

DTO. DE COMPUTACION
INFOTECA
F.C.E. y N. - U.B.A.



APRENDIZAJE AUTOMÁTICO DE ESTRATEGIAS DE INVERSIÓN MEDIANTE CLASIFICADORES

Alumno: Pablo Martín Pastorino - L.U. 1342/88

Director: Dr. Jorge Sergio Igor Zwir

Buenos Aires, Abril 2002

Tesis de Licenciatura
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

RESUMEN	6
INTRODUCCIÓN	8
Planteamiento	9
Objetivos.....	12
Resumen	14
1 MERCADOS DE CAPITALES	16
1.1 Funcionamiento del mercado	17
1.1.1 Acciones	17
1.1.2 El agente intermediario	18
1.1.3 El inversor	19
1.1.4 Cotización.....	20
1.2 Teorías acerca del comportamiento del mercado.....	21
1.2.1 Teoría del mercado eficiente	21
1.2.2 Teoría de Dow	23
1.2.3 Teoría del mercado fractal.....	27
1.3 Herramientas tradicionales de inversión	29
1.3.1 Análisis Fundamental	29
1.3.2 Análisis Técnico	31
1.3.2.1 Gráficos	31
1.3.2.2 Figuras	35
1.3.2.3 Indicadores Técnicos	39
1.3.3 Dificultades de las técnicas tradicionales	44
1.4 Marco de trabajo para el aprendizaje de Estrategias de Inversión.....	45
1.4.1 Características de las EIs	45
1.4.2 Definiciones.....	46
1.4.3 Datos.....	49
1.4.4 Evaluación de las estrategias	50
1.4.4.1 Medidas de comportamiento financiero	50
1.4.4.2 Comparación con la estrategia B&H.....	51
1.5 Observaciones finales.....	51
2 TÉCNICAS DE APRENDIZAJE AUTOMÁTICO	52
2.1 Aprendizaje Automático.....	54
2.2 Algoritmos Genéticos	57

Índice General

2.2.1 Definición	58
2.2.2 Componentes	60
2.2.3 Representación	61
2.2.4 Inicialización	63
2.2.5 Evaluación	63
2.2.6 Operaciones de cruzamiento y mutación.....	64
2.3 Sistemas Basados en Reglas Difusas	66
2.3.1 Componentes de los Sistemas Basados en Reglas Difusas	67
2.3.2 Construcción de un Sistema Basado en Reglas Difusas.....	68
2.3.3 Problemas del Modelado Lingüístico Basado en Reglas Difusas	70
2.4 Aprendizaje por refuerzo	72
2.4.1 Marco teórico general.....	73
2.4.2 Tipos de problemas	75
2.4.3 Algoritmos.....	76
2.5 Q-learning	77
2.6 Sistemas de Clasificadores.....	80
2.6.1 Marco general.....	80
2.6.2 Componentes de un SCs.....	81
2.6.3 Sistemas de Clasificadores Difusos.....	85
2.7 Otras técnicas.....	88
2.7.1 Redes Neuronales	88
2.7.2 Clustering	89
2.8 Aplicaciones del Aprendizaje Automático en el mercado de capitales.....	91
2.8.1 Técnicas de Aprendizaje Automático aplicadas al mercado	91
2.8.2 Evaluación de las diferentes técnicas	93
2.9 Observaciones finales	94
3 XCS: UN SISTEMA DE CLASIFICADORES ADECUADO PARA EL APRENDIZAJE DE ESTRATEGIAS DE INVERSIÓN	95
3.1 Marco de trabajo	97
3.1.1 Aptitud basada en la precisión.....	97
3.1.2 Clasificadores	98
3.1.3 Generalización.....	100
3.2 Descripción del algoritmo	102
3.2.1 El Sistema de Rendimiento	103
3.2.2 El Sistema de Asignación de Crédito	104
3.2.3 El Sistema de Descubrimiento	106
3.2.4 Pseudocódigo.....	109

3.3 Extensiones.....	113
3.3.1 Eliminación de clasificadores subsumidos	113
3.3.2 Operador de especificación	113
3.3.3 Compactación de la población	114
3.3.4 Adaptación para refuerzos no determinísticos	116
3.3.5 Resumen de la notación y parámetros del algoritmo	120
3.4 Relación con Q-learning	121
3.5 Ventajas de XCS para el aprendizaje de estrategias.....	123
3.6 Observaciones finales	123
 4 MODELOS PARA EL APRENDIZAJE DE ESTRATEGIAS BASADOS EN XCS: INCREMENTO DEL CAPITAL Y PREDICCIÓN DE LA TENDENCIA	 124
4.1 Problemática	126
4.2 Aprendizaje Automático de Estrategias.....	126
4.2.1 Modelos para el aprendizaje de EIs	127
4.2.2 Representación de la información sobre el mercado	128
4.3 Modelo basado en el Incremento del Capital (IC).....	130
4.4 Modelo basado en la Predicción de la Tendencia (PT)	135
4.5 Experiencias	141
4.5.1 Metodología de aprendizaje	142
4.5.2 Selección de indicadores	143
4.5.3 Evaluación	144
4.5.3.1 Performance financiera.....	144
4.5.3.2 Precisión	145
4.5.3.3 Cantidad de clasificadores.....	145
4.5.4 Experiencias con el modelo IC.....	146
4.5.5 Experiencias con el modelo PT	151
4.5.5.1 Experiencias utilizando valores de tendencia discretos	152
4.5.5.2 Experiencias utilizando valores de tendencia continuos.	158
4.6 Análisis de resultados	164
4.6.1 Modelo IC : Influencia del costo de transacción	165
4.6.2 Modelo IC : Funcionamiento del mecanismo de generalización	167
4.6.3 Modelo IC : Comparación de diferentes indicadores	168
4.6.4 Modelo PT : Mecanismo de generalización	169
4.6.5 Modelo PT: Comparación entre valores de tendencia discretos y continuos.....	171
4.6.6 Modelo PT : Influencia del horizonte.....	172
4.6.7 Comparación de modelos	173
4.6.8 Resumen	174

4.7 Observaciones finales	176
--	------------

5 EXTENSIONES PARA EL TRATAMIENTO DE INFORMACIÓN IMPRECISA O AMBIGUA: INTERVALOS (XCSI) Y CONJUNTOS DIFUSOS (XCSD) 177

5.1 Motivaciones	178
-------------------------------	------------

5.2 Marco de trabajo	179
-----------------------------------	------------

5.2.1 Particiones intervalares.....	179
-------------------------------------	-----

5.2.2 Particiones difusas.....	180
--------------------------------	-----

5.3.1 Modificaciones al algoritmo original	182
--	-----

5.3.2 Experiencias	183
--------------------------	-----

5.3.2.1 Definición de las particiones	184
---	-----

5.3.2.2 Experiencias con el modelo IC.....	186
--	-----

5.3.2.3 Experiencias con el modelo PT	188
---	-----

5.3.3 Análisis de resultados	197
------------------------------------	-----

5.3.3.1 Funcionamiento del modelo IC	198
--	-----

5.3.3.2 Modelo PT: Mecanismo de generalización	199
--	-----

5.3.3.3 Modelo PT: Comparación entre valores de tendencia discretos y continuos	200
---	-----

5.3.3.4 Modelo PT: Influencia del horizonte.....	201
--	-----

5.3.3.5 Comparación con XCS.....	202
----------------------------------	-----

5.4 XCSD : Representación difusa	204
---	------------

5.4.1 Modificaciones al algoritmo original	204
--	-----

5.4.1.1 Representación de los clasificadores.....	204
---	-----

5.4.1.2 Modificaciones a los componentes del algoritmo	205
--	-----

5.4.2 Experiencias	209
--------------------------	-----

5.4.2.1 Experiencias con el modelo IC.....	210
--	-----

5.4.2.2 Experiencias con el modelo PT	212
---	-----

5.4.3 Análisis de resultados	221
------------------------------------	-----

5.4.3.1 Funcionamiento del modelo IC	222
--	-----

5.4.3.2 Modelo PT: Mecanismo de generalización	223
--	-----

5.4.3.3 Modelo PT: Comparación entre valores de tendencia discretos y continuos	224
---	-----

5.4.3.4 Modelo PT: Influencia del horizonte.....	225
--	-----

5.4.3.5 Comparación con XCS y XCSI.....	226
---	-----

5.5 Observaciones finales.....	228
---------------------------------------	------------

6 UN MÉTODO JERÁRQUICO PARA MEJORAR EL APRENDIZAJE DE ESTRATEGIAS DE INVERSIÓN 229

6.1 Combinación de modelos mediante un método jerárquico	230
---	------------

6.2 Experiencias	231
-------------------------------	------------

6.2.1 Resultados utilizando XCS.....	231
--------------------------------------	-----

6.2.2 Resultados utilizando XCSD.....	232
---------------------------------------	-----

6.3 Análisis de resultados	234
6.4 Evaluación de las estrategias	236
6.4.1 Comparación con técnicas tradicionales	236
6.4.1.1 Estrategias de Inversión tradicionales	236
6.4.1.2 Resultados	237
6.4.1.3 Análisis de resultados	238
6.4.2 Gráficos	239
6.5 Observaciones Finales	241
7 COMENTARIOS FINALES	242
A. Marco de trabajo	242
B. Resumen.....	243
B.1 Modelos para el Aprendizaje de EIs	243
B.2 Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua.	244
B.3 Método jerárquico para la combinación de modelos	244
C. Trabajos futuros	245
D. Conclusiones.....	242
8 APÉNDICE	248
A. Gráficos de cotizaciones	248
B. Implementación.....	250
C. Justificación del esquema de refuerzo para el modelo IC	254
9 BIBLIOGRAFÍA	256

Resumen

La obtención de *Estrategias de Inversión* para el mercado de capitales es un problema complejo que enfrenta el tratamiento de información imprecisa y la falta de un modelo de comportamiento adecuado sobre el mercado.

