara con distintos órdenes aleatorios, lo que implicaría multiplicar el costo expuesto por tantas veces como se ordenaran de forma aleatoria los artefactos.

En esta tesis elegimos fijar el número de órdenes aleatorios en 1000, y la variante que ordenaba por disconformidad decreciente lo hizo según la disconformidad de 2 horas de retraso.

Nos referiremos a las heurísticas de esta familia, según el orden de resolución de los artefactos de  $\mathcal{A}_1$ , como *A1-Al+A2* (aleatorios), *A1-Cons+A2* (consumo), *A1-Disc+A2* (disconformidad) y *A1-Dur+A2* (duración).

### 4.3.2. Familia $\mathcal{A}_2\mathcal{A}_1$

De forma contraria a lo que ocurre en la familia anterior, en esta se favorece la mayor similitud con las condiciones óptimas para los artefactos de  $\mathcal{A}_2$  en desmedro de la optimalidad de los de  $\mathcal{A}_1$ . La justificación de esta decisión es que en ciertas circunstancias la diferencia en el modo de funcionamiento de algunos dispositivos es más influyente que el momento de funcionamiento de otros. Por ejemplo, si la cinta de correr se mueve lentamente no necesariamente sirve para determinados entrenamientos, así como una mesa de hidromasaje que trabaja con poca potencia puede no ser lo más adecuado para aliviar contracturas.

Al igual que en la familia anterior, lo primero que se hace en el algoritmo es restar las potencias mínimas requeridas por los  $\mathcal{A}_2$  a las potencias disponibles para cada intervalo. Para concretar el algoritmo falta definir la forma de resolución de los  $\mathcal{A}_2$  y aquella para los  $\mathcal{A}_1$ .

Para decidir sobre el funcionamiento de los dispositivos de potencia regulable presentamos dos opciones.

La primera consiste en que para cada intervalo los artefactos se resuelvan de forma óptima de acuerdo a la función cuadrática y a las potencias disponibles. Esto se realiza en orden decreciente utilizando como criterio de comparación el costo que tendrían usando la mitad de la potencia deseada:

$$\alpha_1 p^t \frac{\hat{x}_a^t}{2} + \alpha_2 \omega_a^t \frac{\hat{x}_a^t}{4}$$

La segunda halla la solución del problema de programación cuadrática entera mixta que surge de eliminar el término de la función objetivo que corresponde a los  $\mathcal{A}_1$ . De esta manera, debido a que se conservan las restricciones relativas a esa clase de artefactos, se garantiza que las decisiones tomadas sobre los  $\mathcal{A}_2$  son óptimas entre aquellas que permiten encontrar una solución para los  $\mathcal{A}_1$ , a diferencia de lo que ocurre en la variante anterior.

Por otra parte, posteriormente se pasa a la etapa de resolución de los artefactos de  $\mathcal{A}_1$ , en la cual se utilizan los consumos disponibles consecuentes de las decisiones tomadas para los artefactos de  $\mathcal{A}_2$ . Nuevamente hay dos opciones.

La primera es elegir un orden y los algoritmos ya propuestos. Dado que para cada orden el costo temporal es polinomial y ni siquiera requiere un *solver*, como sí ocurría en la familia anterior, en esta tesis se decidió probar con 3000 órdenes aleatorios.

Otra elección posible es resolver el problema de programación lineal entera correspondiente a los  $\mathcal{A}_1$  que surge de linealizar la función objetivo de la siguiente manera

$$\alpha_1 \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{a \in \mathcal{A}_1} p^t x_a^t + \alpha_2 \sum_{a \in \mathcal{A}_1} \rho_a 10 k_a \frac{t_a}{iph}$$

y analizar los costos reales de las soluciones en cierto entorno de la óptima.

De las 4 combinaciones, la única que sabemos con certeza que presenta un costo temporal polinomial con los algoritmos conocidos actualmente es la que combina la primera opción para ambos tipos de dispositivos. Debido a esto se especificaron ciertos parámetros de CPLEX, cuya información puede encontrarse en [1]. Tanto para el problema de programación cuadrática entera mixta como para aquel de programación lineal entera se estableció un límite temporal de ejecución de 10 minutos mediante el parámetro *TimeLimit* y se fijó el parámetro *EpGap* en 0,05. Para el problema de programación lineal entera además se ajustaron los siguientes parámetros:

- *SolnPoolGap* = 0,2
- *SolnPoolIntensity* = 2
- *PopulateLim* = 110

Nombramos a las heurísticas de esta familia en función de los métodos de resolución para cada clase de artefactos. La componente de los  $\mathcal{A}_2$  de cada nombre puede ser *A2-C* (ordenamiento por costo) o *A2-QP* (resolución del problema de programación cuadrática entera mixta). Para la componente de los  $\mathcal{A}_1$  tenemos *A1-Al* (órdenes aleatorios) o *A1-MIP* (resolución del problema de programación lineal entera). Las combinaciones resultan *A2-C+A1-Al*, *A2-C+A1-MIP*, *A2-QP+A1-Al* y *A2-QP+A1-MIP*.

### 4.3.3. Familia Reacomodadoras

Una idea que motiva otra familia de heurísticas es la de que podrían lograrse resultados cercanos al óptimo si se obtuviera la solución óptima dejando de lado las cotas de consumos y se la convirtiera en una factible considerando las cotas.

En particular, en estos algoritmos se realizan cambios sobre los intervalos para los cuales no se respetan las cotas de consumos. Para corregir un intervalo se pueden tomar dos caminos y, por cómo pensamos esos cambios, sólo contamos con estas heurísticas para el escenario con interrupciones.

Un camino, el de la heurística llamada *Reacomodadora Factible*, pone el énfasis en lograr factibilidad. Para ello, primero se disminuyen gradualmente las potencias de los artefactos de  $\mathcal{A}_2$  hasta que se respete la cota del intervalo o todas las potencias mencionadas lleguen a sus mínimos necesarios. Luego, si continúa habiendo exceso de consumo, se remueven artefactos de  $\mathcal{A}_1$  de ese intervalo transfiriéndolos a otros hasta que se cumpla la cota.

El otro camino, correspondiente a la heurística llamada *Reacomodadora Balanceado*, prioriza el balance. Así, no comienza reduciendo los consumos de los artefactos de  $\mathcal{A}_2$  porque no distingue ambos grupos al momento de decidir sobre qué artefacto se va a realizar el ajuste. Una vez elegido el artefacto, como en el camino anterior, si su potencia es regulable entonces la disminuye, y si no la es, lo remueve.

En ambos caminos, el orden en el que se eligen los artefactos considera cuáles son los que mayor *exceso* propio tienen. Es decir, cuán alejadas están aquellas potencias con las que están funcionando de las mínimas que podrían utilizar en ese intervalo. La excepción a esto ocurre en el primer camino cuando ya se han removido todos los artefactos cuyas potencias eran regulables. En ese caso, de ser posible se quitará un artefacto de  $\mathcal{A}_1$  cuya potencia de funcionamiento sea la más similar al exceso de consumo del intervalo entre aquellas mayores al mismo. Si no hubiera artefactos con potencias mayores al exceso, la potencia del artefacto quitado será también la más similar al exceso.

Es claro que si bien la primera alternativa más fácilmente resulta en una solución factible, también presenta un desbalance en perjuicio de los artefactos de  $\mathcal{A}_2$ .

#### 4.3.3.1 Implementación

Para ambas variantes, el primer paso es resolver los artefactos como si no hubiera cotas de consumo con los algoritmos del Capítulo 3 Interrupciones. Luego se registra cuáles son los intervalos para los cuales se excedieron los consumos posibles agregándolos a un conjunto ordenado.

Además, se tiene un contenedor asociativo ordenado que para cada intervalo (no necesariamente sobrepasado) tiene otro contenedor asociativo ordenado con los distintos valores de excesos de los artefactos que están activos en ese intervalo. Recordemos que llamamos *exceso* de un artefacto  $a$  en un intervalo  $t$  a la diferencia entre la potencia que utiliza en  $t$  y la mínima potencia que podría utilizar en  $t$ . Para los artefactos de  $\mathcal{A}_1$  este valor es  $r_a$  y para los de  $\mathcal{A}_2$  es  $x_a^t - r_a^{min}$  o  $x_a^t$  en función de si vale la restricción  $r_a^{min} \leq x_a^t$  o no. Para cada valor de exceso en el contenedor asociativo ordenado del intervalo  $t$  se tiene un conjunto con los artefactos que comparten ese exceso en dicho intervalo.

En ambas heurísticas de esta familia, las potencias de los  $\mathcal{A}_2$  se disminuyen gradualmente *devolviendo* un 7% del exceso existente al momento de la reducción y actualizando el valor del exceso. Ya que la sucesión de excesos definida por  $e_n = 0,93 e_{n-1}$ , siendo  $e_1$  el exceso original, tiene todos términos positivos si  $e_1 > 0$ , no se alcanzaría una solución si fuera necesario devolver toda la energía consumida por uno de estos artefactos puesto que su exceso nunca llegaría a ser 0. Debido a esto, una vez que se haya devuelto más del 90% del valor del exceso original, la disminución de potencia no será gradual sino absoluta. Además, se tiene garantía de que esto eventualmente ocurrirá teniendo en cuenta que  $\lim_{n \rightarrow \infty} e_n = 0$ .

Además, los intervalos se *corrigen* de mayor a menor, es decir que primero se tratan los intervalos sobrepasados más tardíos. Por esto es que cuando se quiera reacomodar un artefacto de  $\mathcal{A}_1$  para que deje de funcionar en cierto intervalo  $t$ , podrá elegirse otro intervalo

de funcionamiento  $t' > t$  siempre y cuando la potencia disponible en ese nuevo intervalo sea mayor o igual al consumo del artefacto. Este no será un requisito si  $t' < t$  dado que  $t'$  todavía no habrá sido corregido.

Como expresamos previamente, la *Reacomodadora Factible* recién modifica el funcionamiento de los  $\mathcal{A}_1$  si no logró una solución factible cambiando únicamente la actividad de los  $\mathcal{A}_2$ . Su decisión sobre qué artefacto de  $\mathcal{A}_1$  retocar se basa en cuál presenta un consumo más cercano al excedente de consumo energético del intervalo teniendo en cuenta aquellos que no son menores. Si todos son menores, elige el artefacto de consumo más cercano.

De forma contrapuesta, la *Reacomodadora Balanceado* no distingue entre las categorías de los artefactos al momento de decidir sobre cuál transformar las condiciones de funcionamiento, sino que siempre elige un artefacto con el mayor exceso.

Falta precisar cómo se cambian los intervalos de funcionamiento de los artefactos de  $\mathcal{A}_1$ , que es el objetivo del pseudocódigo expuesto a continuación. A modo de resumen, se busca algún intervalo anteponiendo o postergando y se toma la decisión de menor costo.

**Algoritmo 12:** ASIGNARNUEVOINTERVALOSIÉSPOSIBLE

---

**Datos:** artefacto  $a1 \in \mathcal{A}_1$ , intervalo a cambiar  $t$

- 1 seEncontróCandidato  $\leftarrow$  falso
- 2 últimoIntervalo  $\leftarrow$  último intervalo que usa  $a1$
- 3 anteúltimoIntervalo  $\leftarrow$  anteúltimo intervalo que usa  $a1$
- 4 cuántoPuedeMoverse  $\leftarrow$   $\max(\beta_{a1} - 1 - t, t - \alpha_{a1})$
- 5  $d \leftarrow 1$
- 6 **mientras**  $\neg$  seEncontróCandidato  $\wedge d \leq$  cuántoPuedeMoverse **hacer**
  - 7 nuevoIntervaloPostergar  $\leftarrow t + d$
  - 8 costoPostergar  $\leftarrow \infty$
  - 9 **si** nuevoIntervaloPostergar  $< \beta_{a1} \wedge$   
potenciasDisponibles[nuevoIntervaloPostergar]  $\geq r_{a1} \wedge a1$  no usa  
nuevoIntervaloPostergar **entonces**
    - 10 seEncontróCandidato  $\leftarrow$  verdadero
    - 11 costoPostergar  $\leftarrow \alpha_1 * p^{\text{nuevoIntervaloPostergar}} * r_{a1}$
    - 12 **si** nuevoIntervaloPostergar  $>$  últimoIntervalo **entonces**
      - 13 costoPostergar  $\text{-} = \alpha_2 * \text{discomfort}_{a1}(\text{últimoIntervalo} + 1)$
      - 14 costoPostergar  $\text{+} = \alpha_2 * \text{discomfort}_{a1}(\text{nuevoIntervaloPostergar} + 1)$
    - 15 **fin**
  - 16 **fin**
  - 17 nuevoIntervaloAnteponer  $\leftarrow t - d$
  - 18 costoAnteponer  $\leftarrow \infty$
  - 19 **si**  $\alpha_{a1} \leq$  nuevoIntervaloAnteponer  $\wedge a1$  no usa nuevoIntervaloAnteponer  
**entonces**
    - 20 seEncontróCandidato  $\leftarrow$  verdadero
    - 21 costoAnteponer  $\leftarrow \alpha_1 * p^{\text{nuevoIntervaloAnteponer}} * r_{a1}$
    - 22 **si**  $a1$  usa más de un intervalo **entonces**
      - 23 **si**  $t$  es el último intervalo usado por  $a1$  **entonces**
        - 24 costoAnteponer  $\text{-} = \alpha_2 * \text{discomfort}_{a1}(\text{últimoIntervalo} + 1)$
        - 25 **si** nuevoIntervaloAnteponer  $<$  anteúltimoIntervalo **entonces**
          - 26 costoAnteponer  $\text{+} = \alpha_2 * \text{discomfort}_{a1}(\text{anteúltimoIntervalo} + 1)$
        - 27 **en otro caso**
          - 28 costoAnteponer  $\text{+} = \alpha_2 * \text{discomfort}_{a1}(\text{nuevoIntervaloAnteponer} + 1)$
        - 29 **fin**
      - 30 **fin**
      - 31 **en otro caso**
        - 32 costoAnteponer  $\text{-} = \alpha_2 * \text{discomfort}_{a1}(\text{últimoIntervalo} + 1)$
        - 33 costoAnteponer  $\text{+} = \alpha_2 * \text{discomfort}_{a1}(\text{nuevoIntervaloAnteponer} + 1)$
        - 34 **fin**
      - 35 **fin**
      - 36  $d \leftarrow d + 1$
      - 37 **fin**

---

---



---

```

38 si seEncontróCandidato entonces
39   | si costoAnteponer < costoPostergar entonces
40   |   | nuevoIntervalo ← nuevoIntervaloAnteponer
41   |   | en otro caso
42   |   |   | nuevoIntervalo ← nuevoIntervaloPostergar
43   |   |   | fin
44   |   | registrar que a1 ya no funciona en t y sí funciona en nuevoIntervalo
45   |   | sumar ra1 a las potencias disponibles en t y restar en nuevoIntervalo
46   |   | si potenciasDisponibles[t] ≥ 0 entonces
47   |   |   | registrar que el intervalo t ya no está sobrepasado
48   |   |   | fin
49   |   | remover a1 del contenedor asociativo ordenado del intervalo t
50   |   | agregar a1 al contenedor asociativo ordenado del intervalo nuevoIntervalo
51   |   | si potenciasDisponibles[nuevoIntervalo] < 0 entonces
52   |   |   | registrar que el intervalo nuevoIntervalo ahora está sobrepasado
53   |   |   | fin
54   |   | en otro caso
55   |   |   | remover a1 del contenedor asociativo ordenado del intervalo t
56   |   |   | fin
57   |   | devolver seEncontróCandidato

```

---

#### 4.3.4. Familia MIQP

Como puede notarse, este problema no puede resolverse empleando CPLEX porque los valores de  $k_a$ , los exponentes en la fórmula de disconformidad de los artefactos de  $\mathcal{A}_1$ , no son necesariamente 1 o 2. Por tanto, una heurística posible es:

- para cada combinación de valores de  $k_a$  para los distintos artefactos donde cada uno fue transformado a 1 o a 2
  - resolver el problema con CPLEX y conseguir todas las soluciones en cierto entorno de la óptima,
  - comparar los valores de la función objetivo para esas soluciones considerando los valores originales de los  $k_a$ ,
  - si corresponde, actualizar la solución óptima hallada hasta el momento para todas las combinaciones.

Una cota superior para el costo de este algoritmo es

$$\sum_{i=1}^{2^{|\mathcal{A}_1|}} (c(\text{resolver MIQP}) + c(\text{analizar soluciones de esta combinación}) + c(\text{actualizar óptimos}))$$

En peor caso esta idea da lugar a una cantidad exponencial de combinaciones de valores de  $k_a$  y a un gran costo computacional. Una reducción puede surgir de transformar  $k_a$  a 2 pero no a 1 para los casos en los que  $k_a > 2$ . Asimismo, para los casos en los que  $k_a$  es muy cercano al valor que surge de redondearlo, pueden sólo considerarse las combinaciones con ese valor. Si bien podría parametrizarse el entorno de 1,5 para el cual se evaluarán



ambas posibilidades 1 y 2, esto podría nuevamente dar lugar a una cantidad exponencial de combinaciones.

Así, decidimos reemplazar la disconformidad de los  $\mathcal{A}_1$  en la función objetivo por

$$\rho_a \ 10 \ k_a \left[ \left( 1 + \frac{t_a - (\alpha_a + T_a)}{iph} \right)^{\tilde{k}_a} - 1 \right]$$

eligiendo valores de  $c \in \mathbb{R}$ ,  $1 \leq c \leq 2$  y definiendo

$$\tilde{k}_a = \begin{cases} 1 & \text{si } k_a \leq c \\ 2 & \text{si } k_a > c \end{cases}$$

El algoritmo, llamado *MIQP*, realiza ese procedimiento para 3 valores de  $c$ :  $c = 1,25$ ,  $c = 1,50$  y  $c = 1,75$ .

Como consecuencia de que hoy en día no hay una implementación de costo temporal polinomial para este algoritmo, ajustamos los parámetros de CPLEX con los mismos valores que para el problema de programación lineal entera de la familia  $\mathcal{A}_2\mathcal{A}_1$ :

- *SolnPoolGap* = 0,2
- *EpGap* = 0,05
- *TimeLimit* = 10 \* 60
- *SolnPoolIntensity* = 2
- *PopulateLim* = 110

Otorgar 10 minutos para cada valor de  $c$  resulta en una cota superior para el tiempo de ejecución cercana a 30 minutos.