En este trabajo se estudia la aplicación de métodos de *Aprendizaje Automático* para la obtención de Estrategias de Inversión efectivas e interpretables. Para ello se utiliza el algoritmo XCS (un tipo de *Sistema de Clasificadores*), en base al cual se plantean diferentes modelos posibles para el aprendizaje. Además, estos modelos se extienden mediante la *Lógica Difusa* (a través de adaptaciones al algoritmo original) para un mejor tratamiento de la información imprecisa o ambigua.

Las experiencias realizadas (sobre la base de datos del Mercado de Valores de Buenos Aires), demuestran la capacidad de las técnicas de aprendizaje utilizadas para la obtención de estrategias de buen rendimiento.

Tabla de Acrónimos

AC	Análisis de Clusters / Clustering
AE	Algoritmo Evolutivo
AF	Análisis Fundamental
AG.....	Algoritmo Genético
AR.....	Aprendizaje por Refuerzo
AT	Análisis Técnico
BC	Base de Conocimiento
BD	Base de Datos
BR	Base de Reglas
BRD	Base de Reglas Difusas
BRL	Base de Reglas Lingüísticas
CE	Computación Evolutiva
DM	Data Mining
EE	Estrategia de Evolución
EI	Estrategia de Inversión
FA	Función de Aptitud
IT.....	Indicador Técnico
IC.....	Modelo basado en el Incremento del Capital
LD	Lógica Difusa
MRD	Método de Razonamiento Difuso
PE	Programación Evolutiva
PG	Programación Genética
PT.....	Modelo basado en la Predicción de la Tendencia
RD	Reglas Difusas
RN	Redes Neuronales
SAC	Sistema de Asignación de Crédito
SBRD.....	Sistema Basado en Reglas Difusas
SCs.....	Sistema de Clasificadores
SD	Sistema de Descubrimiento
SDG	Sistema Difuso Genético
SR	Sistema de Rendimiento
TE.....	Tasa de Error

Introducción

La inversión en el Mercado de Capitales se ha convertido con el tiempo en una tarea cada vez más compleja, que requiere el análisis de grandes volúmenes de información de origen diverso y la habilidad para descubrir en ella indicios acerca del comportamiento futuro de los precios.

El hecho de que en un mercado los precios de los títulos fluctúen sujetos al juego de la oferta y la demanda, hace que existan buenas oportunidades de ganancia (si se pueden anticipar las fluctuaciones de los precios) y también grandes riesgos (en caso de que el comportamiento no sea el esperado).

Teniendo en cuenta este hecho, es lógico que exista un gran interés en desarrollar herramientas para predecir el comportamiento de los precios y optimizar la toma de decisiones de inversión.

En este marco uno de los objetivos más importantes es la obtención de *Estrategias de Inversión* (EIs) que permitan seleccionar la decisión más acertada en función de la información disponible. Este objetivo enfrenta, sin embargo, dificultades serias que se relacionan con la complejidad misma del problema (cantidad de opciones de inversión, operatorias, perfiles de inversor, etc.) y con la *falta de un modelo de comportamiento* adecuado que permita predecir los movimientos del mercado.

Por otro lado, es difícil decidir qué tipo de información debe considerarse para la toma de decisiones: si bien es evidente que determinados acontecimientos (noticias del ámbito político, ataques terroristas, accidentes, etc.) tienen una influencia directa en el mercado, sería muy difícil considerar todas las eventualidades en una estrategia de inversión.

En definitiva, se trata de un problema difícil de modelar, que debe manipular información incierta e imprecisa y en el que “el azar” y la influencia de eventos “externos” al mercado juegan un papel importante [CSB 2000]

Planteamiento

Debido al gran interés existente en obtener Els que generen ganancias y a la posibilidad reciente de emplear computadoras de alto rendimiento, capaces de procesar importantes volúmenes de información, ha surgido la necesidad de introducir modelos y herramientas que los identifiquen a partir de la información disponible. Dentro del grupo de *herramientas tradicionales* de inversión (aquellas que han desarrollado los propios inversores a partir de la experiencia y las teorías existentes) podemos destacar dos tipos de análisis, el *Análisis Fundamental* y el *Análisis Técnico*:

- El *Análisis Fundamental* (AF) [Schwager 1995], se ocupa de estimar el valor de un título sobre la base del valor de las empresas o entidades asociadas. Dado que, en el caso de las acciones de empresas privadas, una acción representa una porción de su capital, este tipo de análisis se basa en estimar cuál es el precio “correcto” de la acción sobre la base del estudio de la empresa, su situación actual y sus perspectivas futuras. Esto requiere el análisis de diferentes elementos como el balance de la empresa, su posición en el mercado, la situación del sector, etc.
- El *Análisis Técnico* (AT) [Achellis 1995] asume que el mercado mismo proporciona toda la información necesaria para el inversor y, a diferencia del AF, no se interesa tanto en el valor que “debería” tener un título sino en el valor que el mercado le asigna. Sobre la base de este principio, propone diferentes técnicas para analizar las variables del mercado (precios y volúmenes), detectar patrones de comportamiento de los precios y explotar este conocimiento mediante reglas de inversión.

Si bien las herramientas tradicionales son utilizadas extensivamente por los inversores, también es cierto que presentan una serie de problemas:

- *Requieren conocimiento experto.* El AF requiere un estudio cuidadoso de las distintas fuentes de información y la capacidad para interpretar diferentes informes económicos. Por otro lado, las diferentes técnicas de AT (interpretación de gráficos, cálculo de indicadores técnicos) pueden resultar en una serie de señales poco claras o contradictorias. En ese caso, el analista debe recurrir a su experiencia o a su conocimiento del mercado para tomar las decisiones.
- *Involucran un alto grado de subjetividad.* La estimación del precio que realiza el AF requiere, muchas veces, la consideración de factores difíciles de cuantificar (capacidad de los ejecutivos de la empresa, posición con respecto a sus competidores, etc.) que implican una estimación subjetiva de su influencia en el cálculo del precio.

Por otro lado, la variedad de técnicas de AT, hace que los inversores deban decidir qué método conviene aplicar en cada caso, a partir de la intuición o de la experiencia.

Una alternativa para mejorar estas herramientas y superar los inconvenientes mencionados, es la aplicación de *técnicas computacionales*. Esto incluye una larga lista de herramientas relacionadas con la Inteligencia Artificial (IA) y, en particular, el *Aprendizaje Automático* (AA).

El AA [Michalski 1983] busca la adquisición de conceptos mediante la exploración de datos. En el caso del aprendizaje de Els, en general se busca el aprendizaje de un modelo que permita hacer alguna predicción de utilidad práctica sobre el comportamiento de los precios. Habitualmente, este modelo se basa en información técnica, ya que es el tipo de información más fácil de conseguir y de tratar mediante técnicas computacionales. De este modo, a partir del análisis de series de precios, volúmenes y otros indicadores, se busca un conocimiento que puede ser utilizado en el futuro para obtener ganancias.

Las aplicaciones del AA que se plantean este objetivo enfrentan un problema complejo, que incluye el procesamiento y modelado de *Series de Tiempo* [Dorffner 1996] y el tratamiento de *información ruidosa*, imprecisa o ambigua. Además las técnicas utilizadas deben considerar el tratamiento de comportamientos *no determinísticos*, y las *particularidades del problema del mercado* (evaluación en base a la ganancia, consideración de los costos de transacción, etc.).

Si bien se han realizado muchas experiencias exitosas en este campo, podemos destacar una serie de dificultades para su aplicación:

- Algunas técnicas de “caja negra” como las redes neuronales (RNs) *no generan un conocimiento interpretable* [Mitchell 1997] y enfrentan al inversor al dilema de tomar una decisión sin tener una explicación comprensible. Además, otra desventaja de las RNs es su *dificultad para incorporar conocimiento estructurado*, impidiendo la cooperación entre el conocimiento del inversor y los conceptos descubiertos por el AA.
- Muchos métodos de AA obtienen un modelo *estático* sobre el comportamiento del mercado, es decir, proponen un modelo que se ajusta a los datos observados, pero que resulta difícil de modificar ante la aparición de nueva información. Esta característica puede resultar perjudicial, pues el mercado es un sistema dinámico que puede modificar su comportamiento a medida que recibe nueva información [Schulenburg 2001].

Sobre la base de lo expuesto hasta aquí parece adecuado plantearse algunas cuestiones importantes para abordar el aprendizaje de Els:

- *Necesidad de construir modelos que capturen las características particulares del problema.* Es necesario construir modelos que consideren escenarios realistas (por ejemplo: tener en cuenta los costos que deben pagar los inversores cada vez que realizan una operación), que puedan ser evaluados en base a la ganancia generada y cuyos resultados puedan ser comparados con otros tipos de estrategias.
- *Capacidad para tratar información no clasificada.* Dado que es deseable no depender del conocimiento experto para la obtención de Els, las técnicas utilizadas deberían realizar el aprendizaje sin contar con una clasificación que discrimine, de antemano, las decisiones correctas de las incorrectas.
- *Utilización de herramientas que permitan obtener un adecuado balance entre la interpretabilidad y la precisión.* Como ya mencionamos, una característica deseable de las Els es su interpretabilidad. Las técnicas utilizadas deben permitir alcanzar este objetivo sin resignar precisión o capacidad de generar ganancias.
- *Utilización de herramientas que permitan realizar un aprendizaje incremental.* La necesidad de adaptar los modelos obtenidos a medida que se incorpora nueva información, requiere de herramientas que puedan manejar un aprendizaje de tipo incremental.

Objetivos

El objetivo principal de esta tesis será el *aprendizaje automático de Els que generen ganancias. Esto es, modelos que capturen las características particulares del problema del mercado de capitales, incluyendo información no clasificada, imprecisa o ambigua en forma de series temporales, con un adecuado balance entre la interpretabilidad y la precisión de los mismos.*

Para plantearlo en términos más precisos podemos decir que una EI es una función que, en un determinado instante, selecciona la acción más conveniente a partir de la información disponible en ese momento:

$$EI(Info_t) = \text{decisión}$$

Para poder obtener Els que cubran los múltiples objetivos que se plantean en este trabajo, llevaremos a cabo un programa de investigación dedicado a encontrar la mejor combinación de técnicas de AA y al análisis de su aplicación al Mercado de Capitales.

Tal como señala Goldberg [Goldberg 2000], la integración de las mejores técnicas requiere un cuidadoso análisis y diseño de los componentes del sistema y sus características. Para ello, nos plantearemos el cumplimiento de una serie de metas que nos permitirán alcanzar el objetivo global y que detallamos a continuación:

- *Definición de un marco para el aprendizaje de Els.* Para poder plantear el problema en forma precisa y acotada, es necesario establecer una serie de definiciones básicas acerca de las Els que se van a obtener: ¿qué tipo de información consideran?, ¿qué tipo de decisiones pueden tomar?, ¿cuál es el criterio de evaluación de las estrategias?
- *Utilización de Sistemas de Clasificadores (SCs) para el aprendizaje de Els.* La aplicación de este método de aprendizaje implica:
 - El diseño de un mecanismo de representación de conocimiento interpretable en base a conjuntos de reglas de tipo condición/acción, esto es, *Sistemas Basados en reglas (SBRs)*.
 - La utilización de métodos de aprendizaje inductivo (a partir de ejemplos no clasificados) para la identificación de dichos SBRs en base a mecanismos de asignación de crédito propios del *Aprendizaje por Refuerzo (AR)*.
 - La utilización de herramientas de optimización del tipo de las metaheurísticas, en particular Algoritmos Genéticos (AGs), para la obtención del conjunto de reglas más adecuado y compacto.

- *Definición de diferentes modelos para el aprendizaje de Els.* Con el objetivo de enfocar el problema desde diferentes perspectivas, estudiaremos los siguientes modelos:
 - Un modelo basado en el incremento del capital generado por la estrategia, que modela al inversor como un agente que recibe señales de refuerzo (ganancias o pérdidas), en función del efecto inmediato de las decisiones tomadas.
 - Un modelo basado en la predicción de la tendencia, que busca predecir la variación del precio para un horizonte futuro.
- *Desarrollo de extensiones adecuadas para el tratamiento de información imprecisa o ambigua.* El tratamiento de variables continuas mediante SCs plantea algunas dificultades en cuanto al tratamiento de información imprecisa o ambigua. Para tratar con estas cuestiones emplearemos un enfoque basado en la Lógica Difusa [Zadeh1965], el cual nos permitirá representar la ambigüedad propia de los datos y la incertidumbre en cuanto a la inferencia realizada a partir de los mismos.
- *Desarrollo de un método integrador entre ambos modelos de aprendizaje para maximizar el rendimiento de las Els.* A partir del análisis de las ventajas y desventajas de cada modelo (incremento de capital y predicción de la tendencia), estudiaremos la integración de los mismos aprovechando las virtudes de cada uno de ellos para obtener mejores Els.

Resumen

La tesis está organizada en 6 Capítulos y una sección de Comentarios Finales. A continuación resumiremos brevemente los contenidos de cada uno de ellos.

En el *Capítulo 1* explicaremos el funcionamiento del Mercado de Capitales, las principales teorías acerca de su comportamiento y detallaremos las herramientas utilizadas tradicionalmente por los inversores para tomar decisiones. En este último aspecto, pondremos especial énfasis en el *Análisis Técnico* en base al cual definiremos concretamente el problema del Mercado de Capitales a desarrollar en esta tesis. Por último, analizaremos algunos problemas asociados a las técnicas tradicionales y propondremos un marco de trabajo para la utilización del Aprendizaje Automático, con el fin de mejorar o extender estas herramientas.

En el *Capítulo 2*, estudiaremos diferentes técnicas de Aprendizaje Automático (AA) que consideramos adecuadas para los objetivos de esta tesis. Analizaremos brevemente la aplicación de algunas técnicas de AA al mercado (Redes Neuronales, Clustering, etc.), y comentaremos en cada caso sus ventajas y desventajas. En particular, describiremos técnicas de AA que nos permitan diseñar un mecanismo de representación basado en SBRs, aprender dichos sistemas en base al Aprendizaje por Refuerzo, y utilizar metaheurísticas como los Algoritmos Genéticos, para la obtención del conjunto de reglas más adecuado y compacto.

En el *Capítulo 3*, analizaremos de modo específico el algoritmo XCS [Wilson 1995], un tipo particular de SCs que combina las técnicas descritas en el Capítulo 2, y estudiaremos su aplicación al aprendizaje de Els. Explicaremos en detalle su funcionamiento, su relación con otros algoritmos de AR y justificaremos su elección para el aprendizaje de estrategias.

En el *Capítulo 4*, plantearemos dos modelos para el aprendizaje de Els, cuyo objetivo será obtener estrategias basadas en *Indicadores Técnicos* mediante la aplicación del algoritmo XCS. En primer lugar, definiremos un modelo basado en el *incremento del capital* (IC) generado por la estrategia, que se plantea en el marco del Aprendizaje por Refuerzo (AR) y luego definiremos un modelo basado en la *predicción de la tendencia* (PT) de los precios, relacionado con el modelado de datos y la aproximación de funciones. En ese marco, definiremos diferentes variantes que nos permitirán aprovechar las características de XCS (mecanismos de generalización, distribución de refuerzo tipo Q-learning). Finalmente, y en base a los resultados obtenidos en las experiencias, realizaremos un análisis según diferentes criterios (rendimiento financiero, interpretabilidad, precisión).

En el *Capítulo 5*, extenderemos los modelos y el método expuesto en el Capítulo anterior, modificando el algoritmo XCS para el tratamiento de variables continuas. Esto permitirá un mejor tratamiento de la información imprecisa o ambigua. Se propondrán dos variantes principales: representación por medio de *intervalos* (XCSI) y representación por medio de *conjuntos difusos* (XCSD). Finalmente,

realizaremos un análisis de los resultados, en el que se evaluarán las ventajas de las modificaciones realizadas en el Capítulo.

En el *Capítulo 6*, propondremos un método jerárquico que nos permitirá combinar los diferentes modelos utilizados hasta el momento para generar Els de mejor rendimiento. Analizaremos las ventajas de este enfoque comparando los resultados obtenidos con los anteriormente expuestos y con Els derivadas del análisis técnico tradicional.

Posteriormente, incluiremos un apartado de *Comentarios Finales*, que sintetizará los resultados obtenidos en esta tesis y servirá como compendio y conclusión de los aportes realizados en la misma. Finalizaremos con una serie de *Apéndices* que amplían algunos de los puntos desarrollados en la tesis (demostraciones, resultados adicionales, detalles de implementación) y una recopilación bibliográfica que recogerá las contribuciones más destacadas en la materia estudiada.

1 Mercados de Capitales

Durante muchos años los mercados han sido estudiados y analizados por economistas, inversores e investigadores con el objetivo de establecer *Modelos de Comportamiento*, descubrir *Técnicas de Predicción* y así poder elaborar *Estrategias de Inversión* (EIs) que permitan obtener ganancias.

Tal como explicamos en la Introducción, este es un objetivo complejo, que enfrenta la falta de una teoría científica que permita predecir con certeza la evolución de los precios. A pesar de estas dificultades, los inversores han desarrollado diferentes herramientas para orientar sus decisiones y realizar predicciones que, aunque no sean siempre precisas, permitan obtener beneficios.

Para enmarcar el problema que se plantea en esta tesis (el aprendizaje automático de EIs) y entender las dificultades que se enfrentan, explicaremos en este capítulo cómo funciona un Mercado de Capitales, cuáles son las teorías acerca de su comportamiento y cuáles son las herramientas más comunes que utiliza un inversor para la toma de decisiones.

Finalmente plantearemos cuál puede ser nuestro aporte para extender, mejorar o reemplazar dichas herramientas, por medio del aprendizaje automático.

En la sección 1.1, daremos un panorama sobre el funcionamiento del mercado, los diferentes actores involucrados y algunos detalles sobre la operatoria.

En la sección 1.2, resumiremos diferentes teorías acerca del comportamiento del mercado (*Teoría del Mercado Eficiente* [Fama 1970], *Teoría de Dow* [Achellis 1995], *Teoría del Mercado Fractal* [Peters 1994]) que nos darán una idea acerca de las dificultades y variedad de enfoques que existen para definir estrategias de inversión.

En la sección 1.3, describiremos diferentes herramientas tradicionalmente utilizadas por los inversores para orientar sus decisiones, destacando dos tipos de análisis diferentes: el *Análisis Fundamental* (AF) [Schwager 1995], basado en la estimación del valor o solvencia de las empresas asociadas a los títulos que se negocian y el *Análisis Técnico* (AT) [Achellis 1995], basado en el estudio del comportamiento de los precios.

En la sección 1.4, a partir del análisis de los problemas y dificultades que plantean las herramientas tradicionales, propondremos un marco de trabajo para la aplicación de técnicas de Aprendizaje Automático, con el objetivo de mejorar, extender o reemplazar dichas herramientas.

1.1 Funcionamiento del mercado

La expresión *mercado* se refiere al lugar físico acordado por los poseedores de bienes, quienes, con finalidad de intercambio, se reúnen con el objetivo de optimizar los costos del proceso de negociación. En el caso particular de un *mercado de capitales* no existe el lugar físico de negociación y su funcionamiento se encuadra por medio de un marco legal o reglas y un grupo de participantes u *operadores de mercado* (traders, brokers, mutual fund managers, etc.).

De una manera sencilla podríamos decir que una *bolsa de comercio* es un mercado donde se realizan operaciones de compra y venta de *especies* (acciones, bonos, obligaciones), y donde se fija un precio público que se denomina *cotización* [Appel 1980].

1.1.1 Acciones

Las acciones son el producto más conocido del mercado de valores y representan una porción del capital de una empresa privada. Si bien hay otro tipo de especies que se comercian en el mercado (bonos, obligaciones negociables, CEDEARs, ADRs, etc.), las experiencias desarrolladas en este trabajo se relacionan fundamentalmente con esta clase de títulos.

Las acciones permiten a las empresas que requieren liquidez (dinero en “efectivo” para poder realizar sus inversiones) la opción de *cotizar en bolsa* y obtener financiamiento, ofreciendo su capital a los inversores. Los inversores que compran esas acciones, tienen a su vez, la posibilidad de financiar a la empresa, participar de los *dividendos* que ésta genere y de obtener *ganancias de capital* vendiendo esas mismas acciones a otros inversores.