#### 4.3.5. Familia Aleatorio QP

Otra heurística consiste en repetir un procedimiento que construya una solución aleatoria de los artefactos de  $\mathcal{A}_1$  y después resuelva los de  $\mathcal{A}_2$  con CPLEX. Si dicho procedimiento se repite numerosas veces y se elige el resultado óptimo de todas ellas, este puede ser bueno.

Para fabricar cada solución aleatoria puede elegirse de forma aleatoria reiteradamente de qué artefacto se elige un intervalo y luego qué intervalo se elige. Esto se realiza cuidando de no elegir intervalos ya utilizados por el artefacto y tampoco intervalos para los cuales agregar el consumo del artefacto generaría un exceso.

### 4.4. Resultados computacionales

Para evaluar las distintas heurísticas y los algoritmos exactos ampliamos las instancias de residencias detalladas en la Sección 2.4 Generación de instancias con cotas de consumo por intervalo. De acuerdo a los horarios de actividad industrial y a los hábitos de consumo energético preponderantes en la población de Buenos Aires, Argentina, las mismas se fijaron en 2,1 kW entre las 00:00 y las 08:00, en 1,5 kW entre las 08:00 y las 16:00 y en 1,8 kW entre las 16:00 y las 00:00 del día siguiente. Para los complejos de viviendas, las cotas por intervalo se multiplicaron por la cantidad de residencias replicadas.

#### 4.4.1. Algoritmos exactos

Primero corrimos el algoritmo exacto de backtracking con programación cuadrática, llamado *EX-BT-QP*, una vez para cada perfil de residencia con cada modo de funcionamiento (E, B o C), con o sin interrupciones y con o sin ayuda de heurísticas, dando un total de 36 ejecuciones. Para todas limitamos el tiempo de ejecución a 10 horas.

Las variantes con ayuda de heurísticas conseguían los resultados de todas las heurísticas y usaban el mejor valor de función objetivo como cota superior inicial. Este tiempo estaba incluido dentro de las 10 horas de ejecución.

Los resultados obtenidos se exhiben en la Sección A.1 Resultados exacto del Apéndice A Resultados cotas (Tablas A.1 a A.6). Las celdas verdes indican que esos valores hallados son óptimos dado que la ejecución finalizó antes de cumplirse las 10 horas otorgadas.

Como puede observarse, el algoritmo encontró una solución óptima para todos los escenarios sin interrupciones con tiempos de ejecución generalmente muy bajos. Además, en algunas ocasiones usar heurísticas dio lugar a tiempos menores que no hacerlo, y cuando no, no fueron peores.

Para el escenario con interrupciones sucedió que el uso de heurísticas dio lugar a resultados muy superiores. Aun así, sólo para una instancia se tiene certeza de que se encontró una solución óptima. Además, en todas las ocasiones sin ayuda de heurísticas los resultados para el escenario con interrupciones fueron significativamente peores que los del escenario sin interrupciones.

Otro hecho notable es que para los perfiles de residencias diurna y día completo en modo confort y con ayuda de heurísticas, los resultados obtenidos con interrupciones en 10 horas de ejecución fueron peores que aquellos sin interrupciones en tiempos inferiores a una hora.

Estos resultados tienen sentido considerando que en el escenario con interrupciones se exploran muchas más combinaciones, además de que la cantidad de llamadas recursivas es mucho mayor, pero sería deseable hallar mejores soluciones al permitir interrupciones. Dados los bajos tiempos de ejecución del escenario sin interrupciones, parecería ser conveniente obtener también ese valor como un candidato a cota superior inicial para el escenario con interrupciones.

Cabe aclarar que si bien se reportan las cantidades de nodos explorados para los escenarios con y sin interrupciones, el trabajo computacional en cada tipo de nodo es muy distinto. El algoritmo sin interrupciones intenta conseguir al menos una combinación de  $T_a$  intervalos para un mismo artefacto de manera iterativa en cada nodo interno, mientras que aquel con interrupciones intenta conseguir exactamente una combinación de  $T_a$  intervalos de manera recursiva en  $T_a$  nodos.

Por otro lado, experimentamos con el algoritmo exacto que estaba puramente basado en el modelo matemático, llamado *EX-MIP*. Para el escenario sin interrupciones, el algoritmo *EX-BT-QP* obtenía resultados óptimos con bajos tiempos de ejecución, por lo que el interés de *EX-MIP* era para el escenario con interrupciones, pero los resultados no fueron nada satisfactorios. Las ejecuciones no llegaban a completarse por la gran cantidad de memoria utilizada. Como pudimos comprobar mirando las salidas de CPLEX y con las columnas de hojas exploradas de las tablas de resultados de *EX-BT-QP*, las instancias tienen decenas de millones de soluciones, haciendo que actualmente este algoritmo de resolución para estas instancias sea inviable.

### 4.4.2. Heurísticas

Para evaluar las heurísticas realizamos ejecuciones para 5 instancias generadas aleatoriamente para complejos de viviendas con cada una de las siguientes cantidades de residencias: 100, 250, 380, 500, 630, 750, 880 y 1000. Además de las métricas analizadas en el Capítulo 3 Interrupciones, ahora también se reporta para cada algoritmo y para cada tamaño de instancia, la cantidad de instancias para la cual encontró una solución.

Elegimos no experimentar con la heurística *Aleatorio QP* porque cualquier cantidad de intentos que fuera razonable para el tiempo de ejecución de una heurística iba a ser muy baja respecto a la masiva cantidad de soluciones de las instancias, haciendo bastante improbable que se encontraran buenas soluciones.

#### 4.4.2.1 Cantidad de instancias resueltas

Los resultados para esta métrica arrojan mucha información, razón por la cual es la primera analizada. No sólo es importante en sí mismo tener una idea de cuántas instancias es capaz de resolver cierto algoritmo, sino que además es un pilar fundamental para el análisis del resto de las métricas por otro motivo. Considerando que las instancias para un mismo tamaño se generan aleatoriamente y que cada valor de las métricas para cierto tamaño surge de promediar los valores obtenidos para las instancias resueltas de ese tamaño, no podrían obtenerse conclusiones a partir de las métricas para los distintos algoritmos porque las diferencias podrían provenir tanto de cuáles instancias hubieran sido resueltas como de los algoritmos. Así, para garantizar que las diferencias no tengan origen en las instancias, para cada heurística sólo se tendrán en cuenta los valores de las métricas de los tamaños para los cuales haya resuelto la totalidad de las instancias.

En la Subsección A.2.1 Cantidad de instancias resueltas de la Sección A.2 Resultados heurísticas del Apéndice A Resultados cotas se muestran los resultados.

Se puede notar que las heurísticas *A1-Al+A2*, *A2-C+A1-Al* y *A2-QP+A1-Al* no resolvieron todas las instancias para muchos tamaños de varios escenarios. Este hecho se explica analizando cuán restrictivo resulta sólo considerar soluciones que surjan de optimizar en orden los artefactos y más aún de intentar conseguirlas con una cantidad fija de intentos.

Por un lado, si se tienen  $n$  artefactos de  $\mathcal{A}_1$ , la cantidad de órdenes posibles es  $n!$ . Por tanto, a medida que crece  $n$  y la cantidad de órdenes que se prueban permanece fija, la proporción de órdenes explorados respecto al total es cada vez menor, aumentando la probabilidad de que no se encuentren soluciones. Este hecho teórico se condice con los resultados expuestos en los gráficos, en los que además  $n$  no crece de 100 a 1000, sino de 800 a 8000 porque cada residencia tiene 8 artefactos de  $\mathcal{A}_1$ .

Por otro lado, como se expresó al calcular los costos del algoritmo *EX-BT-QP*, la cantidad máxima de soluciones para el escenario sin interrupciones es

$$\prod_{a \in \mathcal{A}_1} (\beta_a - (\alpha_a + T_a))$$

y para el escenario con interrupciones es

$$\prod_{a \in \mathcal{A}_1} \binom{\beta_a - \alpha_a}{T_a}$$

A pesar de que no se pueden comparar estas cantidades con  $n!$  porque dependen de los valores de  $\alpha_a$ ,  $\beta_a$  y  $T_a$  de cada artefacto, sí se puede asegurar que estas cantidades contemplan todas las soluciones posibles y no sólo aquellas en las que los artefactos funcionan de forma óptima de acuerdo a las decisiones tomadas hasta el momento.

Otra conclusión que surge de este análisis es que si no se puede asegurar que  $n!$  sea menor o igual a la cantidad máxima de soluciones, es posible que se esté repitiendo trabajo computacional innecesario. Por ejemplo, si un artefacto  $a$  tuviera una única posibilidad de funcionamiento, es decir, cumpliera  $\beta_a - \alpha_a = T_a$ , entonces sería en vano considerar todas las formas de ordenar los artefactos de  $\mathcal{A}_1$  dado que alcanzaría considerar las permutaciones de los otros  $|\mathcal{A}_1| - 1$  artefactos.

Por su parte, la heurística *MIQP* no encuentra soluciones cuando los modelos tienen muchas variables, como se comprueba para los escenarios con interrupciones en modo balance y confort (gráficos A.4 y A.6) y mayores tamaños de instancias. En el modo económico con interrupciones sí encuentra soluciones para todas las instancias de todos los tamaños porque las variables de las potencias de  $\mathcal{A}_2$  son, de cierta forma, valores fijos, en cuanto a que no habría otra decisión inteligente que tomar que no fuera asignarles sus mínimas potencias requeridas (figura A.2). Esto a su vez da más margen en cuanto a las cotas de consumo para poder encontrar configuraciones factibles para los  $\mathcal{A}_1$ . Por otro lado, para el caso sin interrupciones de los tres modos de funcionamiento (gráficos A.1, A.3, A.5), dicha heurística encuentra soluciones para todas las instancias dado que las variables  $f_a^t$  y  $e_a^t$  están fuertemente ligadas y los poliedros se reducen ampliamente.

En el escenario sin interrupciones en modo confort (figura A.5), la familia  $\mathcal{A}_2\mathcal{A}_1$  presenta muy malos resultados a causa de que los artefactos de  $\mathcal{A}_2$  usan gran parte de la energía disponible y, al no ser interrumpibles, quedan pocas configuraciones válidas para los  $\mathcal{A}_1$ . Si bien *A2-QP+A1-MIP* resolvió la totalidad de las instancias en esa situación para los complejos de 100 y 1000 residencias, no será considerada por su pobre desempeño global.

Por último, las heurísticas *A1-Cons+A2* y *A1-Dur+A2* resolvieron todas las instancias en ambos escenarios del modo confort pero muy pocas en los otros modos. Para *A1-Dur+A2* pensamos que podía deberse a que no se considera cuántas posibilidades habría para ubicar un artefacto de  $\mathcal{A}_1$ . Es decir, si cierto dispositivo funciona durante un intervalo y su ventana temporal de actividad posible comprende sólo dos intervalos, no parece sensato dejar que los otros artefactos sean prioritarios si sus ventanas temporales de posible funcionamiento son muy grandes y sus duraciones son cortas. Para *A1-Cons+A2* no tenemos indicios claros de por qué presentó resultados insatisfactorios. Puede deberse a que ordenar únicamente en función de los consumos ignora muchos datos pertinentes de las características operacionales de los artefactos.

#### 4.4.2.2 Valor de la función objetivo

En esta sección consideramos la información dada por el valor de la función objetivo para las distintas ejecuciones.

Para el caso sin interrupciones en modo económico se puede ver que para los tamaños hasta 380 residencias no pueden notarse diferencias entre los resultados de los distintos algoritmos y del escenario sin cotas de consumo (gráfico A.7). Desde 500 residencias en

adelante las diferencias se acentúan cada vez más para las heurísticas  $A2-C+A1-MIP$ ,  $A2-QP+A1-MIP$  y  $MIQP$ . Este hecho se explica considerando que tienen como factor común la resolución de problemas de programación entera cuyas cantidades de variables incrementan a medida que aumenta la cantidad de residencias. La heurística  $A1-Disc+A2$ , en cambio, logra valores sumamente parecidos a los del escenario sin cotas de consumo. Esto podría sugerir que el funcionamiento de los  $\mathcal{A}_2$  con sus mínimas potencias requeridas dejara suficiente energía disponible para los  $\mathcal{A}_1$  que prácticamente anulara el efecto de la incorporación de dichas cotas. Sin embargo, esto no es cierto. Como podemos comprobar en la figura A.54, la razón demanda pico a promedio es aproximadamente un 15 % mayor al disponer de energía ilimitada, y esto a su vez surge de que la demanda pico es aproximadamente un 15 % mayor para esa situación (figura A.42) dado que el consumo energético total es, razonablemente, el mismo (gráfico A.48). Entonces, la justificación de la similitud de los valores de función objetivo estaría relacionada con que hubiera varios intervalos de precios parecidos dentro de los intervalos de posible actividad de los artefactos de  $\mathcal{A}_1$ .

En las instancias con interrupciones en modo económico (figura A.10), la heurística  $MIQP$  halla soluciones que presentan valores de función objetivo muy similares a aquellos de las mismas instancias sin cotas de consumo, y son los mejores para todos los tamaños, por más que las diferencias con los del resto de los algoritmos son muy pequeñas. Al igual que antes, por más que los valores de función objetivo son parecidos entre las instancias de energía disponible limitada o ilimitada, las soluciones son muy distintas, como concluiremos del análisis de las métricas restantes.

En el modo confort con o sin interrupciones, no contar con cotas de consumo da lugar a valores nulos de función objetivo, como observamos en capítulos anteriores, porque el objetivo económico no tiene importancia y nada impide que las condiciones de funcionamiento sean tales que no haya disconformidad. Agregar las cotas de consumo incrementa drásticamente el valor de la función objetivo, como vemos en las figuras A.8 y A.11, puesto que ahora sí hay restricciones sobre dichas condiciones de funcionamiento.

Tanto permitiendo interrupciones como no permitiéndolas, la heurística  $MIQP$  da los mejores resultados entre todas las heurísticas para aquellos tamaños para los que resuelve la totalidad de las instancias. Además, cuando no hay interrupciones esto ocurre para todos los tamaños evaluados. Esto no es así en la situación con interrupciones, en la que desde 750 residencias en adelante las heurísticas de la familia  $\mathcal{A}_1\mathcal{A}_2$  son la mejor opción por una amplia diferencia con las reacomodadoras y aquellas de la familia  $\mathcal{A}_2\mathcal{A}_1$ .

En el modo balance sin interrupciones, nuevamente las heurísticas de la familia  $\mathcal{A}_1\mathcal{A}_2$   $A1-A1+A2$  y  $A1-Disc+A2$  proveen resultados hondamente semejantes a los del caso sin cotas de consumo (figura A.9). Así como en el modo económico sin interrupciones, los algoritmos  $A2-C+A1-MIP$ ,  $A2-QP+A1-MIP$  y  $MIQP$  obtienen resultados levemente distantes de los mejores hallados. Es notable que para los complejos de viviendas de 880 y 1000 residencias, la heurística  $MIQP$  encuentra soluciones mucho peores que para los tamaños menores y, como sucedía en el modo económico, pasa a ser menos conveniente que las de la familia  $\mathcal{A}_2\mathcal{A}_1$ .

Por otro lado, teniendo interrupciones el panorama no cambia mucho (gráfico A.12). Las heurísticas reacomodadoras empatan a las de la familia  $\mathcal{A}_1\mathcal{A}_2$  y  $MIQP$  no encuentra soluciones para todas las instancias a partir de 630 residencias.

#### 4.4.2.3 Tiempo de ejecución

En cuanto a los tiempos de ejecución, los resultados fueron, en líneas generales, los

esperados, como se exhibe en la figuras A.13 a A.18.

Los algoritmos para el escenario sin cotas y aquellos de la familia  $\mathcal{A}_1\mathcal{A}_2$  que probaban un único orden presentaron tiempos sumamente bajos. Esto muestra que el procedimiento de *A1-Disc+A2* podría realizarse ordenando según la disconformidad con distintos valores para la cantidad de horas de retraso. El algoritmo restante de dicha familia, *A1-AI+A2*, tomó más tiempo dada la cantidad de órdenes aleatorios que evaluaba, mostrando un crecimiento lento de aspecto lineal en función de la cantidad de residencias.

Asimismo, no sorprenden los valores para las heurísticas reacomodadoras, dado que la fase previa al reacomodamiento consiste en utilizar los algoritmos para el escenario sin cotas, y el trabajo restante no es computacionalmente complejo.

Por otro lado, las heurísticas *A2-C+A1-MIP*, *A2-QP+A1-MIP* y *MIQP* tuvieron tiempos de ejecución bastante más elevados que responden al hecho de resolver problemas de programación entera. Los tiempos cercanos a 10 minutos o a 30 minutos se deben a los límites impuestos mediante el parámetro correspondiente de CPLEX. Para la heurística *MIQP* en el modo económico, los tiempos fueron menores a media hora para casi todas las instancias debido a la facilidad para determinar las potencias de los  $\mathcal{A}_2$  en dicho modo.

En el caso con interrupciones en modo económico (figura A.14), las variantes de la familia  $\mathcal{A}_2\mathcal{A}_1$  que resolvían los  $\mathcal{A}_1$  probando órdenes aleatorios tomaron más tiempo que aquellas que lo hacían resolviendo un problema de programación lineal entera. Creemos que esto se debe a la gran cantidad de órdenes considerados. Sin embargo, para el modo económico sin interrupciones (gráfico A.13) esto no fue así. Los tiempos fueron muy bajos, y esto podría explicarse por lo restrictivo que es no interrumpir el funcionamiento al momento de resolver los  $\mathcal{A}_1$ . Nuevamente, la dependencia con respecto a la cantidad de residencias fue lineal, tanto con interrupciones como sin.

El resultado que nos pareció más sorprendente fue la variación del tiempo de ejecución para la heurística *MIQP* en la situación sin interrupciones en modo confort (figura A.17). La misma consistió en una disminución sostenida entre las 250 y las 630 residencias y luego en un acrecentamiento sostenido hasta las 1000 residencias. No contamos con otra explicación que no sea adjudicar el resultado a la aleatoriedad de las instancias generadas conjugada con el modo de funcionamiento y con la heurística utilizada.

#### 4.4.2.4 Factura eléctrica

Parte del análisis del costo de la factura eléctrica para el modo económico es aquel realizado en la Subsubsección 4.4.2.2 Valor de la función objetivo para el valor de la función objetivo, dado que en dicho modo ambas métricas coinciden. Podemos notar en las figuras A.19 y A.20 que en este modo el agregado de interrupciones logra reducir la factura eléctrica de forma parecida a como ocurre sin cotas de consumo. Por otro lado, también tiene el efecto de generar resultados bastante más similares entre los distintos algoritmos.