De esta forma podemos distinguir dos fases en el ciclo de vida de una acción :

- Un *mercado de valores primario* o de emisiones en el que se realiza la oferta y demanda de valores en el momento en que una empresa entra a cotizar en bolsa.
- Un *mercado de valores secundario* en el cual se produce la oferta y la demanda entre los inversores, de los valores que han sido emitidos con anterioridad.

Las funciones principales de una *bolsa de comercio* en este proceso son:

- *Canalizar el ahorro*, es decir, facilitar el intercambio de fondos entre las entidades que precisan financiación y los inversores.
- *Proporcionar liquidez* a los inversores, ofreciéndoles la posibilidad de recuperar su inversión cuando lo deseen, acudiendo al mercado secundario.
- *Fijar el precio de los títulos* a través de la ley de la oferta y de la demanda.
- *Dar información a los inversores* sobre las empresas que cotizan en bolsa, haciendo cumplir el compromiso de la empresas de informar periódicamente acerca de su evolución económica.

1.1.2 El agente intermediario

Si bien cualquier persona puede invertir en la bolsa; para concretar las operaciones, siempre se requiere de un *agente intermediario* que cuente con la autorización del mercado.

Los agentes son los encargados de realizar las operaciones solicitadas por los inversores, cobrando una *comisión* (un porcentaje del monto involucrado) por realizar la tarea. Cada vez que el inversor quiere realizar una operación de compra o venta, debe emitir una orden a su agente indicándole en forma precisa qué es lo que quiere hacer.

Existen diferentes tipos de órdenes para requerir la operación al agente:

- *Orden por lo mejor.*

Esta orden no establece ningún límite de precio a la compra o a la venta, por lo que el intermediario la ejecutará lo antes posible, al precio que en ese momento haya en el mercado. Este tipo de orden tiene la ventaja de que se ejecuta inmediatamente, pero presenta el problema de que puede haber sorpresas desagradables:

- Si se compra por lo mejor y el precio de la acción se dispara, puede ocurrir que la compra resulte más cara de lo previsto.
- Si se vende por lo mejor y el precio se derrumba puede ser que se reciba menos dinero del estimado.

- *Ordenes limitadas.*

En este caso, se fija un precio que sirve de límite a la hora de realizar la operación:

- Si es una operación de compra, se fija el límite máximo al que se está dispuesto a realizar la adquisición.
- Si es una operación de venta, se fija el límite mínimo al que se está dispuesto a vender las acciones.

Tiene como ventaja que se elimina el factor sorpresa, aunque es posible que la orden tarde algún tiempo en ejecutarse, hasta que se de la condición establecida.

1.1.3 El inversor

El inversor es uno de los actores fundamentales del mercado y es justamente, quien aporta su capital para la compra de títulos, en busca de *rentabilidad*. Las ganancias obtenidas por los inversores en el mercado de valores pueden tener diferente origen:

- *Los dividendos generados por la empresa:* en caso de que la empresa cuya acción posee el inversor, haya obtenido ganancias y decida repartirla entre sus accionistas, el inversor recibirá una parte de esas ganancias.
- *Las ganancias de capital:* en caso de que el inversor venda la acción a un precio mayor al precio de compra, obtendrá una ganancia proporcional a la diferencia de precios. Por ejemplo si compra un acción a un valor de \$1.5 y a los dos meses esa acción tiene una cotización de \$2 podrá venderla, obteniendo una ganancia del 33%.

En este trabajo nos centraremos en la obtención de *ganancias de capital* (aquellas que son generadas por la diferencia de precios) puesto que es el tipo de ganancia que más atrae a los inversores y que puede ser maximizada mediante la aplicación de estrategias adecuadas.

Si bien todos los inversores buscan obtener una buena rentabilidad, no todos tienen los mismos objetivos, ni toman sus decisiones con la misma actitud. En este sentido decimos que existen diferentes *perfiles de inversor* que se definen en función de características como su *aversión al riesgo* y su *horizonte para la obtención de ganancias*.

Los inversores con mayor aversión al riesgo *privilegian la seguridad sobre la rentabilidad* y prefieren los comportamientos más predecibles, aunque éstos no generen ganancias espectaculares. Los más arriesgados, por el contrario, *privilegian la ganancia sobre la seguridad* y buscan oportunidades de ganancia con los títulos más volátiles (aquellos que registran grandes oscilaciones en su cotización)

Para dar un ejemplo ilustrativo, supongamos que existen en el mercado dos acciones distintas A y B:

- La acción A registra un rendimiento mensual constante del 1% (todos los meses su valor se incrementa en ese porcentaje)
- La acción B registra en promedio, un rendimiento mensual del 10% aunque en algunos meses registra grandes pérdidas (digamos un 10%) y en otros grandes ganancias (digamos un 20%).

Los inversores que privilegian la seguridad elegirán la acción A pues ofrece una rentabilidad segura. Por su parte los más arriesgados preferirán la acción B que permite la obtención de mayores rendimientos, a riesgo de sufrir pérdidas en determinados períodos.

1.1.4 Cotización

Para completar este sencillo panorama sobre el funcionamiento del mercado nos faltaría detallar de qué forma se establecen los precios de las acciones.

La cotización de los títulos se basa en el juego de la oferta y la demanda, y se establece mediante un proceso de *concertación*.

Este proceso se puede resumir de la siguiente forma:

- Los interesados en vender ofrecen sus títulos indicando un precio mínimo de venta.
- Los interesados en comprar lanzan sus ofertas indicando un precio máximo de compra.
- Si existen dos ofertas compatibles (el precio de venta es menor o igual al precio de compra), entonces se concreta la operación (otorgándose la prioridad a las ofertas más antiguas).

Esta operatoria puede concretarse en diferentes ámbitos como el recinto de operaciones (en el que los agentes lanzan sus ofertas de compra y venta “a viva voz”) o mediante sistemas electrónicos de negociación (en el que los agentes ingresan sus ofertas a través de computadoras).

1.2 Teorías acerca del comportamiento del mercado

Cualquier técnica de inversión efectiva y racional (y esto vale tanto para el mercado de capitales como para otro tipo de mercados) debe estar basada en el cumplimiento de determinados objetivos y en el conocimiento del comportamiento del mercado sobre el que se está operando.

Es decir que si un inversor está interesado en maximizar sus beneficios, tratará de comprender cómo se comporta el mercado para luego, en base a ese conocimiento tomar las decisiones más convenientes.

Es obvio que conocer las leyes que gobiernan el mercado no es una tarea sencilla: si pudiéramos predecir con certeza cuándo los precios de las acciones van a subir o bajar, todos nos haríamos millonarios en la bolsa. Es por eso que, a pesar de que existen diferentes teorías acerca del comportamiento del mercado, todas aceptan un alto grado de aleatoriedad. Ahora bien: ¿cuánto hay de aleatorio y cuánto hay de previsible en el comportamiento de los precios del mercado?, ¿es posible contar con algún tipo de conocimiento que permita mejorar las ganancias?

En las secciones siguientes expondremos brevemente algunas teorías que intentan dar diferentes respuestas a estas preguntas.

1.2.1 Teoría del mercado eficiente

Comenzaremos explicando la más “pesimista” (según los objetivos de esta tesis) de las teorías sobre el mercado: aquella que postula la imposibilidad de mejorar las ganancias en base a la utilización de cualquier tipo de información.

La *teoría del mercado eficiente* [Fama 1970] postula que el precio de un título en un momento determinado refleja la asimilación de toda la información disponible en ese instante [Achelis 1995, Hëllstrom 1997]. En consecuencia, el precio siempre es “el correcto” y no es posible obtener ganancias anticipándose al mercado. Según esta teoría la evolución de los precios no depende de la información disponible, o dicho de otra forma sigue un comportamiento aleatorio.

Para entender esta afirmación podemos analizar un ejemplo. Supongamos que, en base a cierta información, estimamos que las acciones de la empresa A, cuyo precio es de \$1, debe subir a \$1.2 (por ejemplo, a causa de un aumento de sus ganancias, provocado por la suba del precio del producto que vende). En ese caso realizaremos una oferta de compra, por un valor menor a \$1.2, para poder obtener una ganancia. Pero en un mercado eficiente los tenedores de la acción también están al tanto de la perspectiva positiva para la empresa, y saben que su precio subirá, por lo tanto ofrecerán venderla al precio de \$1.2 que estiman “correcto”. Finalmente, dado que la información que disponíamos (el precio “corregido” de la acción) era conocida por todos los participantes del mercado, no fue posible obtener una ganancia a partir de la diferencia entre el precio actual y el futuro.

Existen diferentes versiones de esta teoría, según el tipo de información que se considere:

- La versión *débil* considera sólo los valores anteriores del precio.
Según postula, las variaciones de los precios no dependen de los precios anteriores y evoluciona siguiendo un “random walk”, definido formalmente a través de la ecuación:

$$Precio_t = Precio_{t-1} + a_t$$

donde $Precio_t$ es el precio del título en el instante t y a_t es un término de error aleatorio, con media 0, cuyos valores son independientes entre sí.

- La versión semifuerte incluye además de los valores técnicos, datos de análisis fundamental (situación de la empresa, balances, proyecciones, etc.).
- La versión fuerte, postula que el comportamiento de los precios no depende de ningún tipo de información.

Tal como se plantea, esta teoría invalida la utilidad del análisis técnico (en su versión débil) y del análisis fundamental (en su versión semifuerte), para mejorar las ganancias.

A pesar de que representa un punto de vista muy aceptado en el ambiente económico [Fama 1970], existen evidencias cada vez más fuertes de que el mercado no se comporta en forma absolutamente eficiente.

Se han desarrollado, por otro lado, numerosos trabajos de investigación que muestran la posibilidad de realizar predicciones provechosas aplicando modelos no lineales como las redes neuronales o algoritmos genéticos. Esto no contradice totalmente la teoría del mercado eficiente, siempre y cuando el método descubierto no sea conocido y asimilado por los actores del mercado (momento a partir del cual deja de ser provechoso).