Para el modo confort, en las figuras A.23 y A.24 se observa que las facturas eléctricas de las heurísticas utilizadas para resolver las instancias con cotas de consumo son menores que aquellos de las instancias sin cotas. Pensamos que esta diferencia surge de la limitación en el consumo disponible de los artefactos de  $\mathcal{A}_2$  dado que cuando se les da prioridad, como en los algoritmos de la familia  $\mathcal{A}_2\mathcal{A}_1$ , el costo es mucho más semejante al del escenario sin cotas que cuando no, como ocurre en la familia  $\mathcal{A}_1\mathcal{A}_2$ .

En el modo balance, los mejores resultados los ofrecen las heurísticas  $A1-A1+A2$  y  $A1-Disc+A2$  (figuras A.21 y A.22). Si bien en el escenario con interrupciones los resultados de todos los algoritmos salvo la heurística  $MIQP$  son prácticamente iguales, la diferencia es notoria cuando no hay interrupciones, situación en la cual las heurísticas  $A2-C+A1-MIP$ ,  $A2-QP+A1-MIP$  y  $MIQP$  obtienen facturas eléctricas bastante peores. Por otro lado, la variación ante el agregado de interrupciones teniendo cotas de consumo es prácticamente nula, como sucede al no tener dichas cotas.

En cuanto a la comparación entre modos de funcionamiento, a pesar de que dentro del modo confort se encontraron algunas soluciones con facturas eléctricas más baratas que otras, aun para esas la diferencia con el modo balance es significativa, siendo aproximadamente un 30 % más caras para complejos de 1000 residencias. Por su parte, la factura del modo balance es cerca de un 35 % más cara que aquella del modo económico, al igual que para los escenarios sin cotas de consumo.

#### 4.4.2.5 Disconformidad

Al analizar los resultados para el modo económico observamos que para todas las instancias, las soluciones halladas por los distintos algoritmos incurren en la misma disconformidad para los artefactos de  $\mathcal{A}_2$  (gráficos A.29 y A.30). El motivo de esto es claro: en el modo económico no hay ningún beneficio por usar más potencia para los artefactos de  $\mathcal{A}_2$  que la estrictamente requerida, por lo que todos los algoritmos los hacen funcionar a sus mínimos necesarios. Así, las diferencias en la disconformidad para los  $\mathcal{A}_1$  se traducen directamente a diferencias en la disconformidad total. Si bien son pequeñas en el caso con interrupciones (figura A.28), no es así para los tamaños más grandes al no tener esta opción (gráfico A.27), situación en la cual la disconformidad para las peores heurísticas es aproximadamente un 66 % mayor a la de la mejor, que es  $A1-Disc+A2$ . Esto último no es sorprendente considerando que esa heurística prioriza los artefactos de  $\mathcal{A}_1$  y los resuelve en orden en función de su disconformidad. Sí resulta sorprendente que las diferencias se disipen al habilitar las interrupciones, aunque puede explicarse teniendo en cuenta que las interrupciones palian el efecto que tienen las cotas de consumo sobre el funcionamiento de los artefactos de  $\mathcal{A}_1$ : si un intervalo no tiene suficiente potencia disponible para un artefacto, las interrupciones permiten evitarlo sin cambiar el funcionamiento en los intervalos previos. También cabe destacar que el aumento en la mínima disconformidad obtenida para los  $\mathcal{A}_1$  al agregar interrupciones en el escenario con cotas de consumo es igual a aquella observada cuando no las hay.

Para el escenario sin interrupciones en modo balance y tamaños hasta 750 residencias, la heurística  $MIQP$  obtiene los mejores resultados para la disconformidad total y la disconformidad de los artefactos de  $\mathcal{A}_1$ ; aunque aumentan más de 400 % para los complejos residenciales de 880 y 1000 residencias, pasando a ser los peores de todos los algoritmos (figuras A.31 y A.33). Si se prioriza la disconformidad de los  $\mathcal{A}_2$ , las mejores heurísticas son, razonablemente,  $A2-C+A1-MIP$  y  $A2-QP+A1-MIP$ , de la familia  $\mathcal{A}_2\mathcal{A}_1$ , que obtienen resultados iguales a los de las instancias sin cotas de consumo (gráfico A.35).

En las instancias con interrupciones en modo balance  $A2-C+A1-MIP$  y la *Reacomodadora Balanceado* obtienen los mejores valores de disconformidad global (figura A.32). Además, la *Reacomodadora Balanceado* da lugar a la menor disconformidad de los  $\mathcal{A}_2$ , que es la misma para las instancias sin cotas de consumo (gráfico A.36).

Si se analiza únicamente la disconformidad de los  $\mathcal{A}_1$  (figura A.34), la heurística  $MIQP$  ofrece la menor disconformidad para los complejos de viviendas de hasta 250 residencias; para

los tamaños desde 380 hasta 750 residencias lo hacen  $A2-C+A1-MIP$  y  $A2-QP+A1-MIP$ ; y para tamaños mayores las mejores opciones son la *Reacomodadora Factible* y  $A1-Disc+A2$ , coincidiendo con los resultados para el escenario sin cotas de consumo. No extraña que las heurísticas de la familia  $\mathcal{A}_2\mathcal{A}_1$  resultaran peor que  $A1-Disc+A2$  para la disconformidad de los  $\mathcal{A}_1$  si se tiene en cuenta que en el modo balance las decisiones también se toman en función del objetivo económico. Podría ocurrir que las heurísticas de la familia  $\mathcal{A}_2\mathcal{A}_1$  tuvieran mayores consumos energéticos en ciertos intervalos, ocasionando que el funcionamiento de los  $\mathcal{A}_1$  ocurriera antes que si se decidiera lo óptimo para ellos como ocurre en  $A1-Disc+A2$ .

La disconformidad global para el modo confort ya fue analizada al estudiar la función objetivo en base a las figuras A.8 y A.11, dado que ambas métricas coinciden para este modo. Sintéticamente, recordamos que las mejores heurísticas son  $MIQP$  y, levemente peores, las de la familia  $\mathcal{A}_1\mathcal{A}_2$ . Resta realizar el análisis sobre la composición de la disconformidad total, es decir, en qué medida pertenece a cada clase de dispositivos.

Para el caso sin interrupciones, la disconformidad de los  $\mathcal{A}_1$  es nula para todos los algoritmos salvo para  $MIQP$  (gráfico A.37), al contrario de lo que ocurre para el caso con interrupciones, en el que es el que ofrece mejores resultados de los que resuelven las instancias con cotas de consumo (figura A.39). Resulta curioso el dramático aumento de la disconformidad para los  $\mathcal{A}_1$  cuando en lugar de considerar 880 residencias se consideraron 1000.

Al considerar la situación con interrupciones se ve en las figuras A.39 y A.41 que los mejores resultados para cada clase de artefactos los obtienen las heurísticas que priorizan la clase correspondiente. Esto es, la familia  $\mathcal{A}_1\mathcal{A}_2$  reduce la disconformidad de los  $\mathcal{A}_1$  en detrimento de la disconformidad de los  $\mathcal{A}_2$  y la familia  $\mathcal{A}_2\mathcal{A}_1$  beneficia a los  $\mathcal{A}_2$  en perjuicio de los  $\mathcal{A}_1$ . Para complejos de viviendas con tamaños no superiores a 630 residencias, la heurística  $MIQP$  presenta resultados equilibrados entre ambas clases con la desventaja de un leve aumento de la disconformidad total respecto al hallado por otros algoritmos.

#### 4.4.2.6 Demanda pico

Los resultados relativos a la demanda pico, exhibidos en las figuras A.42 a A.47, son, de cierta manera, los mismos para todos los escenarios: la imposición de cotas de consumo reduce significativamente la máxima demanda energética para todos los tamaños de instancias, probándola efectiva para el fin de evitar el sobredimensionamiento de las redes eléctricas. A su vez, notamos que las distintas heurísticas obtuvieron resultados muy similares. Sólo en el modo económico las diferencias fueron levemente mayores, siendo las heurísticas de la familia  $\mathcal{A}_2\mathcal{A}_1$  las ventajosas.

Para los modos económico y balance, la disminución para los complejos de 1000 residencias se dio de valores cercanos a 2000 kW para el escenario sin cotas a otros cercanos a 1750 kW, un 12,5% menor. Para las instancias del mismo tamaño en modo confort, la baja fue de un 30% aproximadamente, pasando de cerca de 2600 kW a cerca de 1800 kW.

Si se tienen en cuenta los valores de las cotas para las distintas franjas horarias, las demandas pico para las instancias con cotas parecen estar determinadas por la cota para la franja horaria desde las 16:00 hs. hasta las 00:00 hs. del día siguiente. Esto cobra sentido considerando la composición de los complejos de viviendas y los períodos de mayor actividad de artefactos para los distintos perfiles de residencias. Concretamente, las residencias diurnas son las más abundantes, y en ellas los artefactos funcionan predominantemente cuando las personas regresan de sus trabajos, que es en la tarde y en la noche, alcanzando la cota.



#### 4.4.2.7 Consumo energético

Como explicamos previamente, el consumo energético en el modo económico (figuras A.48 y A.49), es el mismo teniendo o no interrupciones y habiendo o no cotas de consumo, debido a que las potencias de los  $\mathcal{A}_1$  son fijas y las de los  $\mathcal{A}_2$  son sus mínimos necesarios. Asimismo, también resulta igual para todas las heurísticas.

En el modo balance (gráficos A.50 y A.51) tampoco se observan diferencias significativas, ni entre los 4 escenarios ni entre las distintas heurísticas, y la explicación no es tan directa como pasaba en el modo económico. Sí podemos afirmar que esto es consecuencia de que no haya diferencias significativas entre los consumos de la clase  $\mathcal{A}_2$  dado que para la clase  $\mathcal{A}_1$  el consumo siempre vale lo mismo. Entonces, el equilibrio puede surgir de que, en función de en qué intervalos estén activos los  $\mathcal{A}_1$ , los  $\mathcal{A}_2$  consumen más energía en algunos intervalos o lo hacen en otros.

Para el modo confort (figuras A.52 y A.53) observamos que tener cotas de consumo genera una reducción del consumo energético para casi todas las heurísticas, algo que no se daba en los otros modos de funcionamiento. La diferencia entre el consumo de las instancias sin cotas y el mínimo consumo logrado por las heurísticas constituye una reducción cercana al 7%.

Todas las heurísticas obtienen los mismos resultados al no haber interrupciones, pero esto cambia cuando sí las hay, situación en la cual las heurísticas de la familia  $\mathcal{A}_2\mathcal{A}_1$  dan lugar a los consumos más elevados, iguales a los de las instancias sin cotas, seguidas por la *Reacomodadora Balanceado* y finalmente por la *Reacomodadora Factible* y las heurísticas de la familia  $\mathcal{A}_1\mathcal{A}_2$ .

Esperablemente, la diferencia de consumo entre los distintos modos sigue siendo considerable a pesar de que las cotas de consumo fueron útiles para aminorar los consumos del modo confort. Para las instancias más grandes, los valores son cercanos a  $0,95 \cdot 10^4$  kWh para el modo económico,  $1,1 \cdot 10^4$  kWh para el modo balance y  $1,3 \cdot 10^4$  kWh para el modo confort.

#### 4.4.2.8 Razón demanda pico a promedio

En base a los resultados de máximas demandas energéticas y consumos energéticos totales se obtienen aquellos de la relación entre la demanda pico y el promedio, que da una idea de cuánto sentido tiene aumentar el tamaño de la red eléctrica para poder soportar las mayores demandas energéticas.

El panorama general, reflejado en las figuras A.54 a A.59, es que las cotas de consumo reducen drásticamente el valor para esta métrica en todos los escenarios. Además, para las instancias con cotas, la heurística *A2-QP+A1-MIP* provee los mejores resultados salvo en excepciones, seguida por *A2-C+A1-MIP*. En el modo confort sin interrupciones dichas heurísticas no lograron resolver todas las instancias y los resultados son prácticamente los mismos entre aquellas que sí se consideraron. Las diferencias que se observan entre los distintos algoritmos para varios escenarios surgen de aquellas ya explicadas para las dos métricas que componen esta, considerando que diferencias que aparentan ser despreciables en los gráficos de consumo total se traducen a diferencias notables en esta métrica.

El modo económico presenta un consumo total significativamente menor al de los otros modos y los peores resultados para esta métrica. Si bien el modo confort da lugar a demandas

pico más elevadas, también conlleva consumos totales mucho mayores, por lo que resultó tener los mejores valores de razón demanda pico a promedio.

#### 4.4.2.9 Análisis situacional integrador

El objetivo de esta subsección es resumir los resultados para los distintos escenarios, mencionando qué heurísticas se utilizarían en función de las métricas que se quisieran priorizar.

En el modo económico sin interrupciones, *A1-Disc+A2* es ventajosa para muchas métricas: entre aquellas que resuelven todas las instancias, presenta tiempos de ejecución casi nulos, los menores costos de factura eléctrica y la menor disconformidad para ambas clases de artefactos (y por tanto global). Sólo tiene la desventaja de que su demanda pico es levemente mayor a la de otras heurísticas y esto se traduce a una diferencia en la razón demanda pico a promedio, pero no parece ser motivo suficiente para no elegirla.

Para el escenario con interrupciones en modo económico, las heurísticas que resuelven la totalidad de las instancias pueden agruparse en dos conjuntos según sus resultados. Ambos tienen facturas eléctricas prácticamente indistinguibles y los mismos consumos energéticos, pero se distinguen en cuanto a las demás métricas.

Por un lado está el grupo de *A1-Disc+A2* y las heurísticas reacomodadoras, que exhiben mínimos tiempos de ejecución y los mejores valores de disconformidad para ambas clases (y por tanto globales). Por otro lado está el grupo de *A2-C+A1-MIP*, *A2-QP+A1-MIP* y *MIQP*, cuyos tiempos de ejecución son bastante más elevados y sus niveles de disconformidad para los  $\mathcal{A}_1$  son levemente peores, pero a cambio ofrecen menor demanda pico y, en consecuencia, los más bajos valores de la relación entre demanda pico y promedio.

Para el caso sin interrupciones en modo balance, parece sensato elegir nuevamente a la heurística *A1-Disc+A2*. A pesar de que sus valores de disconformidad para los artefactos de  $\mathcal{A}_1$  son ligeramente peores que los de *MIQP* (excepto para las instancias más grandes) y esto genera los mismos resultados en la disconformidad global, y de que además tiene una demanda pico apenas mayor para los tamaños más grandes, es beneficiosa en relación a las demás métricas y parece ser más confiable, sin tener saltos de disconformidad como ocurrió con *MIQP*.

En cuanto a las instancias con interrupciones en modo balance, la mejor elección parece ser la *Reacomodadora Balanceado*. Sus tiempos de ejecución son despreciables, sus facturas eléctricas son prácticamente indistinguibles de las del resto de los algoritmos y presenta valores de disconformidad global sostenidamente cercanos a los mínimos hallados. Aunque las heurísticas *A2-C+A1-MIP* y *A2-QP+A1-MIP* dan lugar a menor disconformidad de la clase  $\mathcal{A}_1$  para la mayor parte de los tamaños, esto deja de ser así para las instancias más grandes y las diferencias son muy significativas. Además, *Reacomodadora Balanceado* ofrece los menores niveles de disconformidad para la clase  $\mathcal{A}_2$ . La demanda pico, así como el consumo energético total, son muy similares para las distintas heurísticas.

Si se analiza la situación sin interrupciones en modo confort, *MIQP* conlleva una notable menor disconformidad total respecto a la familia  $\mathcal{A}_1\mathcal{A}_2$ . A pesar de que sus valores para la disconformidad de la clase  $\mathcal{A}_1$  son razonablemente peores, la ventaja que tiene para la clase  $\mathcal{A}_2$  es drásticamente más significativa. Tanto la factura eléctrica como la demanda pico, el consumo energético total y, por consiguiente, la razón demanda pico a promedio, son iguales para las distintas opciones. Más allá de su mayor tiempo de ejecución, no posee otras desventajas.

Por último, para la situación con interrupciones en modo confort, la familia  $\mathcal{A}_1\mathcal{A}_2$  ofrece los mejores resultados globalmente. Sus heurísticas resuelven todas las instancias aun cuando sus tamaños son grandes y, salvo por  $A1-AI+A2$ , lo hacen con bajos tiempos de ejecución. Además, la factura eléctrica es la más baja de las logradas por las distintas heurísticas y su disconformidad global es cercana a la menor hallada considerando los demás algoritmos. Aun cuando  $A2-C+A1-MIP$  y  $A2-QP+A1-MIP$  ofrecen valores de disconformidad de  $\mathcal{A}_2$  reducidos respecto de aquellos de las heurísticas de la familia  $\mathcal{A}_1\mathcal{A}_2$ , la disconformidad de los  $\mathcal{A}_1$  para esas alternativas es dramáticamente mayor. Asimismo, la demanda pico es la misma para las distintas opciones pero las heurísticas de la familia mencionada resultan considerablemente más ecológicas que el resto por sus reducidos niveles de consumo energético. De ahí que sus resultados para la razón demanda pico a promedio son peores.

#### 4.4.2.10 Evaluación de distintos $c$ en la heurística MIQP

También se obtuvieron datos para realizar un análisis comparativo entre los distintos valores de  $c$  usados en la heurística  $MIQP$ , comparando la cantidad de instancias resueltas con cada valor y posteriormente el valor de la función objetivo.

En cuanto a la cantidad de instancias resueltas para cada tamaño, los resultados se muestran en las figuras A.60 a A.65. En líneas generales, las diferencias fueron menores y estuvieron muy concentradas en los escenarios con interrupciones en modo balance y en modo confort.

La opción de  $c = 1,75$  dio los mejores resultados para este último caso (figura A.65). Sin embargo, presentó un valor de función objetivo notoriamente peor para el último tamaño considerado para los otros valores de  $c$  (gráfico A.71).

Por otra parte, no hubo un valor ventajoso para todos los tamaños del caso con interrupciones en modo balance (figura A.63). Además, el valor de la función objetivo fue muy semejante para todos los valores de  $c$ , otorgando una mínima ventaja para  $c = 1,25$  (gráfico A.69). Esto no fue así para las instancias sin interrupciones en modo balance (figura A.68), para las cuales los valores de función objetivo mostraron una gran variabilidad, dando victorioso a  $c = 1,50$ .

Estos resultados muestran que ningún valor de  $c$  es sustancialmente mejor que los otros.

---

En este capítulo introducimos las cotas de consumo energético por intervalo en el modelo y mostramos las restricciones que agregamos a nuestra formulación matemática del mismo. Además, demostramos que este cambio convierte al problema en uno NP-difícil y detallamos las ideas e implementaciones de dos algoritmos exactos así como de un conjunto muy diverso de heurísticas, junto con sus correspondientes motivaciones. Por último, nos abocamos a la interpretación de los resultados computacionales obtenidos.



## 5. CONCLUSIONES

En esta tesis presentamos el modelo de un artículo reciente de la literatura de redes eléctricas inteligentes. Luego realizamos varias ampliaciones y modificaciones para contemplar distintos escenarios posibles de la realidad. También formalizamos todas las descripciones mediante modelos de programación matemática y diseñamos una gran variedad de algoritmos para las diferentes situaciones. Para evaluarlos generamos instancias realistas, diversas y de gran tamaño que permitieron llevar a cabo un análisis extensivo sobre el rendimiento de los algoritmos ante distintas circunstancias y sobre las preferencias de unos por sobre otros en función de los distintos objetivos.

Si bien nuestro trabajo fue vasto, deja espacio para muchas líneas que ya empezamos a desarrollar.

Por un lado, puede mejorarse mucho el algoritmo exacto *EX-BT-QP*. No sólo pueden mejorarse las podas del mínimo costo restante de los artefactos como mencionamos al discutir su implementación sino que también pueden realizarse cambios mayores.

Un ejemplo de esto es particionar  $\mathcal{A}_1$  en conjuntos en función de la relación de equivalencia que llamaremos *dependencia* y realizar un *backtracking* entre artefactos por cada clase de equivalencia [17] separadamente. Esta relación de equivalencia debe su nombre a que dos artefactos pertenecerán a la misma clase de equivalencia si el funcionamiento de uno depende del otro. Es fácil verificar que la relación *dependencia* es una relación de equivalencia dado que es la clausura transitiva de la relación en  $\mathcal{A}_1$  reflexiva y simétrica,  $\mathcal{R}$ , definida de la siguiente manera:

$$a\mathcal{R}a' \iff [\alpha_a, \beta_a) \cap [\alpha_{a'}, \beta_{a'}) \neq \emptyset$$

Con BFS o DFS, las clases de equivalencia podrían obtenerse como las componentes conexas del grafo cuyas aristas (entre nodos distintos) estuvieran dadas por la relación  $\mathcal{R}$ . Teniendo  $\mathcal{C}$  el conjunto de clases de equivalencia, para cada  $C \in \mathcal{C}$  definimos  $\alpha_C$  y  $\beta_C$  como

$$\alpha_C := \text{mín } \{\alpha_a : a \in C\}$$

$$\beta_C := \text{máx } \{\beta_a : a \in C\}$$

Entonces, para cada  $C \in \mathcal{C}$  se correría *EX-BT-QP*. Es decir, se resolvería el *backtracking* entre los artefactos  $a \in C$  y para cada configuración factible se solucionarían los problemas de programación cuadrática correspondientes a los intervalos comprendidos entre  $\alpha_C$  y  $\beta_C - 1$  en los que hubiera actividad de artefactos de  $\mathcal{A}_2$ . Por último, se combinaría la información obtenida para cada clase de equivalencia, que resulta una tarea muy sencilla.

Así, la exploración de nodos ya no sucede en función de la cantidad máxima de soluciones. Para el escenario con interrupciones, en lugar de darse según

$$\prod_{a \in \mathcal{A}_1} \binom{\beta_a - \alpha_a}{T_a}$$

se daría según

$$\sum_{C \in \mathcal{C}} \prod_{a \in C} \binom{\beta_a - \alpha_a}{T_a}$$

Para el escenario sin interrupciones se transformaría de la siguiente manera

$$\prod_{a \in \mathcal{A}_1} (\beta_a - (\alpha_a + T_a)) \rightsquigarrow \sum_{C \in \mathcal{C}} \prod_{a \in C} (\beta_a - (\alpha_a + T_a))$$

Considerando que en una residencia hay una gran variedad de artefactos eléctricos que funcionan en distintos momentos del día, se esperaría que este algoritmo presentara grandes mejoras frente a aquel con el que se experimentó.

Otro cambio que podría realizarse sobre el algoritmo se relaciona con la forma de recorrer el árbol de *backtracking*. *EX-BT-QP* lo hace de la misma manera que el DFS, en profundidad, pero esto implica que posiblemente permanece mucho tiempo en cierta *zona* del espacio de búsqueda que contiene malas soluciones. Si en lugar de eso se recorriera el árbol de *backtracking* de manera más aleatoria, por ejemplo sorteando el primer intervalo de cada artefacto cada vez que hubiera que elegir uno, la exploración de más zonas del espacio de búsqueda ocurriría antes. Además, no cambia el peor caso, que consiste en no realizar ninguna poda.

También podrían evaluarse distintos órdenes para el *backtracking* entre artefactos. Una opción sería por consumos decrecientes. Otra opción sería empezar por los artefactos más *centrales*. Puede observarse la diferencia si se tienen 3 artefactos de  $\mathcal{A}_1$   $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$ , y  $[\alpha_{a_1}, \beta_{a_1})$  se solapa con  $[\alpha_{a_2}, \beta_{a_2})$  y además  $[\alpha_{a_2}, \beta_{a_2})$  se solapa con  $[\alpha_{a_3}, \beta_{a_3})$ , pero  $[\alpha_{a_1}, \beta_{a_1})$  no se solapa con  $[\alpha_{a_3}, \beta_{a_3})$ . Empezar por  $a_2$  y para cada una de sus soluciones resolver  $a_1$  y  $a_3$  independiente y de forma óptima y polinomial sería computacionalmente más barato que empezar por  $a_1$  o por  $a_3$  y terminar realizando un *backtracking* entre los 3 artefactos.

También hay mucho lugar para intentar mejorar las heurísticas.

Un ejemplo de esto es que en lugar de ordenar los artefactos de  $\mathcal{A}_1$  por la duración de su funcionamiento,  $T_a$ , podrían ordenarse por  $\frac{T_a}{\beta_a - \alpha_a}$ , que considera el tamaño de la ventana de posible actividad y da una noción de cuántas posibilidades tendría el artefacto.

Otra idea surge en vista de los resultados de la heurística *MIQP* para los distintos valores de  $c$ . Teniendo en cuenta que en general resolvían la misma cantidad de instancias y con valores de función objetivo muy similares, podría ser mejor realizar el procedimiento descrito para un único valor de  $c$  otorgándole más tiempo de ejecución.

Hasta ahora comentamos modificaciones sobre los algoritmos presentados, pero también podría pensarse en experimentar con ellos de otras formas.

Una opción sería generar instancias resolubles de forma exacta como un problema de programación cuadrática entera mixta, es decir, que tuvieran valores de  $k_a$  iguales a 1 o 2, y luego comparar los resultados de CPLEX con los de los algoritmos que diseñamos.

A su vez, podría resolverse una residencia con el algoritmo exacto y luego generar complejos de viviendas de distintos tamaños replicando exactamente esa residencia. Las soluciones para los complejos de viviendas que surgieran de replicar la solución para la residencia serían peores o iguales que las soluciones óptimas de los complejos de viviendas, pero servirían para comparar con los resultados de las heurísticas para los complejos de viviendas. Si bien estas no serían instancias sumamente realistas, este experimento podría ofrecer información valiosa sobre las heurísticas.

Además de todo esto, pueden abordarse otros enfoques que no consistan en minimizar una combinación convexa de ambos objetivos sino que trabajen de forma biobjetivo siguiendo la línea de varios artículos de la literatura [6, 26, 20, 30], o incluso incorporar más objetivos y trabajar sobre problemas multiobjetivo.

Para brindar soporte en la toma de decisiones, múltiples perspectivas deben ser tomadas en cuenta para evaluar la calidad de las posibles soluciones. Algunos objetivos, como el confort y la factura eléctrica, entran en conflicto, y sus niveles de importancia no están definidos a priori. Más aún, muchas veces no es posible comparar los niveles de bondad de los distintos objetivos por provenir de naturalezas muy distintas y la elección de una solución considera un compromiso entre las distintas aristas que puede depender del momento particular de su implementación. Así, el enfoque que transforma un problema multiobjetivo en una única función objetivo combinando (ponderando) los distintos objetivos según la preferencia de la persona responsable de la toma de decisiones no es siempre el más adecuado, por desconocer estas preferencias o por no ser absolutas o comparables.

Esto hace necesario incluir explícitamente las múltiples facetas de la evaluación como funciones objetivo distintas y trabajar con modelos de optimización multiobjetivo. En este contexto, el concepto de solución óptima es reemplazado por el de solución no dominada o Pareto óptima: solución factible para la cual no existe otra solución factible mejor en todos los objetivos. La meta al resolver este tipo de problemas es proveer a la persona responsable de la toma de decisiones de un conjunto de soluciones no dominadas que brinden un compromiso aceptable entre los distintos objetivos.

Podrían tratarse otros escenarios en los que, por fines ecológicos, se quisiera minimizar el consumo energético, o que se considerara un conjunto de residencias distinguibles y se quisiera minimizar la factura eléctrica de cada una, la disconformidad, o alguna combinación convexa de ambas, e incluso podrían agregarse restricciones para garantizar mínimos de confort.





## APÉNDICE



## A. RESULTADOS COTAS

### A.1. Resultados exacto

Modo de funcionamiento	Ayuda de heurísticas	Valor f.o	Tiempo		Nodos explorados	Hojas exploradas
			mejor valor fo	total		
Económico	sin	40.40	00:00:20	00:00:20	$9,881 \cdot 10^5$	71378
	con	40.40	00:00:00	00:00:02	$7,045 \cdot 10^5$	7468
Balance	sin	30.14	00:00:40	00:00:40	85559	30402
	con	30.14	00:00:10	00:00:10	38159	6702
Confort	sin	4.96	00:02:00	00:17:29	$2,003 \cdot 10^6$	$9,831 \cdot 10^5$
	con	4.96	00:02:00	00:17:28	$2,003 \cdot 10^6$	$9,831 \cdot 10^5$

Tab. A.1: Resultados de *EX-BT-QP* para la residencia diurna sin interrupciones.

Modo de funcionamiento	Ayuda de heurísticas	Valor f.o	Tiempo		Nodos explorados	Hojas exploradas
			mejor valor fo	total		
Económico	sin	44.33	09:54:00	10:00:00	$1,517 \cdot 10^{11}$	253
	con	38.27	00:00:01	10:00:00	$1,242 \cdot 10^{11}$	0
Balance	sin	33.25	00:12:00	10:00:00	$9,460 \cdot 10^7$	$2,696 \cdot 10^7$
	con	29.47	00:00:02	10:00:00	$1,361 \cdot 10^{11}$	0
Confort	sin	6.79	00:02:00	10:00:00	$1,072 \cdot 10^8$	$3,357 \cdot 10^7$
	con	6.40	00:00:12	10:00:00	$1,073 \cdot 10^8$	$3,359 \cdot 10^7$

Tab. A.2: Resultados de *EX-BT-QP* para la residencia diurna con interrupciones.

Modo de funcionamiento	Ayuda de heurísticas	Valor f.o	Tiempo		Nodos explorados	Hojas exploradas
			mejor valor fo	total		
Económico	sin	18.21	00:00:01	00:00:01	25099	6165
	con	18.21	00:00:00	00:00:00	5220	0
Balance	sin	17.08	00:00:16	00:00:16	21368	10080
	con	17.08	00:00:01	00:00:17	20738	9765
Confort	sin	4.89	00:00:00	00:01:03	$1,255 \cdot 10^5$	61839
	con	4.89	00:00:00	00:01:03	$1,255 \cdot 10^5$	61839

Tab. A.3: Resultados de *EX-BT-QP* para la residencia nocturna sin interrupciones.

Modo de funcionamiento	Ayuda de heurísticas	Valor f.o	Tiempo		Nodos explorados	Hojas exploradas
			mejor valor fo	total		
Económico	sin	18.53	09:02:00	10:00:00	$1,336 \cdot 10^{11}$	993
	con	17.91	00:00:01	06:38:52	$8,274 \cdot 10^{10}$	0
Balance	sin	18.27	09:42:00	10:00:00	$7,360 \cdot 10^8$	$2,137 \cdot 10^7$
	con	16.91	00:00:01	10:00:00	$4,230 \cdot 10^8$	$2,158 \cdot 10^7$
Confort	sin	5.28	00:04:00	10:00:00	$7,750 \cdot 10^8$	$3,533 \cdot 10^7$
	con	4.74	00:00:01	10:00:00	$1,109 \cdot 10^8$	$3,537 \cdot 10^7$

Tab. A.4: Resultados de *EX-BT-QP* para la residencia nocturna con interrupciones.

Modo de funcionamiento	Ayuda de heurísticas	Valor f.o	Tiempo		Nodos explorados	Hojas exploradas
			mejor valor fo	total		
Económico	sin	44.15	00:00:27	00:00:27	$7,825 \cdot 10^6$	86076
	con	44.15	00:00:01	00:00:05	$3,825 \cdot 10^6$	12408
Balance	sin	37.18	00:00:02	00:00:02	63734	2233
	con	37.18	00:00:06	00:00:06	62990	1861
Confort	sin	6.87	00:02:00	00:09:04	$9,744 \cdot 10^5$	$4,768 \cdot 10^5$
	con	6.87	00:02:00	00:09:04	$9,744 \cdot 10^5$	$4,768 \cdot 10^5$

Tab. A.5: Resultados de *EX-BT-QP* para la residencia de día completo sin interrupciones.

Modo de funcionamiento	Ayuda de heurísticas	Valor f.o	Tiempo		Nodos explorados	Hojas exploradas
			mejor valor fo	total		
Económico	sin	45.13	08:48:00	10:00:00	$1,492 \cdot 10^{11}$	271
	con	43.42	00:00:03	10:00:00	$1,233 \cdot 10^{11}$	0
Balance	sin	40.63	08:52:00	10:00:00	$1,412 \cdot 10^8$	$3,177 \cdot 10^7$
	con	36.49	00:00:03	10:00:00	$8,503 \cdot 10^9$	$2,987 \cdot 10^7$
Confort	sin	7.30	00:02:00	10:00:00	$1,230 \cdot 10^8$	$3,141 \cdot 10^7$
	con	7.16	00:00:03	10:00:00	$1,216 \cdot 10^8$	$3,106 \cdot 10^7$

Tab. A.6: Resultados de *EX-BT-QP* para la residencia de día completo con interrupciones.

## A.2. Resultados heurísticas

### A.2.1. Cantidad de instancias resueltas

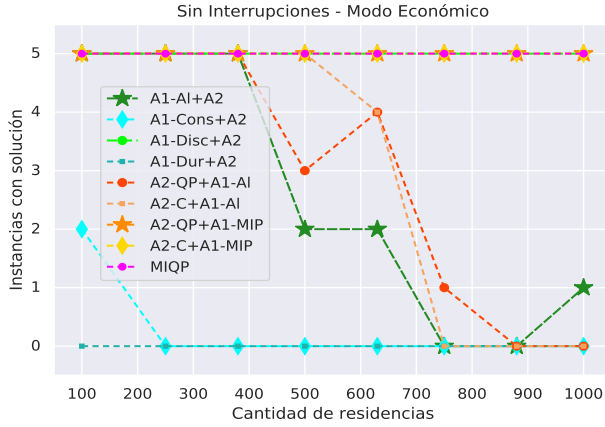


Fig. A.1: Cantidad de instancias resueltas: sin interrupciones - modo económico.

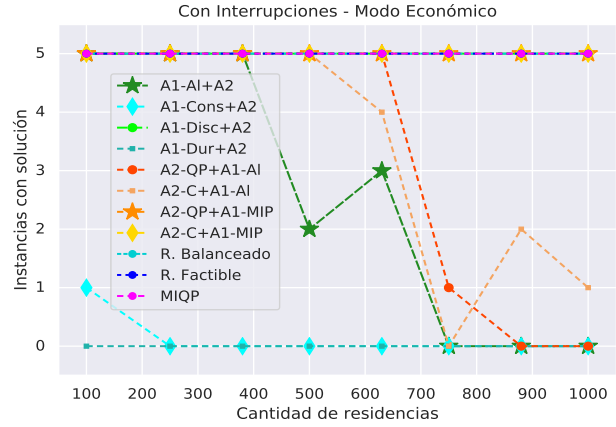


Fig. A.2: Cantidad de instancias resueltas: con interrupciones - modo económico.

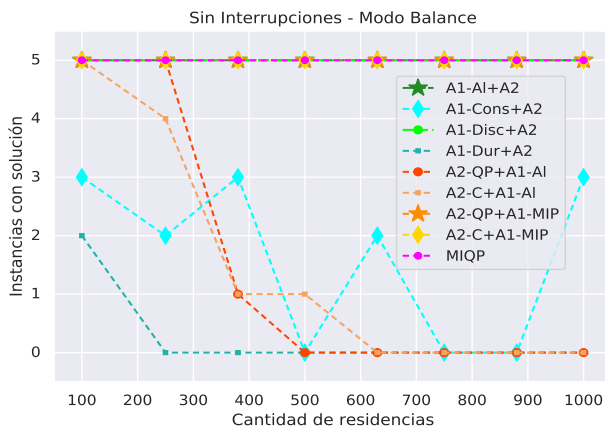


Fig. A.3: Cantidad de instancias resueltas: sin interrupciones - modo balance.

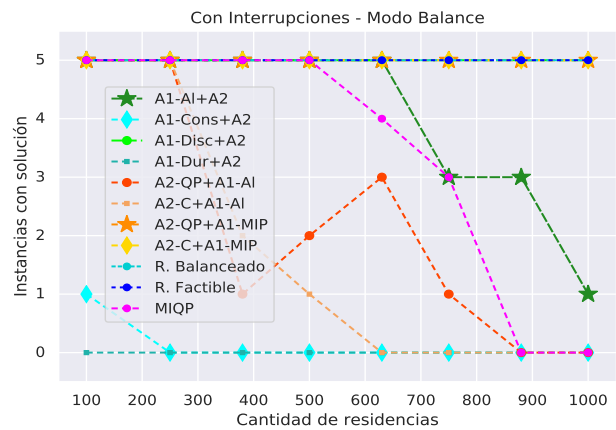


Fig. A.4: Cantidad de instancias resueltas: con interrupciones - modo balance.