Además, es un hecho que muchos inversores (equivocados o no) basan sus expectativas acerca de los precios en el análisis técnico (estudio de la evolución pasada de precios y volúmenes) o fundamental (análisis de la situación de la empresa y macroeconómica). Por lo tanto como es evidente que los precios del mercado evolucionan según las expectativas de los inversores, es difícil negar la influencia de este tipo de análisis en el mercado.

1.2.2 Teoría de Dow

En 1897 Charles Dow desarrolló dos índices que promediaban los precios de las acciones de las empresas más importantes de los EEUU: el promedio industrial y el promedio de transportes (agrupando empresas del sector industrial y del transporte respectivamente). Estos índices se revelaron útiles para analizar el comportamiento general del mercado y han subsistido hasta la fecha bajo el nombre actual de "Índice Dow-Jones".

La teoría de Dow se basa en una serie de artículos publicados en *The Wall Street Journal* entre los años 1900 y 1902, escritos a partir de la experiencia de Dow y del estudio empírico del comportamiento mercado de Nueva York. Constituyen la base de lo que hoy se denomina *Análisis Técnico* (AA); una disciplina que intenta describir y predecir el comportamiento del mercado a partir de valores técnicos asociados a su desempeño (principalmente precios y volúmenes). En principio la teoría se centraba en la utilización de tendencias del mercado como "barómetro" de la economía en general y luego evolucionó hacia la predicción de los precios de las acciones.

A continuación destacaremos algunos de sus puntos más importantes.

1. *Los precios e índices reflejan toda la información disponible para los participantes del mercado.*

El precio de una acción individual refleja todo lo que se puede conocer sobre ese valor en particular y, a medida que llega nueva información al mercado, los participantes la difunden ajustándose los precios en consecuencia.

2. *La evolución del mercado se compone de tres tendencias*

Existen tres fuerzas que determinan la evolución de los precios: la tendencia primaria, la tendencia secundaria y tendencias menores.

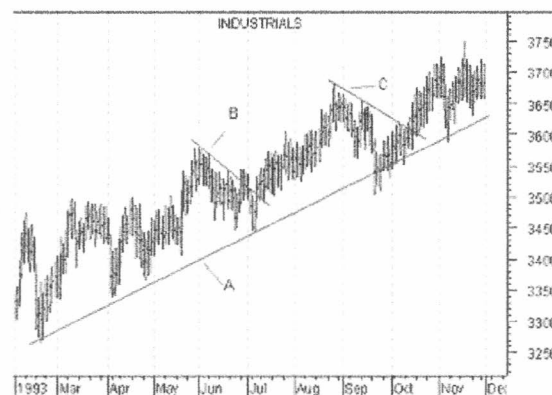


Figura 1.1 Tendencias Primaria y Secundaria

La *tendencia primaria* puede ser alcista o descendente y tiene una duración de uno o más años. Una tendencia alcista se manifiesta cuando los sucesivos “picos” (máximos locales de la curva de precios) o “valles” (mínimos locales) son cada vez mayores; una tendencia descendente cuando estos son cada vez menores.

Las *tendencias secundarias* son reacciones correctivas e intermedias de la tendencia primaria y duran entre uno y tres meses.

La Figura 1.1 muestra una tendencia primaria (línea “A”) y dos tendencias secundarias (líneas “B” y “C”).

Por último, las *tendencias menores* son movimientos cortos del precio cuya duración es de un día a algunas semanas

3. Las tendencias primarias tienen tres fases.

La teoría de Dow establece que la primera fase de una tendencia primaria de constituye a partir de una compra agresiva por parte de los inversores más informados anticipándose a una etapa de recuperación económica y crecimiento. De esta forma, mientras la mayoría de los inversores tienen expectativas negativas sobre la economía, los más informados (advertidos de que se aproxima un cambio de tendencia) les compran acciones a ese grupo de inversores “pesimistas”.

La segunda fase se caracteriza por una etapa de mejora económica y el aumento de la compra por parte de los inversores (con el consiguiente aumento del precio de la acción)

La tercera parte se caracteriza por la llegada de un pico en el desempeño de la economía (una situación “óptima”). La mayoría de los inversores que ha observado la suba de precio de la etapa anterior y ha visto cómo se valorizaban sus acciones mantiene sus expectativas positivas y realimenta la tendencia alcista. Es en esta fase donde los inversores que anticiparon la situación comprando en la primera fase comienzan a vender para liquidar sus ganancias anticipándose a una futura caída.

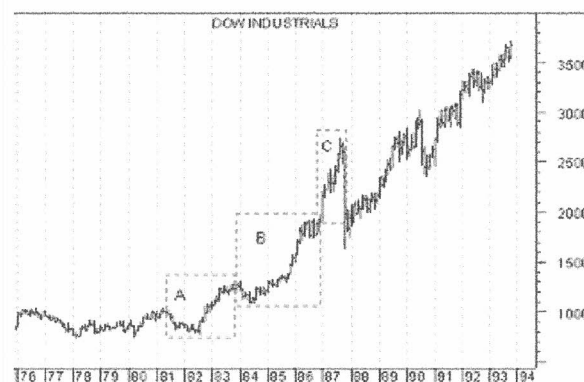


Figura 1.2 Fases de una tendencia primaria

En la Figura 1.2 se ilustran las diferentes fases durante los tres años anteriores al “crash” de la Bolsa de Nueva York, en el año 1987. En ella vemos que anticipándose a la recuperación económica post-recesión, los inversores informados comienzan a comprar acciones (recuadro “A”); luego, a medida que la situación general de las empresas mejora, se producen más compras y los precios de las acciones aumentan (recuadro “B”); y finalmente, al observar que sus acciones suben de precio, más inversores siguen comprando, llegando a un “pico” de euforia (recuadro “C”) al cual sigue un descenso abrupto (en casos notorios, como el de la figura, se suele hablar de “crash” o “estallido de la burbuja financiera”).

4. *El Volumen confirma la tendencia.*

La teoría de Dow se centra en el estudio de los precios, el volumen (la cantidad de acciones negociadas) sólo se utiliza para confirmar hipótesis en algunos casos.

En el caso de una tendencia primaria ascendente establece que el volumen debe expandirse cuando los precios aumentan y en el caso de una tendencia descendente cuando los precios bajan. En la Figura 1.3 se observa la relación entre aumento de precios y de volumen negociado durante una tendencia alcista.

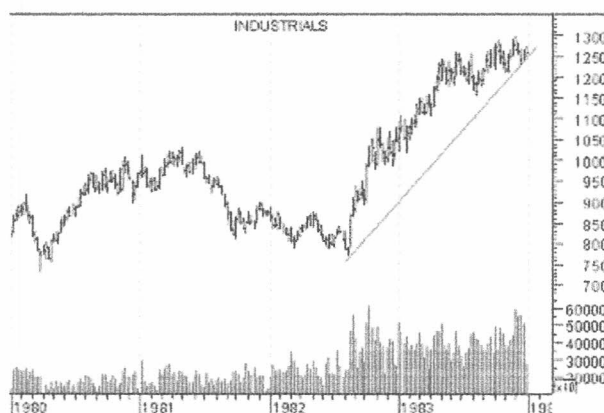


Figura 1.3 Confirmación de la tendencia a través del volumen

5. *La tendencia no se modifica hasta no dar una señal definida de reversión.*

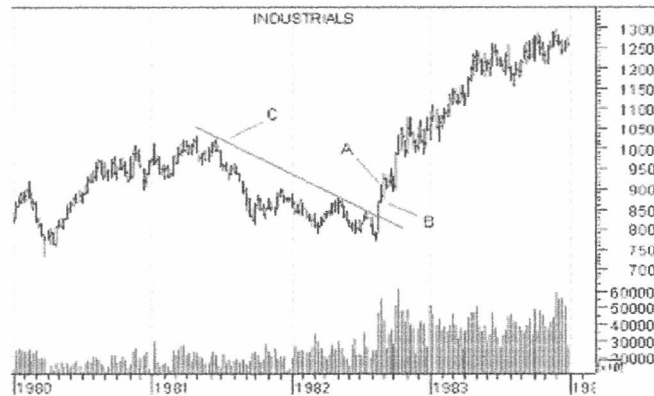


Figura 1.4 Reversión de la Tendencia

Una tendencia alcista se conforma a partir de “picos” y “valles” cada vez más altos. Para revertirse, los precios deben tener al menos un pico menor y un valle menor (la afirmación inversa se aplica a las tendencias descendentes). En la Figura 1.4 vemos cómo la sucesión de un pico y un valle superiores a los valores previos (puntos “A” y “B” respectivamente), marca el fin de la tendencia descendente (línea “C”).

Estos postulados básicos han servido como base para otras teorías como la teoría de ondas de Elliot [Achellis 1995] y para el desarrollo del Análisis Técnico. Además de explicar ciertos comportamientos observados en los mercados, ofrece un fundamento para predecir los cambios de precios y para la obtención de ganancias.

1.2.3 Teoría del mercado fractal

Hasta el momento hemos expuesto dos teorías bastante diferentes en cuanto a su caracterización del mercado.

La *Teoría del Mercado Eficiente* propone un modelo matemático sencillo (modelo de "random walk") para describir el comportamiento de los precios y una explicación formal de los fenómenos del mercado. La *Teoría de Dow* y sus derivaciones, cuenta con menos fundamentos teóricos, aunque es popular entre los inversores que aplican el análisis técnico y se basa en la experiencia y la observación empírica.

Si bien la propuesta de un mercado eficiente es muy difundida entre los académicos (y poco aceptada entre los analistas técnicos), en muchos casos se enfrenta a comportamientos aparentemente no aleatorios y de difícil explicación (comportamientos "irracionales" de los inversores, anomalías, distribución no-normal de las variaciones de precios, etc.). Por otro lado la visión de un mercado con inversores "inteligentes" (que ganan adelantándose a los hechos) e inversores "no experimentados" (que pierden a costa de los anteriores), que presenta la teoría de Dow tiene algunos flancos débiles (una vez que todos los inversores conocen la teoría y pueden predecir los precios, ya no es posible obtener ganancias). Es por eso que se han buscado modelos alternativos, entre los cuales podemos destacar la *Teoría del Mercado Fractal* [Peters 1994]. Esta teoría se propone modelar el mercado apelando a herramientas más complejas como la teoría de fractales [Mandelbrot 1983] y sistemas caóticos. Si bien su aspecto matemático está fuera del alcance de esta tesis, nos interesa resaltar algunos aspectos de interés.