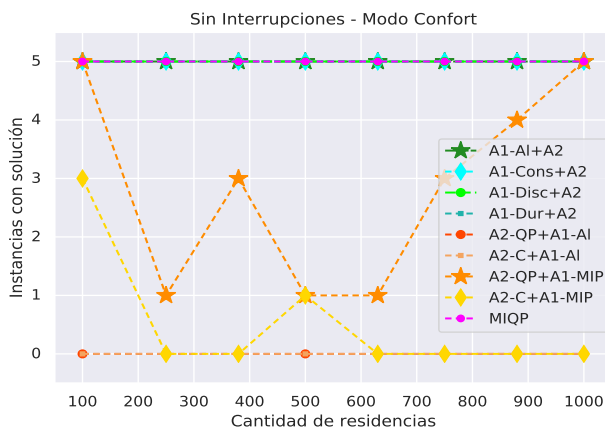


Fig. A.5: Cantidad de instancias resueltas: sin interrupciones - modo confort.

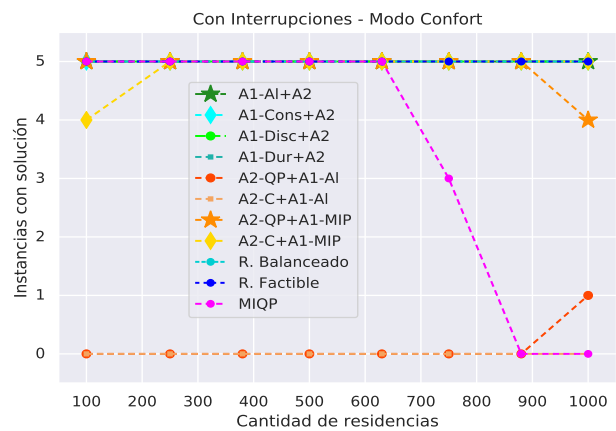


Fig. A.6: Cantidad de instancias resueltas: con interrupciones - modo confort.

### A.2.2. Valor de la función objetivo

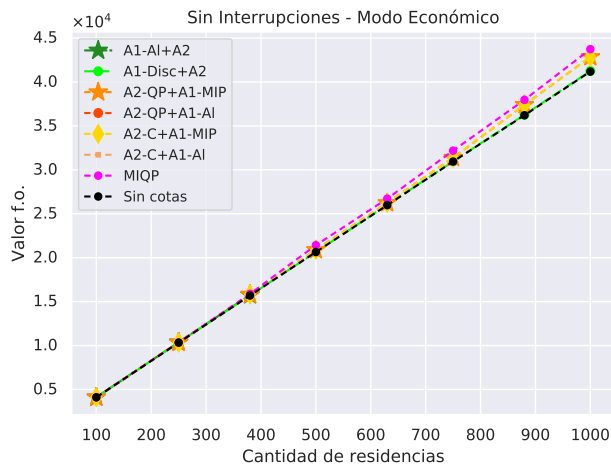


Fig. A.7: Valor de la función objetivo: sin interrupciones - modo económico.

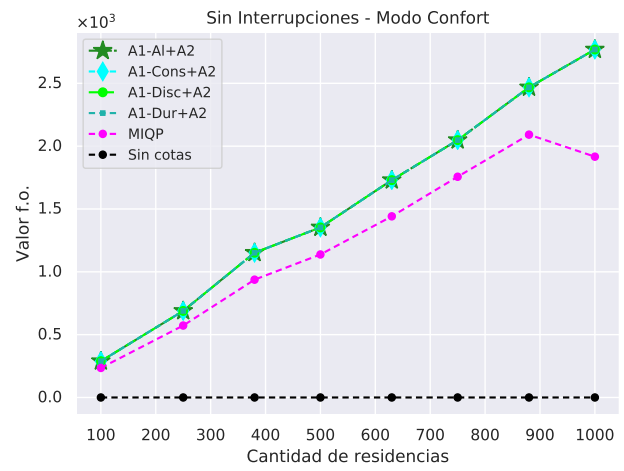


Fig. A.8: Valor de la función objetivo: sin interrupciones - modo confort.

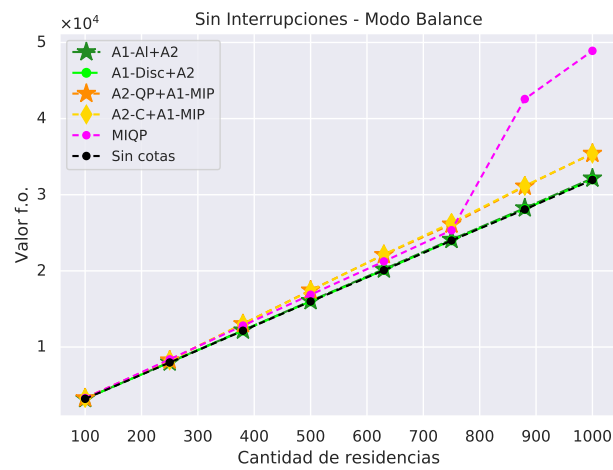


Fig. A.9: Valor de la función objetivo: sin interrupciones - modo balance.

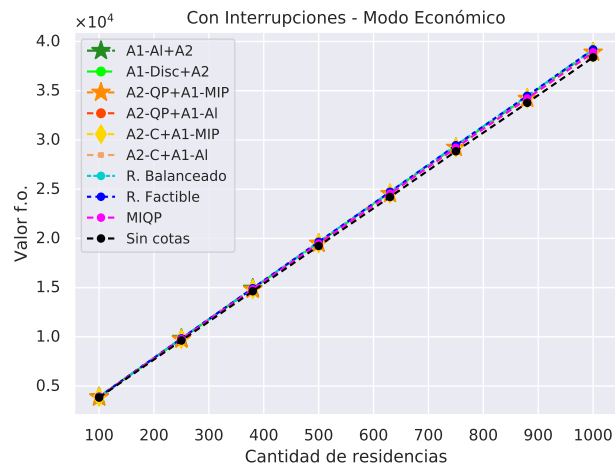


Fig. A.10: Valor de la función objetivo: con interrupciones - modo económico.

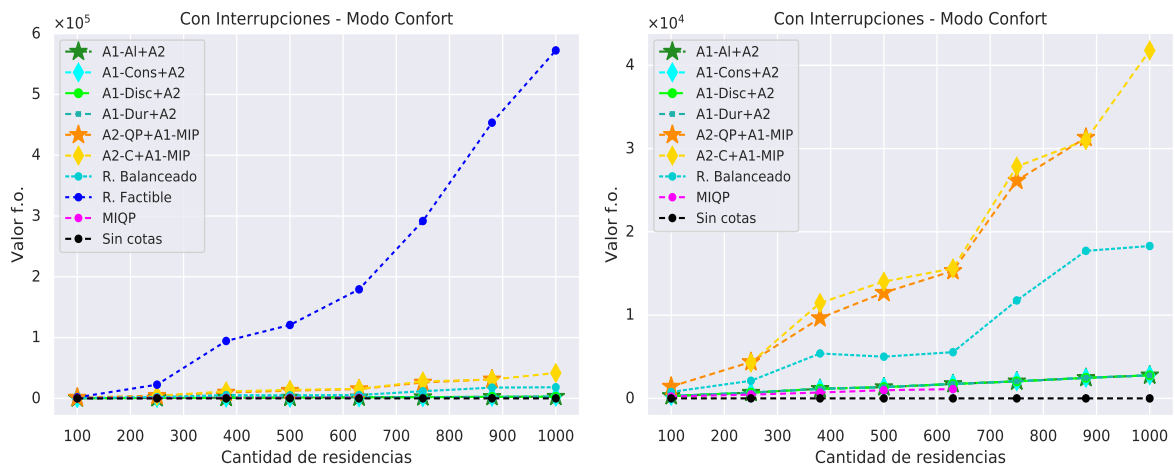


Fig. A.11: Valor de la función objetivo: con interrupciones - modo confort. A la derecha no se considera *R. Factible* para ver con más detalle los valores del resto.

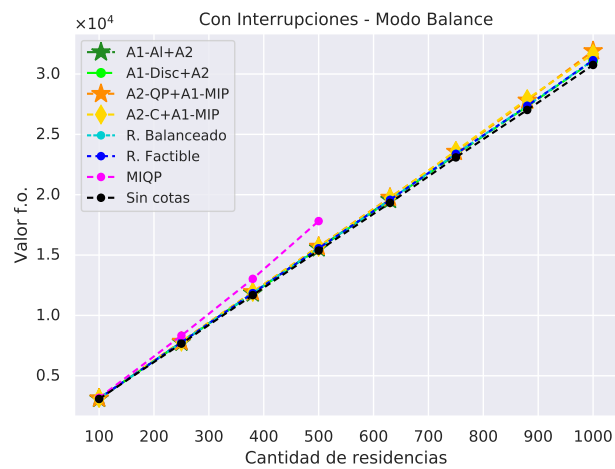


Fig. A.12: Valor de la función objetivo: con interrupciones - modo balance.

### A.2.3. Tiempo de ejecución

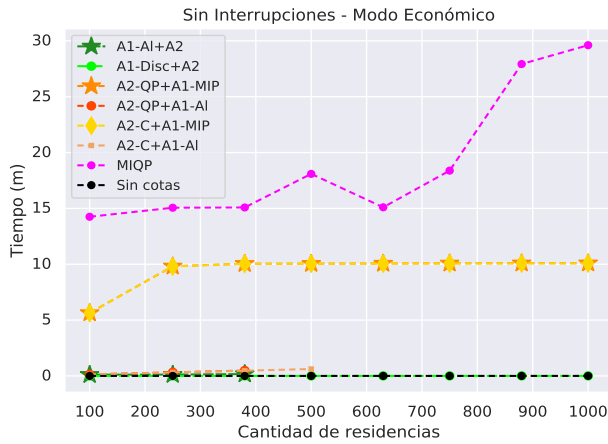


Fig. A.13: Tiempo de ejecución: sin interrupciones - modo económico.

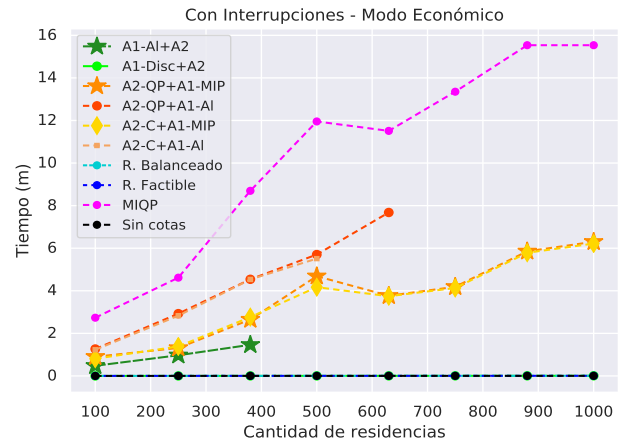


Fig. A.14: Tiempo de ejecución: con interrupciones - modo económico.

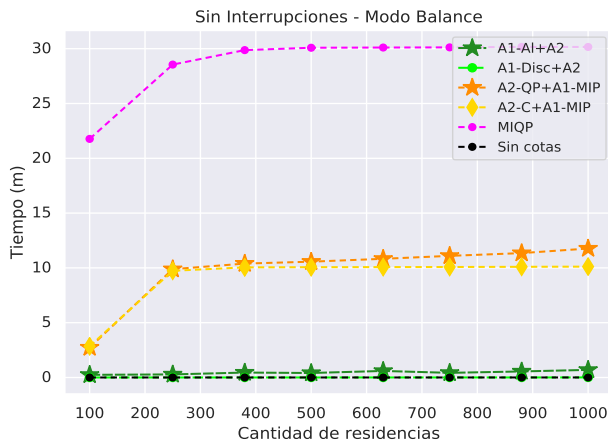


Fig. A.15: Tiempo de ejecución: sin interrupciones - modo balance.

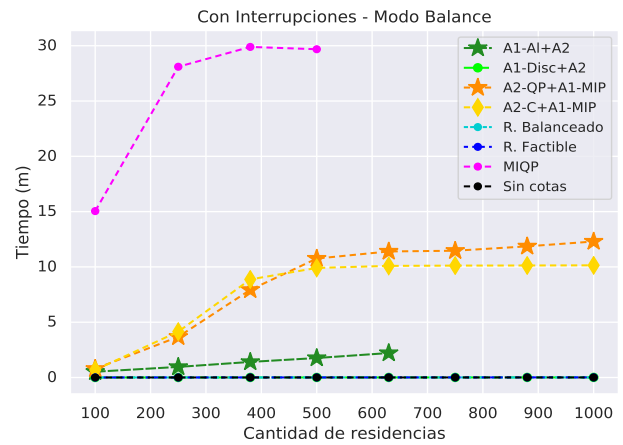


Fig. A.16: Tiempo de ejecución: con interrupciones - modo balance.

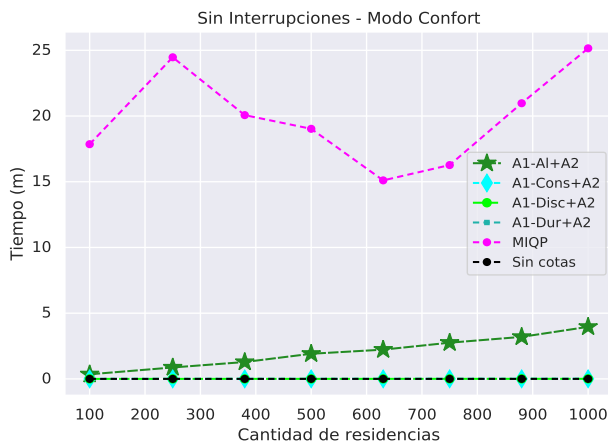


Fig. A.17: Tiempo de ejecución: sin interrupciones - modo confort.

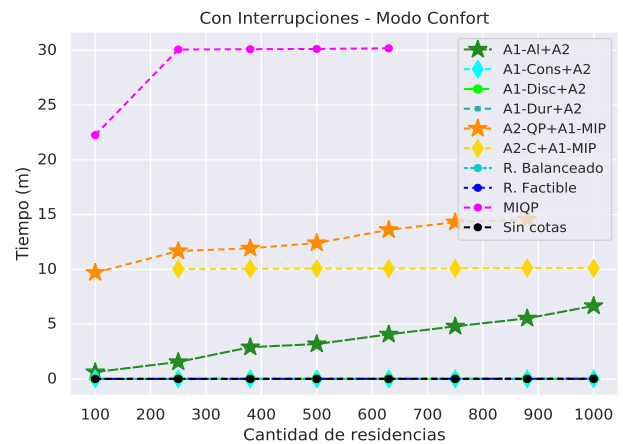


Fig. A.18: Tiempo de ejecución: con interrupciones - modo confort.



### A.2.4. Factura eléctrica

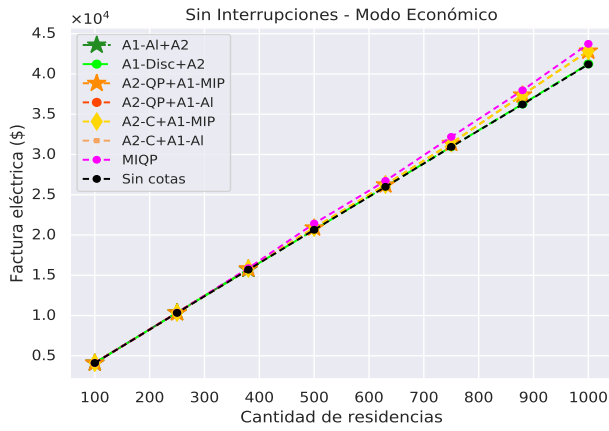


Fig. A.19: Costo de la factura energética: sin interrupciones - modo económico.

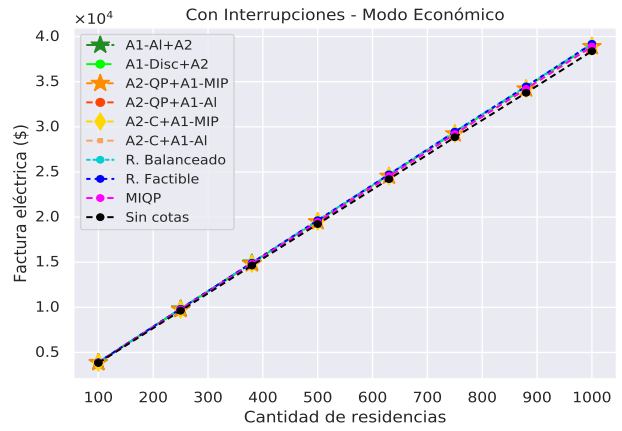


Fig. A.20: Costo de la factura energética: con interrupciones - modo económico.

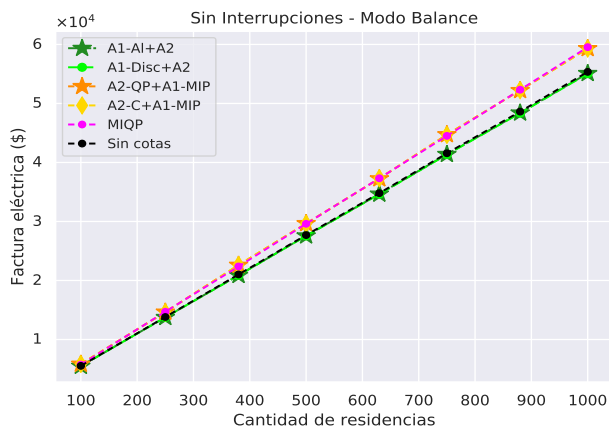


Fig. A.21: Costo de la factura energética: sin interrupciones - modo balance.

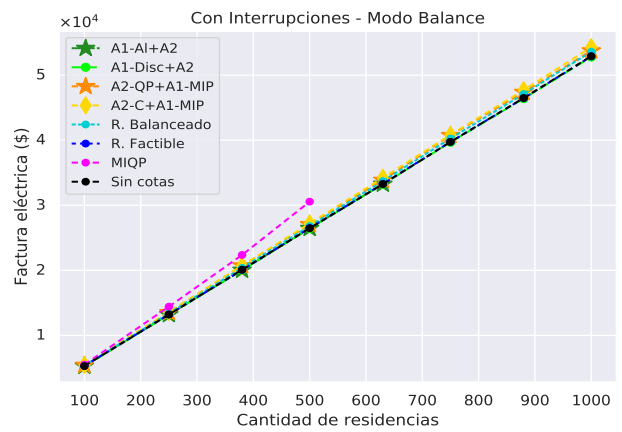


Fig. A.22: Costo de la factura energética: con interrupciones - modo balance.

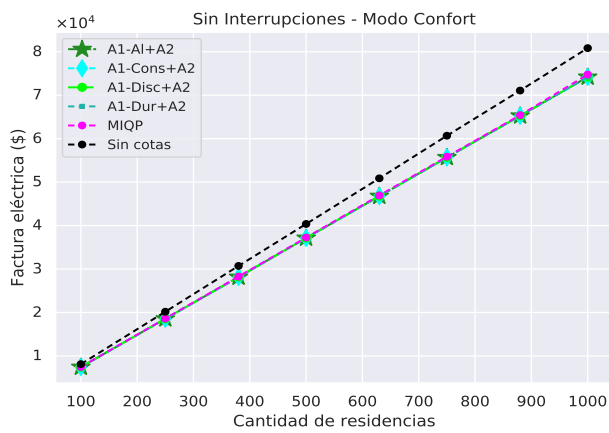


Fig. A.23: Costo de la factura energética: sin interrupciones - modo confort.

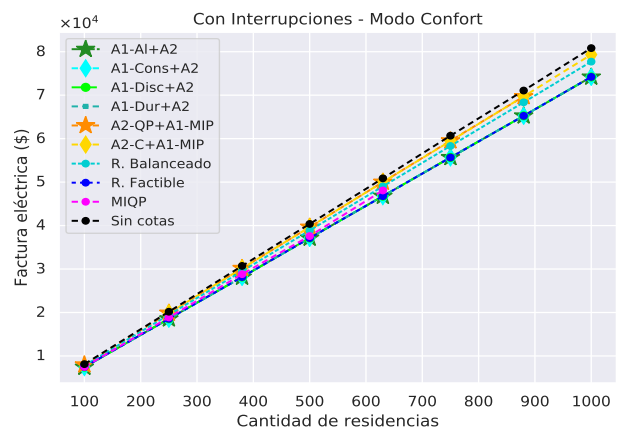


Fig. A.24: Costo de la factura energética: con interrupciones - modo confort.

### A.2.5. Disconformidad

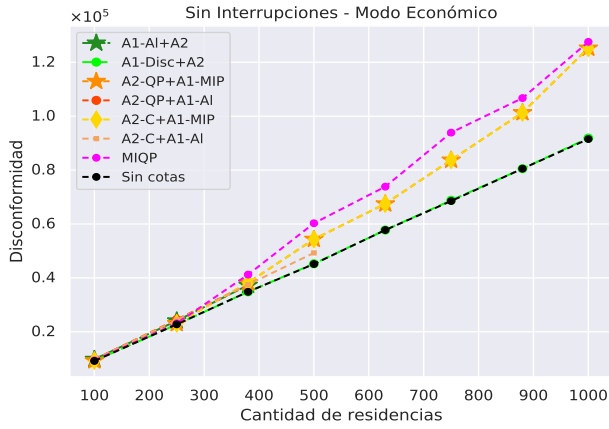


Fig. A.25: Disconformidad total ( $\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2$ ):  
sin interrupciones - modo económico.

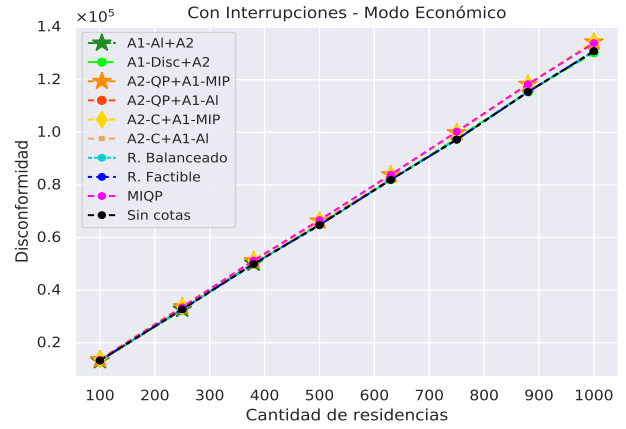


Fig. A.26: Disconformidad total ( $\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2$ ):  
con interrupciones - modo económico.

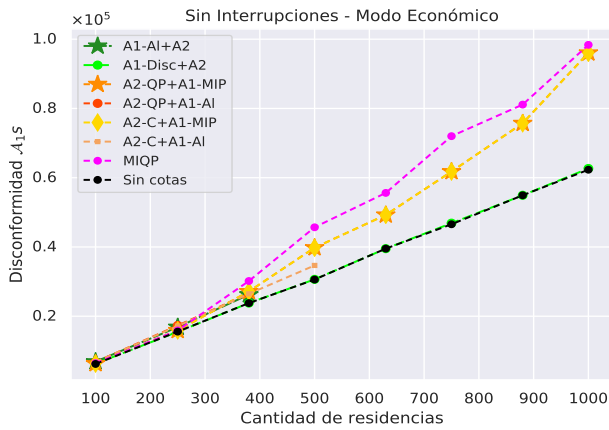


Fig. A.27: Disconformidad  $\mathcal{A}_1$ :  
sin interrupciones - modo económico.

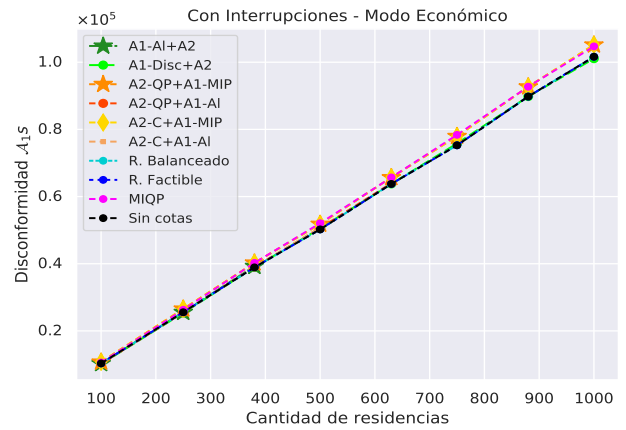


Fig. A.28: Disconformidad  $\mathcal{A}_1$ :  
con interrupciones - modo económico.

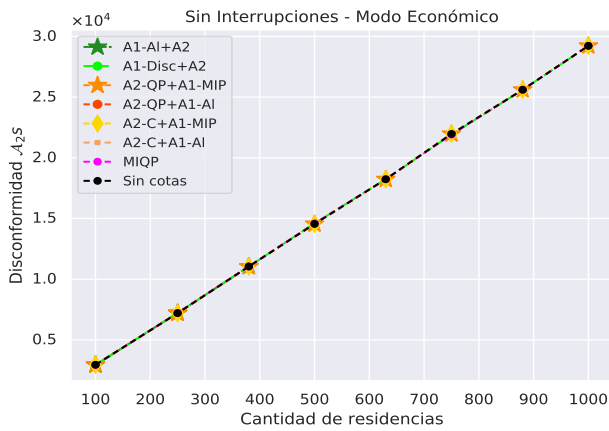


Fig. A.29: Disconformidad  $\mathcal{A}_2$ :  
sin interrupciones - modo económico.

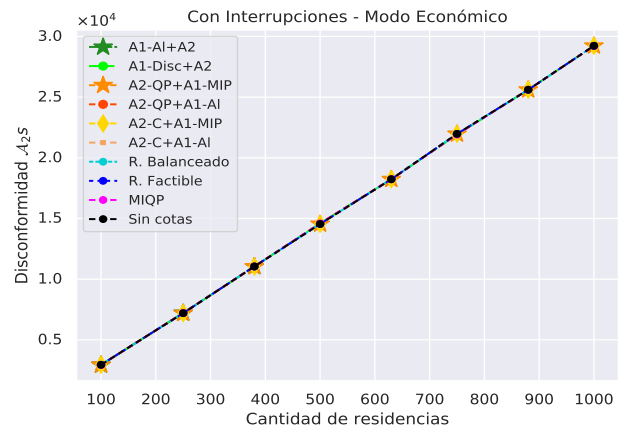


Fig. A.30: Disconformidad  $\mathcal{A}_2$ :  
con interrupciones - modo económico.

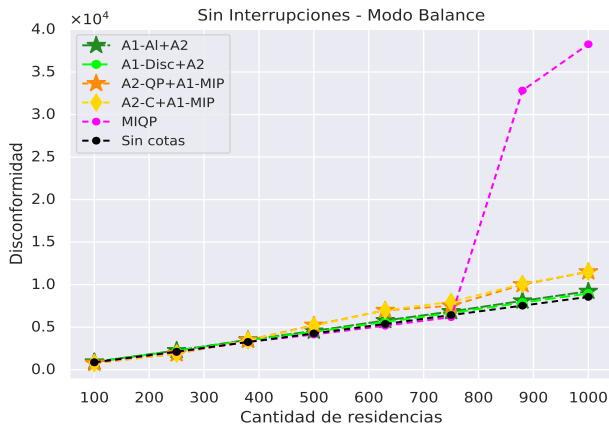


Fig. A.31: Disconformidad total ( $\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2$ ): sin interrupciones - modo balance.

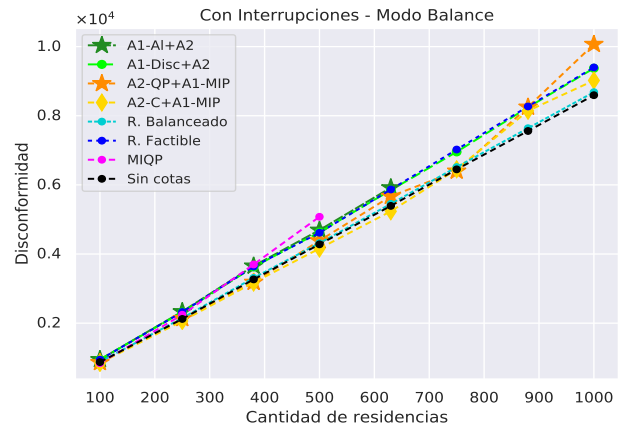


Fig. A.32: Disconformidad total ( $\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2$ ): con interrupciones - modo balance.

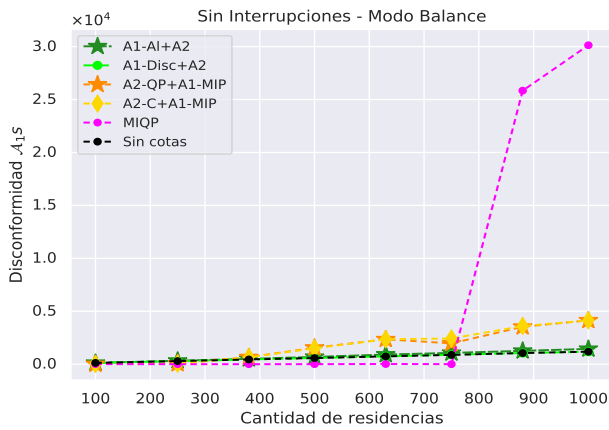


Fig. A.33: Disconformidad  $\mathcal{A}_1$ : sin interrupciones - modo balance.

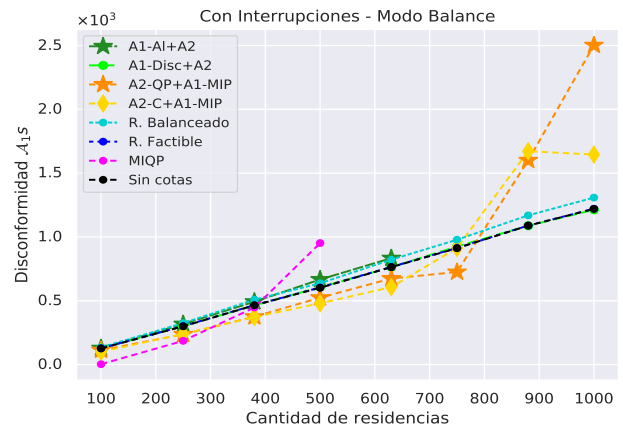


Fig. A.34: Disconformidad  $\mathcal{A}_1$ : con interrupciones - modo balance.

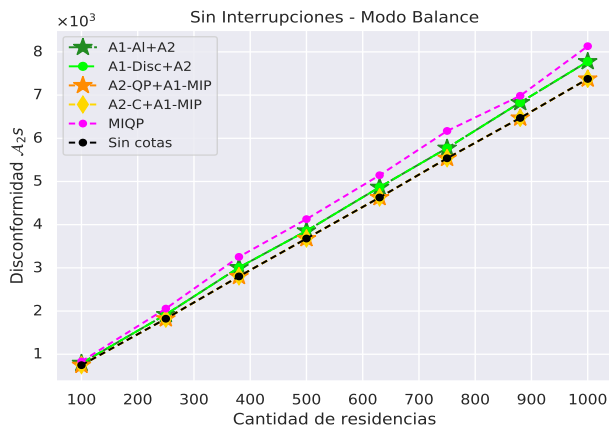


Fig. A.35: Disconformidad  $\mathcal{A}_2$ : sin interrupciones - modo balance.

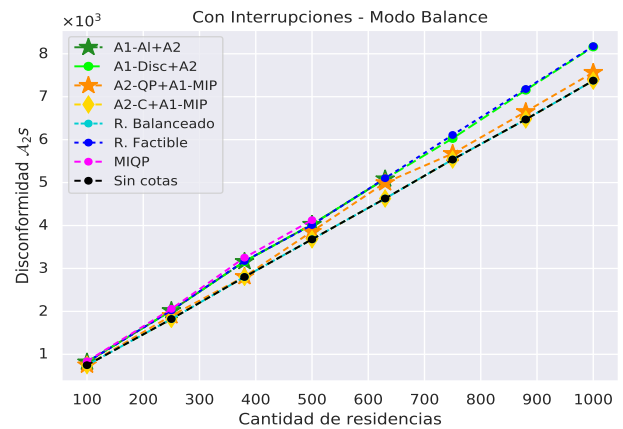


Fig. A.36: Disconformidad  $\mathcal{A}_2$ : con interrupciones - modo balance.

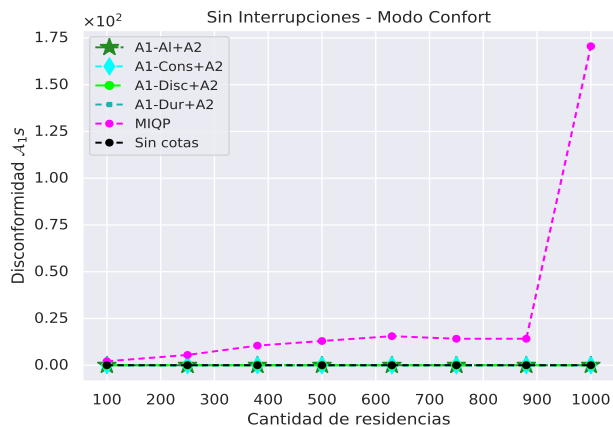


Fig. A.37: Disconformidad  $\mathcal{A}_{1s}$ : sin interrupciones - modo confort.

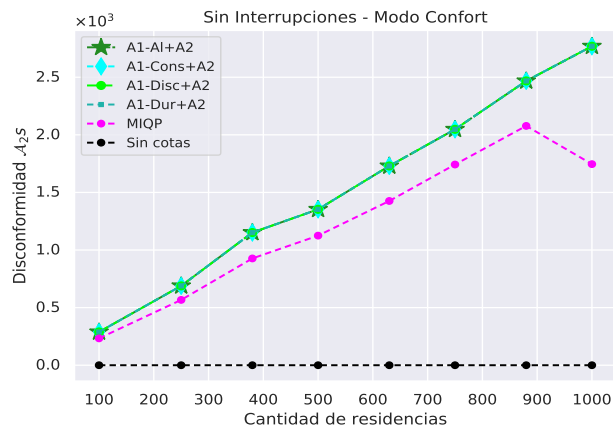


Fig. A.38: Disconformidad  $\mathcal{A}_{2s}$ : sin interrupciones - modo confort.

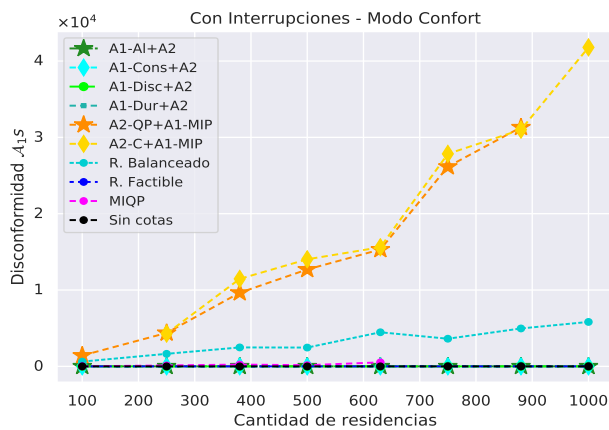


Fig. A.39: Disconformidad  $\mathcal{A}_{1s}$ : con interrupciones - modo confort.

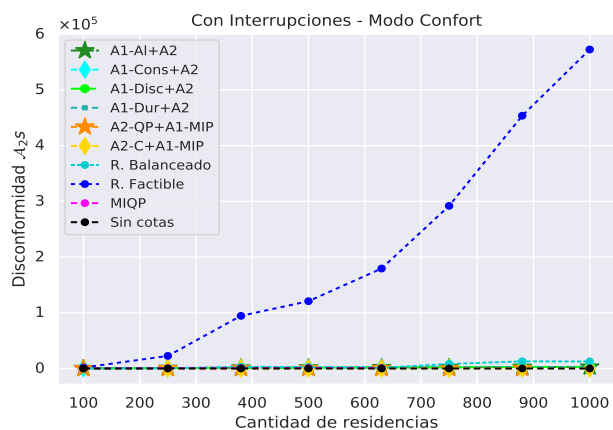


Fig. A.40: Disconformidad  $\mathcal{A}_{2s}$ : con interrupciones - modo confort.

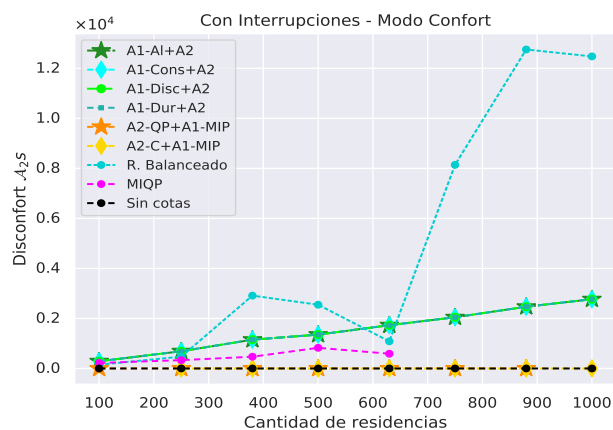


Fig. A.41: Disconformidad  $\mathcal{A}_{2s}$ : con interrupciones - modo confort.