Según esta teoría el mercado tiene las características de un sistema caótico [Frison 1994] :

- La información aparenta ser aleatoria o "ruidosa".
- Depende en forma crítica de las condiciones iniciales, esto significa que estados iniciales similares (pero levemente distintos) pueden producir trayectorias completamente diferentes. A medida que el sistema evoluciona la información sobre los estados anteriores "se pierde" y de esta forma aumenta la dificultad para realizar predicciones a largo plazo (aunque es posible realizar predicciones a corto plazo).

Al caracterizar al mercado de esta forma se abandona la idea de un mercado "aleatorio" y se admite la posibilidad de realizar predicciones al menos en el corto plazo.

La Teoría del Mercado Fractal se basa en una serie de postulados, entre los cuales destacamos los siguientes [Peters 1994] :

- *El mercado de compone de muchos individuos con un gran número de diferentes horizontes de inversión.* Existen inversores que buscan obtener ganancias en el corto plazo a partir de las oscilaciones de los precios y existen otros que invierten a largo plazo.
- *La información tiene diferente impacto según el horizonte de inversión adoptado.* Los inversores de corto plazo basan su comportamiento en el análisis técnico (evolución del precio, análisis de tendencias), mientras que los inversores para plazos más largos prestan más atención al análisis fundamental (situación económica) que a las tendencias del mercado.
- *La estabilidad del mercado se basa en la existencia de inversores con diferentes horizontes.* Mientras existan diferentes horizontes de inversión es posible la existencia de un balance entre oferta y demanda (liquidez), pues los inversores de corto y largo plazo compran y venden por diferentes razones. Cuando esta característica se pierde y todos los inversores operan utilizando los mismos principios, se producen comportamientos de tipo “manada” (todos compran, todos venden) que desestabilizan el mercado. Esto sucede típicamente cuando el horizonte de largo plazo se vuelve muy incierto. En ese caso todos invierten con un horizonte corto moviéndose en base a las tendencias del precio.
- *Los precios reflejan una combinación del análisis de corto y largo plazo.* Los cambios a corto plazo tienden a ser más volátiles que los de largo plazo. Mientras que las tendencias principales se relacionan con las expectativas económicas las tendencias cortas resultan de comportamientos de tipo “manada” que no se relacionan con la tendencia a largo plazo.

1.3 Herramientas tradicionales de inversión

En esta sección describiremos dos de las principales herramientas que han utilizado tradicionalmente los inversores para tomar sus decisiones: el *Análisis Fundamental* y el *Análisis Técnico*. En cada caso explicaremos los lineamientos generales y las diferentes variantes que se aplican.

Finalmente evaluaremos los problemas que, a nuestro juicio, enfrentan estas técnicas y propondremos la utilización del aprendizaje automático como una solución a estas dificultades.

1.3.1 Análisis Fundamental

Como ya lo anticipamos, el *análisis fundamental* se basa en estimar la cotización de una acción en base a los resultados económicos de la empresa y de su situación en el mercado (posición con respecto a los competidores, situación de la demanda para sus productos, etc.). Por lo tanto, su objetivo será estimar cuál puede ser el comportamiento futuro de estos resultados para poder determinar la evolución del precio.

Para realizar esta estimación, hay que analizar:

- La trayectoria que viene siguiendo la empresa.
- El comportamiento de los competidores.
- La situación económica y política del país, en la medida en que pueda afectar los resultados de la empresa.
- La situación de otros países que sean mercados relevantes para la empresa.

En este análisis hay que realizar un estudio en profundidad del *balance* y de la *cuenta de resultados* que provee la empresa.

El *balance* nos dirá, entre otras cosas:

- Si la empresa está suficientemente capitalizada.
- Si su nivel de endeudamiento es elevado o reducido.
- Si su liquidez es holgada o si, por el contrario, podría tener problemas para atender sus pagos.

La *cuenta de resultados* nos dirá:

- Cómo evolucionan las ventas y la posición en el mercado con respecto a los competidores.
- Cómo evolucionan los gastos con respecto a los ingresos.
- Cómo se estructura de la cuenta de resultados y dónde gana dinero la empresa.
- Cómo evolucionan los beneficios y cuál es la rentabilidad que obtiene la empresa.

En el estudio de estos aspectos, se utilizan ratios o indicadores financieros. Mientras que algunos manuales de análisis financieros facilitan valores ideales para estos ratios, cada sector económico tiene sus propias particularidades, por lo que varían significativamente de un sector a otro. Lo relevante no es, por tanto, comparar los ratios de la empresa con valores ideales, sino analizar la evolución histórica que vienen presentando, así como compararlos con los ratios medios de la competencia.

Las fuentes de información utilizadas por este tipo de análisis son:

- Información anual que las empresas están obligadas a presentar, como la auditoría de sus cuentas (incluye balance y cuenta de resultados del ejercicio).
- Información trimestral que toda empresa que cotiza tiene que presentar ante las autoridades bursátiles.
- Noticias en la prensa referidas a la empresa, sector, competidores, y la situación económica en general.
- Hechos significativos que la empresa está obligada a comunicar a las autoridades bursátiles: ampliaciones de capital, renovación del equipo directivo, cambio en la estructura accionaria, nuevos contratos firmados, lanzamiento de nuevos productos, etc.

1.3.2 Análisis Técnico

Una posible definición del Análisis Técnico (AT) sería el estudio de los movimientos del mercado con el propósito de pronosticar las futuras tendencias de los precios.

La expresión "movimientos del mercado" se refiere al comportamiento de las dos variables principales que considera el analista técnico: *el precio y el volumen* [Hexton 1995, Murphy 1986, Pring 1991]. El principal objetivo del AT es encontrar, en los precios y volúmenes, señales sobre la tendencia futura del precio, mediante la utilización de diferentes herramientas de análisis (gráficos, indicadores técnicos, etc.).

1.3.2.1 Gráficos

Los gráficos son herramientas útiles para visualizar en forma rápida y clara el movimiento de los precios de un determinado título, sobre un período de tiempo. Pueden emplearse para analizar el impacto de determinados eventos sobre el precio, para evaluar la performance sobre el período elegido o para identificar tendencias y patrones. Existen diferentes tipos de gráficos utilizados según el tipo de información que se quiere analizar.

Gráfico de Líneas

El gráfico de líneas es uno de los tipos de gráfico más sencillo. Se construye, dibujando un punto por cada paso de tiempo (hora, día, semana, etc.) y uniendo esos puntos mediante líneas (ver Figura 1.5).



Figura 1.5 Gráfico de Líneas

En los gráficos diarios (en los que se toma el precio de cada día), es muy común considerar el precio de cierre. De esta forma se ignoran los movimientos intradiarios (movimientos del precio durante el día) u otros datos como el precio de apertura, el máximo y el mínimo del día.

Gráfico de Barras

El gráfico de barras se construye dibujando para cada día una barra vertical, utilizando el precio máximo del día, el mínimo y el de cierre (precio al finalizar la rueda) : el máximo y el mínimo se representan en el tope y la base de la barra, mientras que el precio de cierre se representa con una línea horizontal que cruza la barra (ver Figura 1.6).

Si se quieren realizar gráficos semanales se puede reemplazar el precio de cierre por el precio del día Viernes y tomar el máximo y mínimo de toda la semana. Los gráficos de barras son efectivos pues muestran una gran cantidad de información en forma compacta y permiten tomar en cuenta el movimiento intradiario del precio.



Figura 1.6 Gráfico de Barras

Gráfico de Velas

Originados 300 años atrás, en Japón, el gráfico de velas ("candlestick-chart") se ha vuelto popular en forma reciente. Se construye tomando en cuenta el precio de apertura (precio al comenzar la rueda), máximo, mínimo y de cierre (un gráfico semanal se puede construir tomando el precio del lunes, el máximo y mínimo semanales y el precio del viernes).

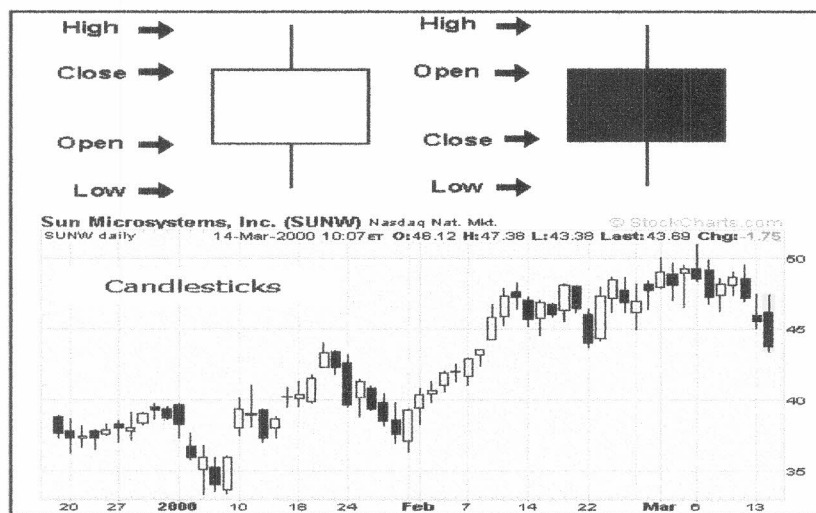


Figura 1.7 Gráfico de Velas

Para muchos inversores el gráfico de velas resulta de fácil lectura, destacando de una forma clara la relación entre el precio de apertura y cierre: las "velas" blancas se dibujan cuando el cierre es mayor que la apertura y las negras cuando es menor (ver Figura 1.7).

Gráficos de Punto y Figura

Los gráficos descriptos en los puntos anteriores dibujan un valor de precio por cada paso de tiempo. De esta forma, aún cuando el precio no varíe con el tiempo, se dibuja un punto, barra o "vela", según el caso.