### A.2.6. Demanda pico

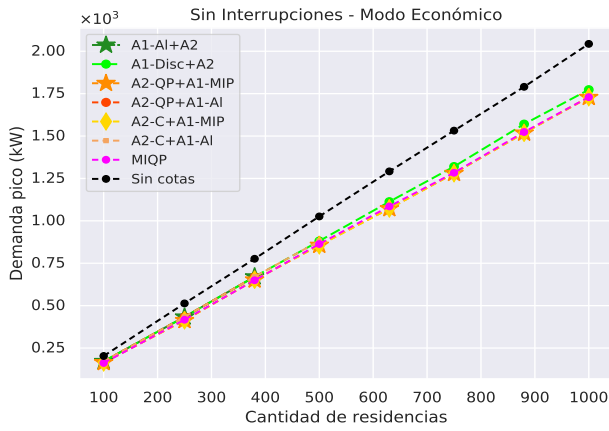


Fig. A.42: Máxima demanda energética: sin interrupciones - modo económico.

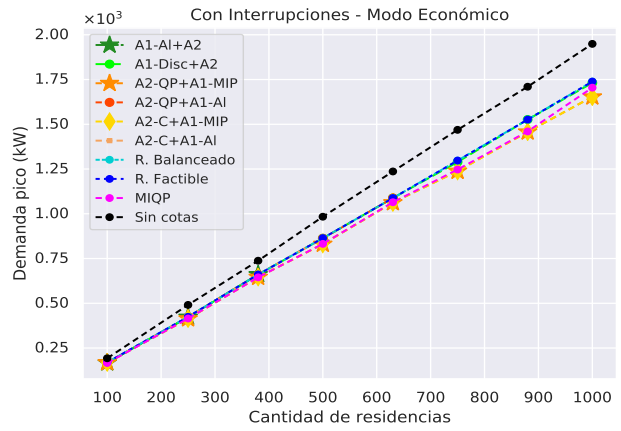


Fig. A.43: Máxima demanda energética: con interrupciones - modo económico.

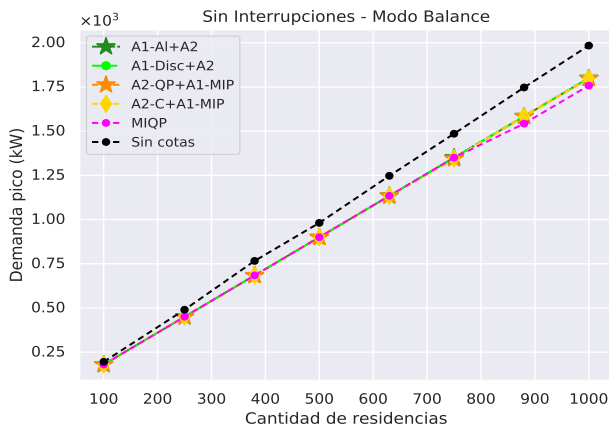


Fig. A.44: Máxima demanda energética: sin interrupciones - modo balance.

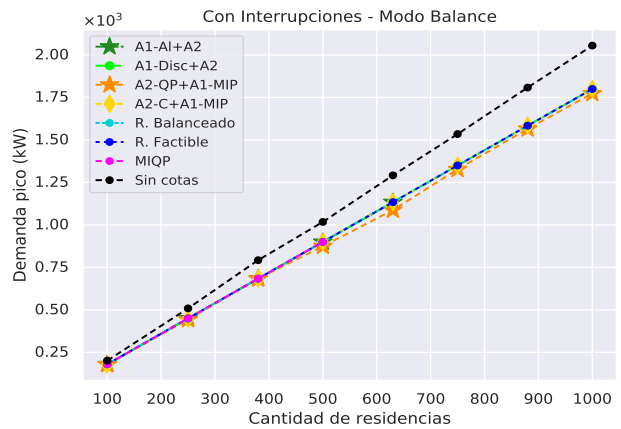


Fig. A.45: Máxima demanda energética: con interrupciones - modo balance.

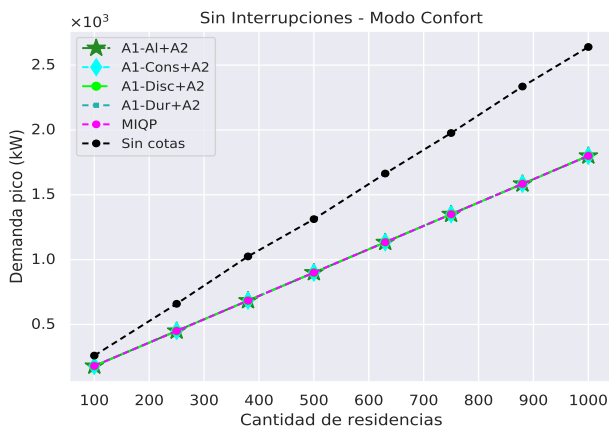


Fig. A.46: Máxima demanda energética: sin interrupciones - modo confort.

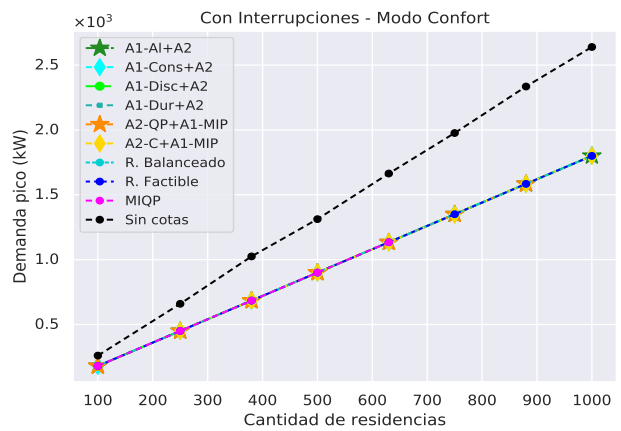


Fig. A.47: Máxima demanda energética: con interrupciones - modo confort.

### A.2.7. Consumo energético

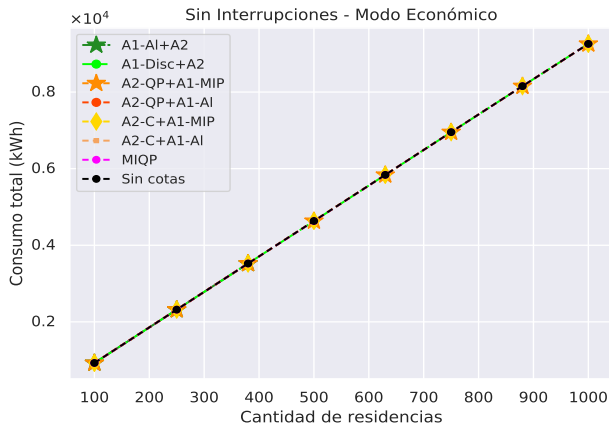


Fig. A.48: Consumo energético total: sin interrupciones - modo económico.

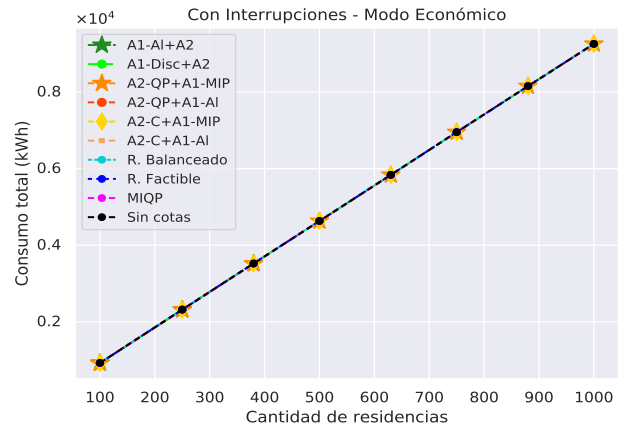


Fig. A.49: Consumo energético total: con interrupciones - modo económico.

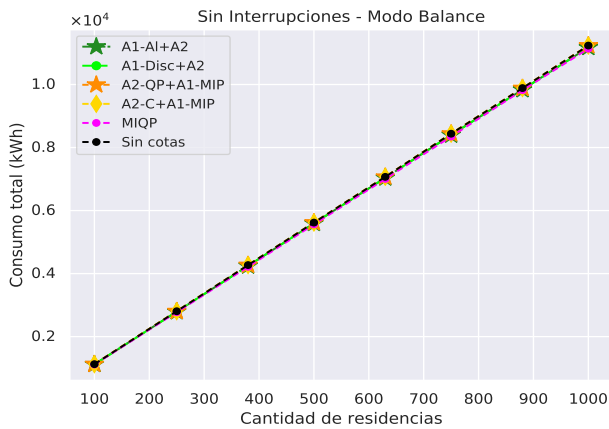


Fig. A.50: Consumo energético total: sin interrupciones - modo balance.

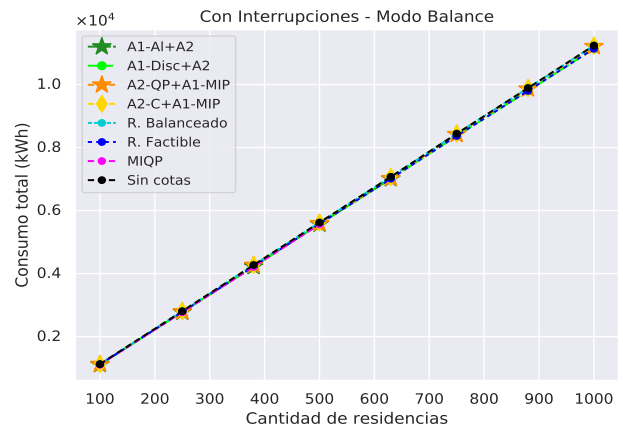


Fig. A.51: Consumo energético total: con interrupciones - modo balance.

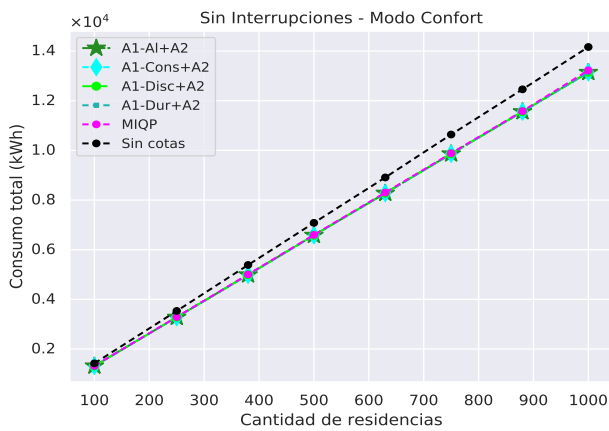


Fig. A.52: Consumo energético total: sin interrupciones - modo confort.

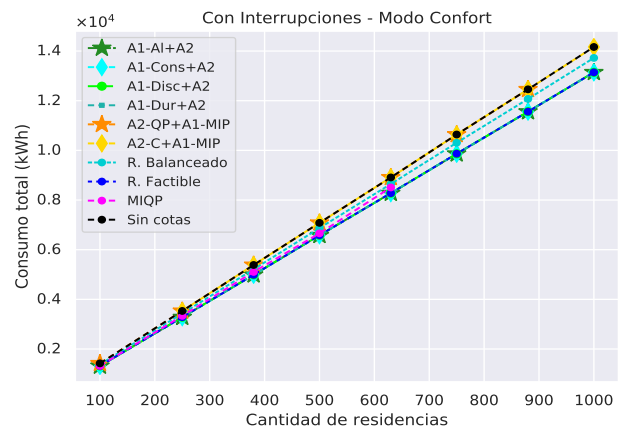


Fig. A.53: Consumo energético total: con interrupciones - modo confort.

### A.2.8. Razón demanda pico a promedio

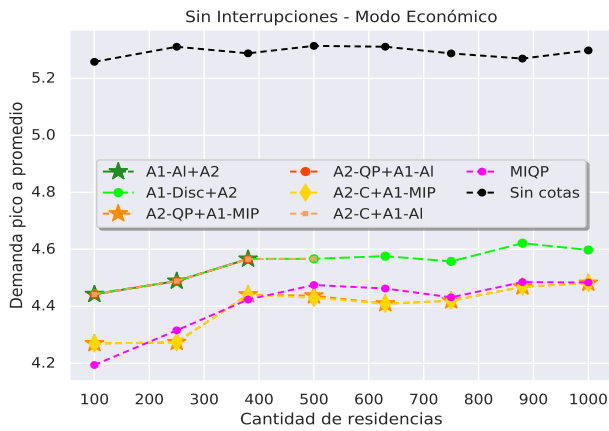


Fig. A.54: Razón demanda pico a promedio: sin interrupciones - modo económico.

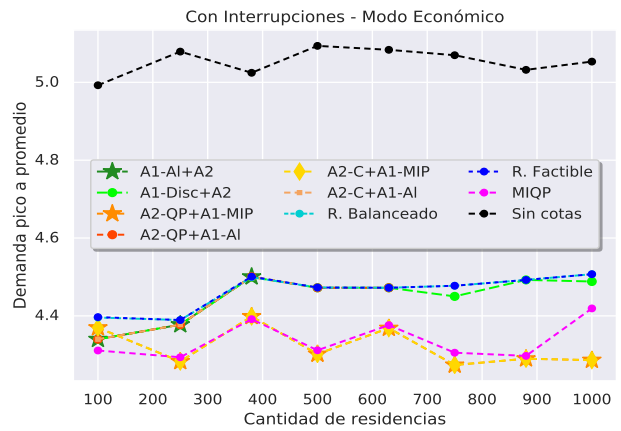


Fig. A.55: Razón demanda pico a promedio: con interrupciones - modo económico.

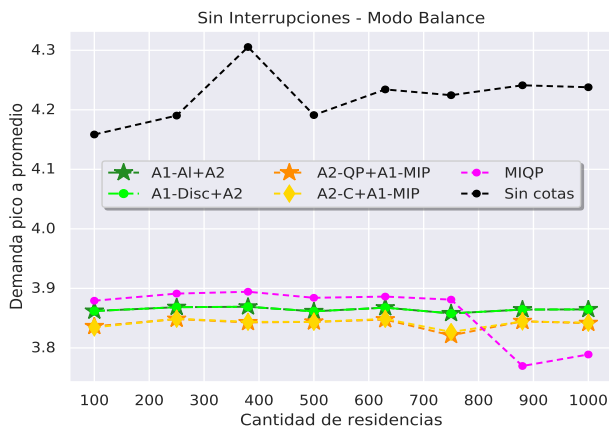


Fig. A.56: Razón demanda pico a promedio: sin interrupciones - modo balance.

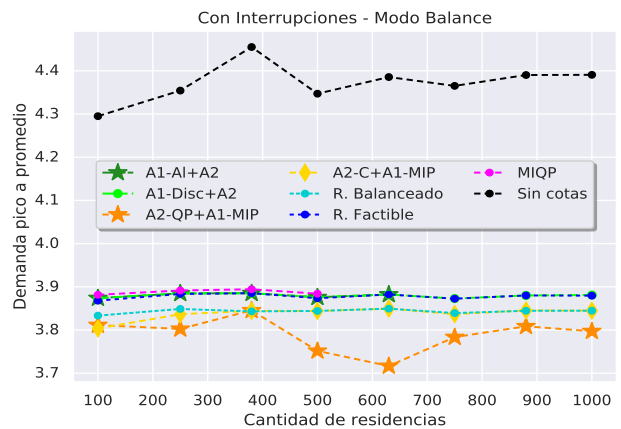


Fig. A.57: Razón demanda pico a promedio: con interrupciones - modo balance.

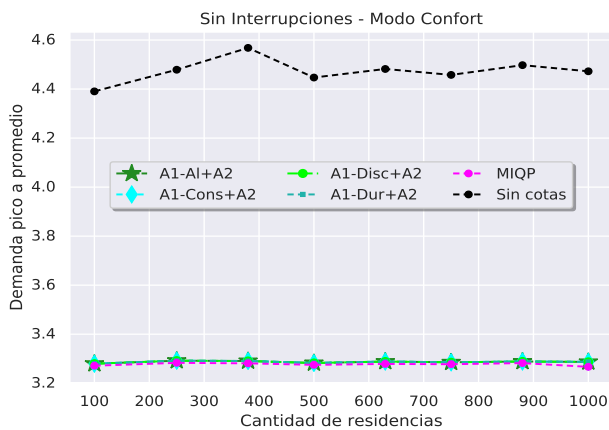


Fig. A.58: Razón demanda pico a promedio: sin interrupciones - modo confort.

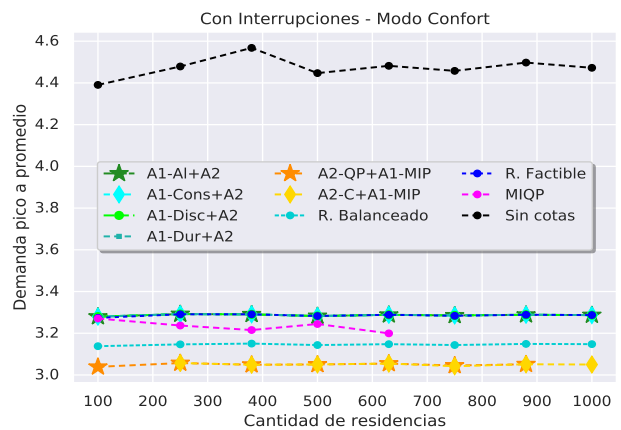


Fig. A.59: Razón demanda pico a promedio: con interrupciones - modo confort.

### A.2.9. Cantidad de instancias resueltas para distintos $c$

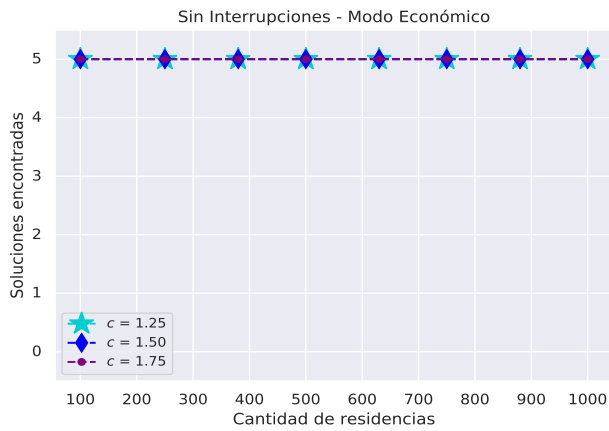


Fig. A.60: Instancias resueltas para distintos  $c$ : sin interrupciones - modo económico.

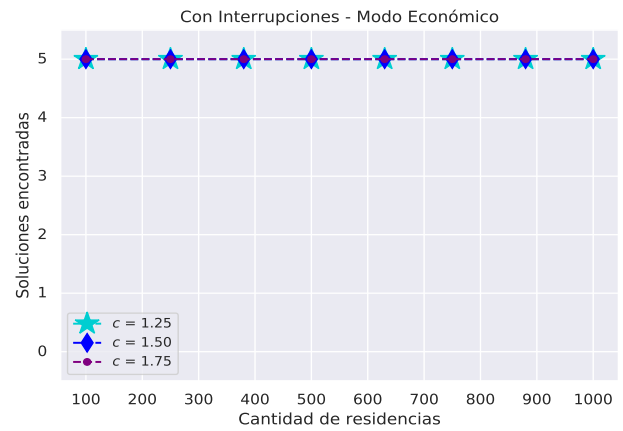


Fig. A.61: Instancias resueltas para distintos  $c$ : con interrupciones - modo económico.

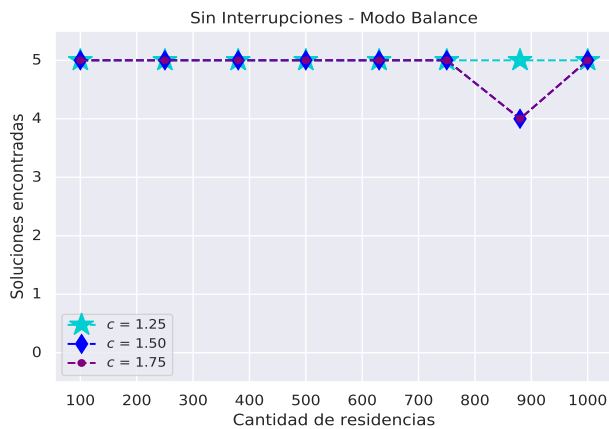


Fig. A.62: Instancias resueltas para distintos  $c$ : sin interrupciones - modo balance.

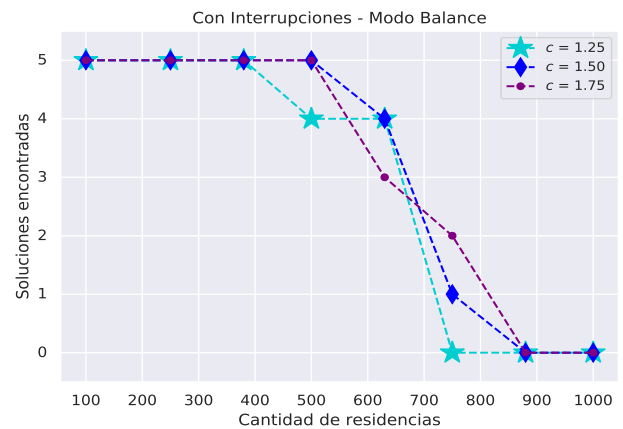


Fig. A.63: Instancias resueltas para distintos  $c$ : con interrupciones - modo balance.

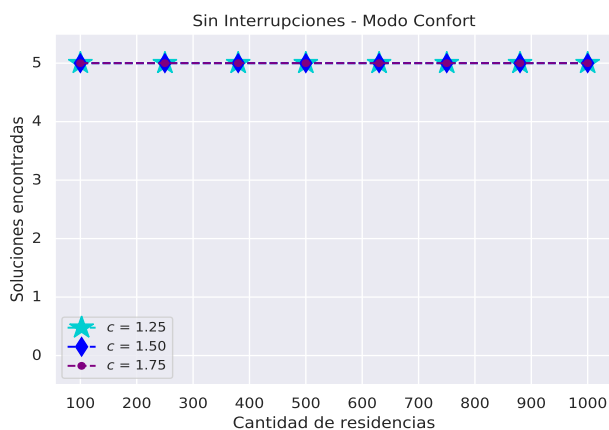


Fig. A.64: Instancias resueltas para distintos  $c$ : sin interrupciones - modo confort.

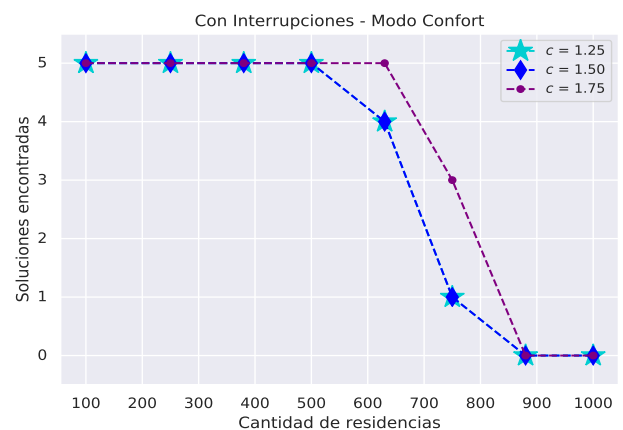


Fig. A.65: Instancias resueltas para distintos  $c$ : con interrupciones - modo confort.



A.2.10. Valor f.o. para distintos  $c$

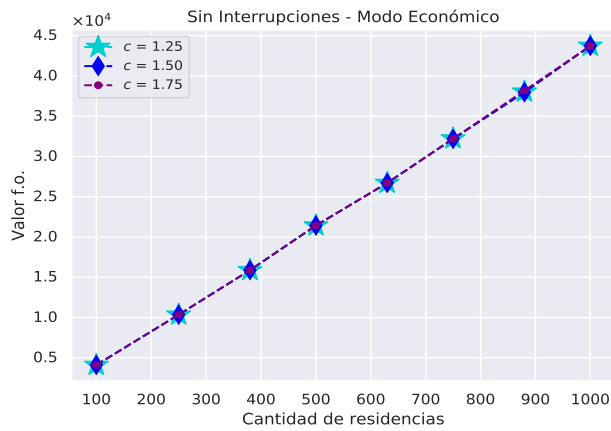


Fig. A.66: Valor f.o. para distintos  $c$ : sin interrupciones - modo económico.

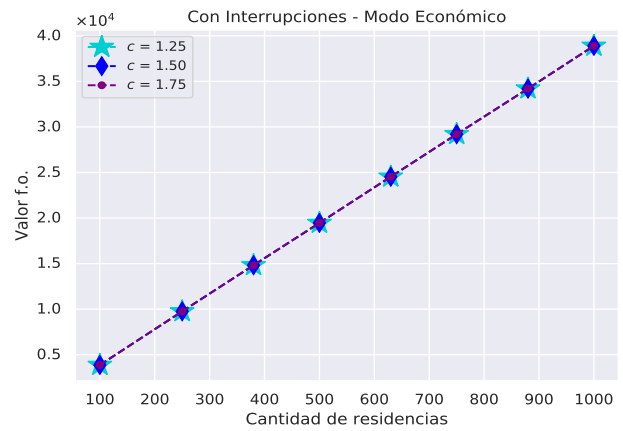


Fig. A.67: Valor f.o. para distintos  $c$ : con interrupciones - modo económico.

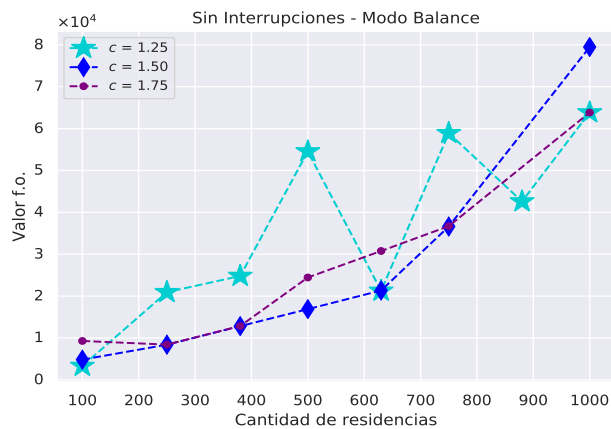


Fig. A.68: Valor f.o. para distintos  $c$ : sin interrupciones - modo balance.

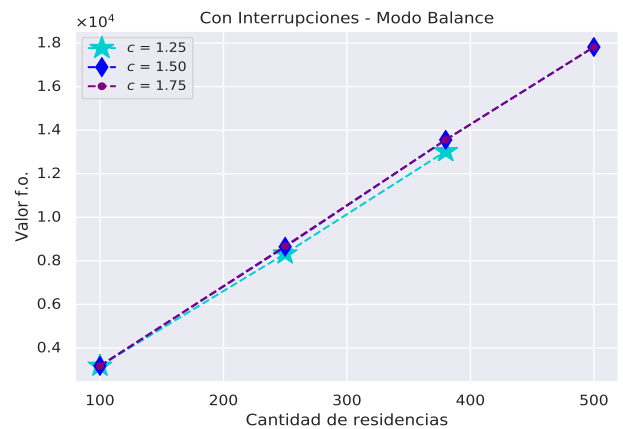


Fig. A.69: Valor f.o. para distintos  $c$ : con interrupciones - modo balance.

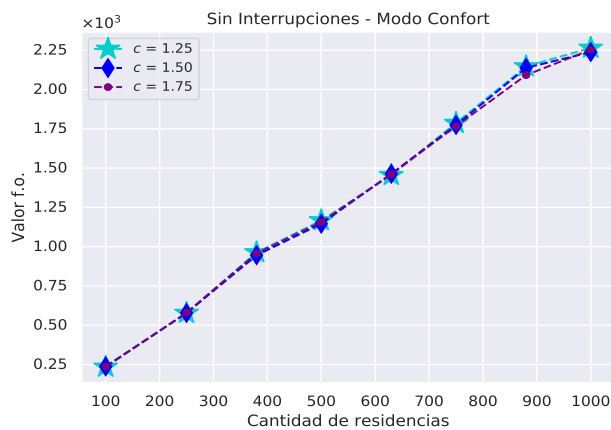


Fig. A.70: Valor f.o. para distintos  $c$ : sin interrupciones - modo confort.

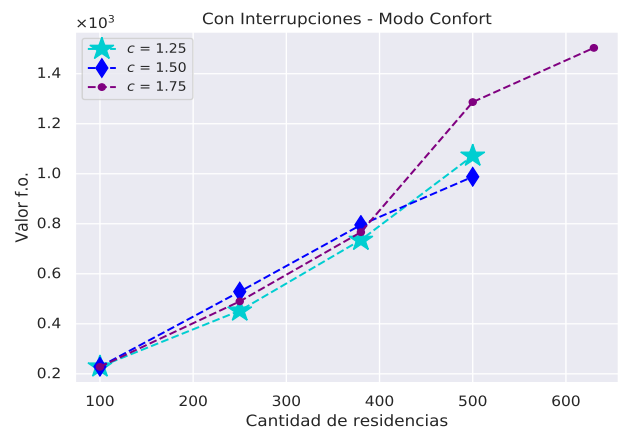


Fig. A.71: Valor f.o. para distintos  $c$ : con interrupciones - modo confort.



## Bibliografía

- [1] *IBM ILOG CPLEX Optimization Studio - CPLEX Parameters Reference*.  
[https://www.ibm.com/support/knowledgecenter/SSSA5P\\_12.7.1/ilog.odms.studio.help/pdf/paramcplex.pdf?origURL=SSSA5P\\_12.7.1/ilog.odms.studio.help/Optimization\\_Studio/topics/PLUGINS\\_ROOT/ilog.odms.studio.help/pdf/paramcplex.pdf](https://www.ibm.com/support/knowledgecenter/SSSA5P_12.7.1/ilog.odms.studio.help/pdf/paramcplex.pdf?origURL=SSSA5P_12.7.1/ilog.odms.studio.help/Optimization_Studio/topics/PLUGINS_ROOT/ilog.odms.studio.help/pdf/paramcplex.pdf).
- [2] B. Alagoz, A. Kaygusuz, and A. Karabiber. A user-mode distributed energy management architecture for smart grid applications. *Energy*, 44(1):167 – 177, 2012. Integration and Energy System Engineering, European Symposium on Computer-Aided Process Engineering 2011.
- [3] M. R. Alam, M. St-Hilaire, and T. Kunz. Computational methods for residential energy cost optimization in smart grids: A survey. *ACM Comput. Surv.*, 49(1):2:1 – 2:34, Apr. 2016.
- [4] M. Arikiezi, F. Grasso, D. Kowalski, and M. Zito. Heuristic algorithm for minimizing the electricity cost of air conditioners on a smart grid. In *2016 IEEE International Energy Conference (ENERGYCON)*, pages 1 – 6, April 2016.
- [5] M. C. Bozchalui, S. A. Hashmi, H. Hassen, C. A. Canizares, and K. Bhattacharya. Optimal operation of residential energy hubs in smart grids. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 3(4):1755 – 1766, Dec 2012.
- [6] L. G. Chalmet, L. Lemonidis, and D. J. Elzinga. An algorithm for the bi-criterion integer programming problem. *European Journal of Operational Research*, 25(2):292 – 300, 1986.
- [7] H. Chitsaz, N. Amjadi, and H. Zareipour. Wind power forecast using wavelet neural network trained by improved clonal selection algorithm. *Energy Conversion and Management*, 89:588 – 598, 2015.
- [8] U. S. Department of Energy. Benefits of demand response in electricity markets and recommendations for achieving them. *report to the United States Congress*, 2006.
- [9] Q. F. Dong, L. Yu, W. Z. Song, L. Tong, and S. J. Tang. Distributed demand and response algorithm for optimizing social-welfare in smart grid. In *in Proc. 26th Int. Parallel & Distributed Processing Symposium (IPDPS)*, pages 1228 – 1239, Shanghai, China, 2012.
- [10] M. Eissa. Demand side management program evaluation based on industrial and commercial field data.(report). *Energy Policy*, 39(10):5961 – 5969, 2011-10-01. Demand side management program evaluation based on industrial and commercial field data.
- [11] X. Fang, S. Misra, G. Xue, and D. Yang. Smart grid-the new and improved power grid: A survey. *IEEE Communications Surveys Tutorials*, 14(4):944 – 980, Fourth 2012.

- 
- [12] J. Gao, Y. Xiao, J. Liu, W. Liang, and C. P. Chen. A survey of communication/networking in smart grids. *Future Gener. Comput. Syst.*, 28(2):391 – 404, Feb. 2012.
- [13] M. R. Garey and D. S. Johnson. *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*. W. H. Freeman & Co., New York, NY, USA, 1979.
- [14] T. Hubert and S. Grijalva. Realizing smart grid benefits requires energy optimization algorithms at residential level. In *Innovative Smart Grid Technologies (ISGT), 2011 IEEE PES*, pages 1 – 8. IEEE, 2011.
- [15] A. Iwayemi, P. Yi, X. Dong, and C. Zhou. Knowing when to act: an optimal stopping method for smart grid demand response. *IEEE Network*, 25(5):44 – 49, September 2011.
- [16] I. Koutsopoulos and L. Tassiulas. Optimal control policies for power demand scheduling in the smart grid. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 30(6):1049 – 1060, July 2012.
- [17] T. Krick. *Álgebra I*. Departamento de Matemática, FCEN, UBA, Buenos Aires, Argentina, 2017. ISSN 1851-1295.  
<http://cms.dm.uba.ar/depto/public/grado/fascgrado9.pdf>.
- [18] K. Ma, T. Yao, and J. Yang. Residential power scheduling for demand response in smart grid. *International Journal of Electrical & Power Energy Systems*, 78:320 – 325, 06 2016.
- [19] P. Mandal, S. T. S. Madhira, A. U. haque, J. Meng, and R. L. Pineda. Forecasting power output of solar photovoltaic system using wavelet transform and artificial intelligence techniques. *Procedia Computer Science*, 12:332 – 337, 2012. Complex Adaptive Systems 2012.
- [20] G. Mavrotas and D. Diakoulaki. Multi-criteria branch and bound: A vector maximization algorithm for mixed 0-1 multiple objective linear programming. *Appl. Math. Comput.*, 171(1):53 – 71, Dec. 2005.
- [21] A. Mellit and A. M. Pavan. A 24-h forecast of solar irradiance using artificial neural network: Application for performance prediction of a grid-connected pv plant at trieste, italy. *Solar Energy*, 84(5):807 – 821, 2010.
- [22] S. Mohagheghi, J. Stoupiš, Z. Wang, Z. Li, and H. Kazemzadeh. Demand response architecture: Integration into the distribution management system. In *Smart Grid Communications (SmartGridComm), 2010 First IEEE International Conference on*, pages 501 – 506. IEEE, 2010.
- [23] M. Safdar, M. Ahmad, A. Hussain, and M. Lehtonen. Optimized residential load scheduling under user defined constraints in a real-time tariff paradigm. In *Optimized residential load scheduling under user defined constraints in a real-time tariff paradigm*, 2016.
- [24] E. Santacana, G. Rackliffe, L. Tang, and X. Feng. Getting smart. *IEEE Power Energy Mag.*, 8(2):41 – 48, 2010.

- 
- [25] P. Siano. Demand response and smart grids: A survey. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 30:461 – 478, 2014.
- [26] R. Solanki. Generating the noninferior set in mixed integer biobjective linear programs: An application to a location problem. *Comput. Oper. Res.*, 18(1):1 – 15, Jan. 1991.
- [27] G. Taguchi, S. Chowdhury, and Y. Wu. *Taguchi's quality engineering handbook*. Wiley, Hoboken, NJ, USA, 2007.
- [28] J. S. Vardakas, N. Zorba, and C. V. Verikoukis. A survey on demand response programs in smart grids: Pricing methods and optimization algorithms. *IEEE Communications Surveys Tutorials*, 17(1):152 – 178, Firstquarter 2015.
- [29] S. A. Vavasis. Complexity theory: Quadratic programming. In C. A. Floudas and P. M. Pardalos, editors, *Encyclopedia of Optimization*, pages 451 – 454. Springer US, Boston, MA, 2001.
- [30] T. Vincent, F. Seipp, S. Ruzika, A. Przybylski, and X. Gandibleux. Multiple objective branch and bound for mixed 0-1 linear programming. *Comput. Oper. Res.*, 40(1):498 – 509, Jan. 2013.
- [31] Z. Zhu, J. Tang, S. Lambbotharan, W. H. Chin, and Z. Fan. An integer linear programming based optimization for home demand-side management in smart grid. In *Proceedings of the 2012 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies*, ISGT '12, pages 1 – 5, Washington, DC, USA, 2012. IEEE Computer Society.