Los gráficos de punto y figura, por el contrario, se basan sólo en el movimiento del precio, sin tomar el tiempo en consideración. Se construyen dibujando columnas de "X" y "O", que representan movimientos de precios filtrados (se consideran las variaciones que superan un umbral). Las columnas de "X" representan subas de precios y las "O" bajas (ver Figura 1.8). Estos gráficos tienen la ventaja de eliminar las variaciones de precios no significativas (que muchas veces dificultan la visualización de las tendencias) e independizar el análisis del paso del tiempo.

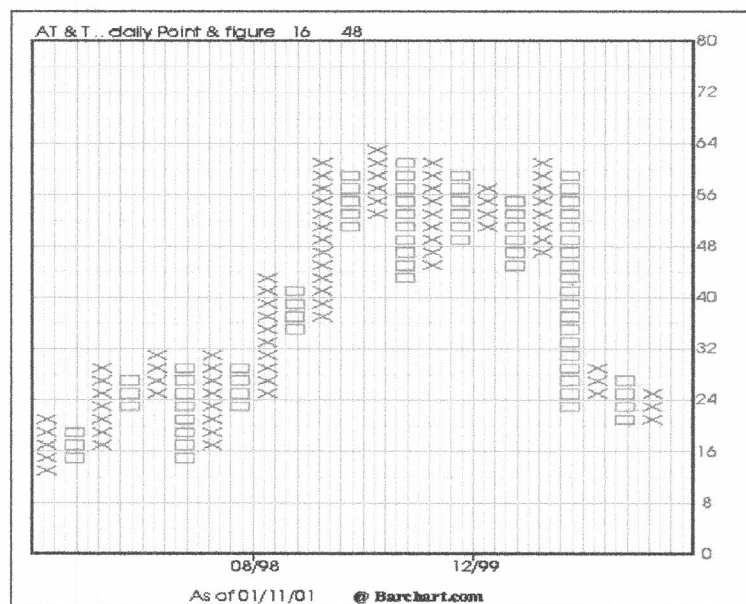


Figura 1.8 Gráfico de Punto y Figura

1.3.2.2 Figuras

Uno de los modos de analizar los gráficos es buscar determinados patrones o figuras que puedan ser utilizados para predecir el comportamiento futuro del precio. Dos conceptos muy utilizados en este tipo de análisis son el de *soporte* y *resistencia*.

A lo largo del tiempo, el mercado y cada acción en particular tienden a oscilar en un determinado rango. En algunos casos, hay un incremento a un determinado nivel de precio donde se encuentra una presión vendedora muy fuerte. Esto se conoce como *área de resistencia*. Los precios son muy caros causando que las compras cesen (véase la Figura 1.9) Los analistas describirán al mercado como sobre-comprado, es decir comprado en exceso. En otros casos, hay un descenso a un determinado precio que provoca que los inversores lo encuentren muy atractivo y compran a esos precios menores. Estas compras detienen el descenso del precio. Esto se conoce como el *área de soporte* (véase la Figura 1.9) Los precios se vuelven tan atractivos que las ventas se detienen y comienza la operativa inversa: la compra en serie. Los analistas describirán al mercado como sobre-vendido o vendido en exceso. Un *breakout* ocurre cuando el precio de la acción sube por encima del nivel de resistencia o declina por debajo del de soporte (véase la Figura 1.9) Cuando esto ocurre, un analista técnico considerará que el precio de la acción seguirá su tendencia. Por lo tanto, un breakout por encima del nivel de resistencia se considerará como una señal alcista y un breakout por debajo del nivel de soporte como una señal bajista.

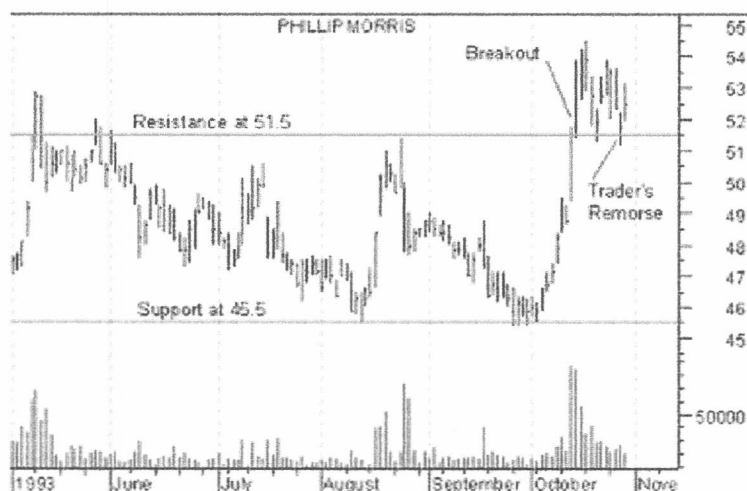


Figura 1.9 Soporte y Resistencia

Las figuras gráficas tienen dos clasificaciones con distintas implicaciones: las *figuras de cambio de tendencia* y las *figuras de continuación de tendencia*. Las figuras de cambio de tendencia, como su propio nombre indica, son las que nos dan señales de debilidad en la tendencia actual y posibilidad de un cambio de tendencia. Las figuras de continuación nos avisan de que la tendencia actual se está tomando una pausa, pero que continuará con fuerza en un plazo corto.

Figuras de cambio de tendencia

Formación de hombro-cabeza-hombro

Un hombro-cabeza-hombro, en rasgos generales, se caracteriza por tres puntos de resistencia y dos puntos de soporte. El primer y el tercer punto de resistencia se encuentran a los mismos niveles y el segundo punto de resistencia, es el máximo tocado en la tendencia alcista. A las formaciones que se producen en la primera y la tercera resistencia, se les llama hombros. A la formación de la segunda resistencia se le llama cabeza. Existe una línea clave, que se llama línea de cuello.

Formación de hombro-cabeza-hombro invertido

El hombro-cabeza-hombro invertido es una figura gráfica idéntica al hombro-cabeza-hombro normal con la diferencia de que está invertida. Este tipo de formaciones se produce en el suelo en vez de en los techos. Esto implica que las consecuencias de estas formaciones son alcistas en lugar de bajistas.

Formación de doble techo

Después de la formación del hombro-cabeza-hombro, el doble techo es la formación gráfica más común, con implicaciones de cambio de tendencia. Un doble techo, en rasgos generales, se caracteriza por dos puntos de resistencia y un punto de soporte. Los dos puntos de resistencia están, más o menos, al mismo nivel. El doble techo tiene un aspecto gráfico muy parecido a una "M" (véase la Figura 1.10).

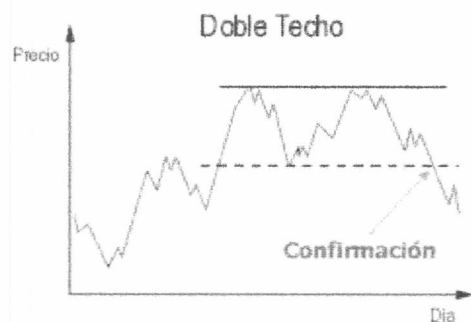


Figura 1.10 Formación de Doble Techo.

Formación de doble suelo

Se trata de una figura con características invertidas a las de un doble techo. Es decir, que en lugar de tener dos puntos de resistencia, tiene dos puntos de soporte, y en lugar de tener un punto de soporte, tiene un punto de resistencia.

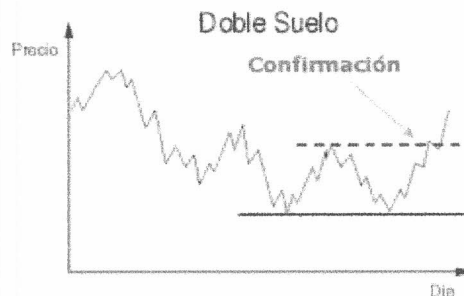


Figura 1.11 Formación de Doble Suelo.

En este caso, estamos ante una figura alcista y gráficamente parecida a una "W" (véase la Figura 1.11).

Formación de suelos y techos redondeados

Estas formaciones se producen en mercados donde hay muy poca volatilidad y el volumen de negocio es pequeño. Los techos y suelos redondeados suelen mostrar cambios progresivos y bastante simétricos en la dirección del activo.

Figuras de continuación de tendencia

Formación de triángulos simétricos

Para la formación de un triángulo simétrico es necesario un mínimo de dos puntos de resistencia y dos puntos de soporte. Normalmente, este tipo de formación implica continuación de tendencia, pero en algunos casos implica un cambio de tendencia.

Formación de triángulos rectos ascendentes

El triángulo ascendente se suele producir en tendencias alcistas y representa pausas de la tendencia actual. A diferencia del triángulo simétrico, esta figura avisa con claridad hacia dónde se va a mover el activo.

Este triángulo se caracteriza por tener la línea de resistencia plana. Esto es debido a que salen una gran cantidad de ofertas a un mismo nivel. La línea de soporte de este triángulo es ascendente, lo que significa que aparecen compradores cuando el precio está cada vez más arriba.

Formación de triángulos rectos descendentes

El triángulo recto descendente se produce en las tendencias bajistas. Este tipo de triángulo nos señala pausas en la tendencia actual. A diferencia del ascendente, la línea plana es la de soporte.

Formación de cuña

Las cuñas son formaciones gráficas muy parecidas a los triángulos. Constan de una línea de soporte y otra de resistencia que convergen. Se necesitan un mínimo de dos puntos de resistencia y dos puntos de soporte. Estas líneas tardan en formarse entre uno y tres meses y el volumen característico es descendente. Sin embargo, a diferencia de los triángulos, las líneas de soporte y de resistencia que dibujan las cuñas tienen la misma dirección.

Formación de bandera y gallardete

Estas figuras, suelen aparecer después de que en el mercado se han vivido sesiones muy dinámicas y se ha producido una subida o una bajada fuerte. La causa de que se produzcan estas formaciones suele ser la toma de beneficio por gran parte de los inversores. En el caso de la bandera, la toma de beneficios se manifiesta mediante la formación de un rectángulo. Este rectángulo suele inclinarse en contra de la tendencia. En el caso de los gallardetes, se suele formar un pequeño triángulo simétrico. Como es lógico, en los dos casos es necesario un mínimo de dos puntos de resistencia y dos puntos de soporte.

Formación de ensanchamiento

Aunque estas figuras se pueden considerar de continuación de tendencia, en el 90% de las apariciones tienen consecuencias bajistas. Su formación gráfica es muy parecida a la de los triángulos, pero de una forma invertida. Esto hace que también sean conocidos como triángulos invertidos.

Formación de diamante

El diamante se considera una formación de continuación de tendencia, aunque en ocasiones aparece actuando de cambio de tendencia. Esta figura se basa en la formación de otras dos figuras consecutivas. Se produce primero una formación de ensanchamiento, seguida de un triángulo simétrico.

1.3.2.3 Indicadores Técnicos

Los *Indicadores Técnicos* (ITs) son fórmulas matemáticas que se aplican, fundamentalmente, sobre la serie de precios de un título.

Algunos indicadores consideran sólo el precio de cierre mientras que otros pueden considerar otros valores como el volumen o la tasa de interés vigente. Los ITs permiten revelar determinadas características de la serie de precios y sirven para detectar algunos patrones recurrentes su comportamiento.

A continuación describiremos brevemente algunos de los indicadores más utilizados y su aplicación a las estrategias de inversión.

Medias móviles

La media móvil (*MM*) es uno de los indicadores técnicos más antiguo y popular.

Se calcula sumando los precios correspondientes a los n "pasos de tiempo" previos (días, horas, semanas) y dividiendo la suma sobre n .

$$MM(t, n) = \frac{1}{n} \sum_{i=t-n+1}^n Precio_i$$

Este indicador se utiliza comúnmente graficando el resultado de la media móvil para un período n , junto con el precio o medias móviles para otros períodos (véase la Figura 1.12) Su principal utilidad es "filtrar" las oscilaciones cortas del precio permitiendo identificar las tendencias.

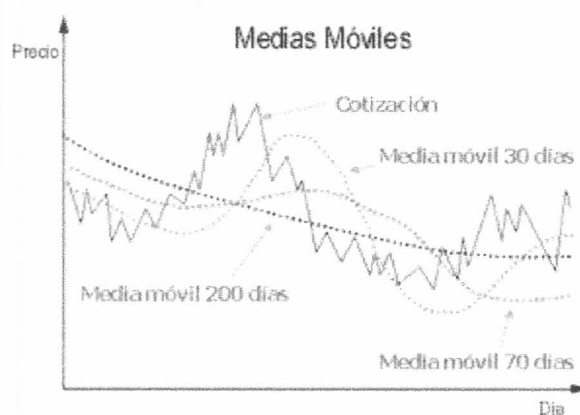


Figura 1.12 Gráfico con tres Medias Móviles.

Las *medias móviles* se pueden calcular utilizando distinta longitud de período:

- Medias móviles a corto plazo: se calculan para períodos que van entre 5 y 20 días.
- Medias móviles a medio plazo: se calculan para períodos que van entre 20 y 70 días.
- Medias móviles a largo plazo: se calculan para períodos que van entre 70 y 200 días.

Mientras más largo sea el período, más fiable es la información que facilita la media móvil sobre la tendencia de la cotización, pero más tarda en reflejar los cambios de tendencia, pudiendo suceder que cuando recoja dicho cambio ya sea tarde para tomar decisiones.

Las medias móviles avisan de cambios de tendencia que pueden interpretarse como señales de compra o de venta. Algunas de las reglas a tener en cuenta son:

Si la cotización va por encima de la media y la corta hacia abajo es indicio del inicio de una tendencia bajista (señal de venta, véase la Figura 1.13).

Si la cotización va por debajo de la media y la corta hacia arriba es indicio del inicio de una tendencia alcista (señal de compra, véase la Figura 1.14).

El *corte* debe ser significativo, la cotización debe rebasar hacia arriba o hacia abajo a la media móvil en al menos un 5%. El indicio de cambio de tendencia se verá reforzado si la propia media móvil refleja un cambio de tendencia.

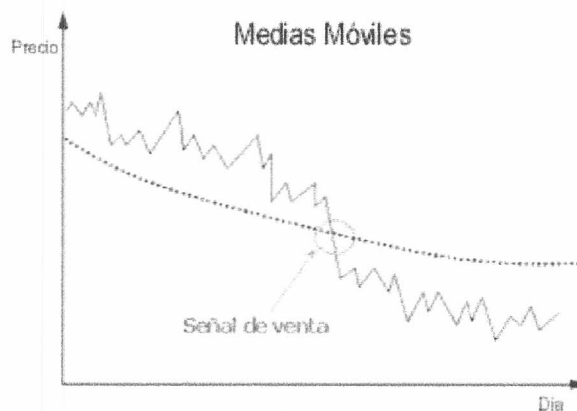


Figura 1.13 Medias Móviles. Indicio de tendencia bajista.

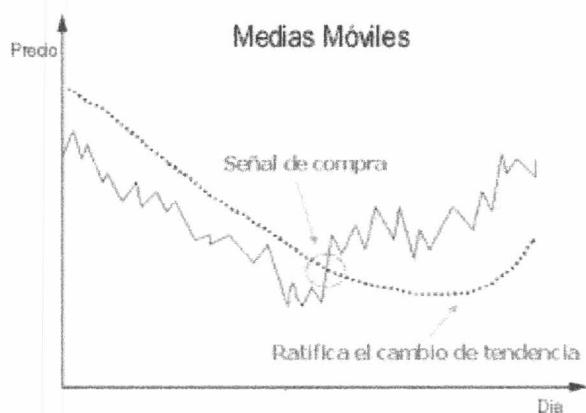


Figura 1.14 Medias Móviles. Indicio de tendencia alcista

El *cruce de medias móviles*, una de corto plazo y otra de mayor plazo, también anuncia un cambio de tendencia:

Si la de corto plazo cruza hacia abajo a la de mayor plazo, es indicio del inicio de una tendencia bajista (señal de venta, véase la Figura 1.15).

Si la de corto plazo cruza hacia arriba a la de mayor plazo, es indicio del inicio de una tendencia alcista (señal de compra, véase Figura 1.16).

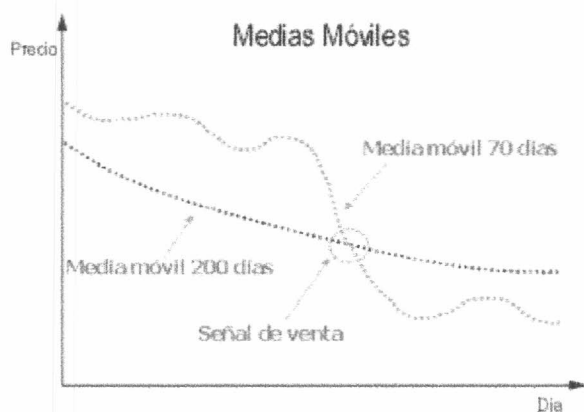


Figura 1.15 Cruce de Medias Móviles. Indicio de tendencia bajista

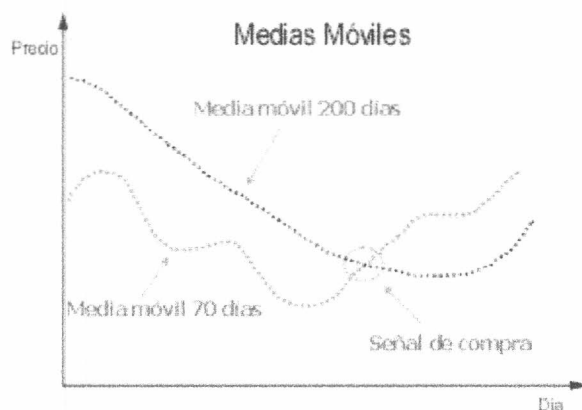


Figura 1.16 Cruce de Medias Móviles. Indicio de tendencia alcista.

Osciladores

Un oscilador es un indicador basado en la diferencia (absoluta o porcentual) entre una media móvil para un período $n1$ y la media móvil para un período más largo $n2$.

En caso de considerarse la diferencia absoluta la fórmula es:

$$OSCA(t, n1, n2) = MM(t, n1) - MM(t, n2)$$

En caso de considerarse la diferencia porcentual la fórmula es:

$$OSCP(t, n1, n2) = \frac{MM(t, n1) - MM(t, n2)}{MM(t, n1)}$$

La idea de los osciladores es comparar tendencias para diferentes plazos generando señales de compra o venta. Si su valor es positivo (la tendencia más reciente supera la tendencia más larga) se genera una señal de compra, en el caso contrario (la tendencia más reciente es menor que la tendencia más larga) se genera una señal de venta.

Convergencia / Divergencia de Media Móvil

Esta técnica es muy utilizada entre los analistas técnicos y consiste en comparar un oscilador para los períodos $n1$ y $n2$ con una "línea de equilibrio" que se calcula como la media móvil para el período $n3$ sobre ese mismo oscilador.

Cada vez que el oscilador cruza esta media móvil superándola, se debe comprar (inversamente, cada vez que la cruza hacia abajo, se debe vender).

Índice de Fuerza Relativa

Este indicador muestra la fuerza interna que tiene cada activo, con respecto a su tendencia y se calcula como :

$$IFR(t,n) = \frac{\sum_{i=t-n+1}^n Pos(Precio_i)}{\sum_{i=t-n+1}^n |Precio_i|} * 100, \text{ donde } Pos(x) = \begin{cases} x : x \geq 0 \\ 0 : x < 0 \end{cases}$$

Los resultados que da este indicador fluctúan entre 0 y 100. Las señales más importantes, dadas por el IFR, son las de sobre-compra y sobre-venta. Cuando el IFR de un activo es superior a 70, nos indica que este activo se encuentra sobre-comprado y que puede tender a la baja. Por el contrario, cuando el IFR de un activo se encuentra por debajo de 30, nos indica que este activo se encuentra sobre-vendido, y que puede tender al alza.

Volatilidad

La *volatilidad* es una medida para determinar el grado de oscilación que tiene un título en un período determinado de tiempo y esta directamente asociada al *riesgo* que implica invertir en ese título (véase la Figura 1.17).

Esta definición se refiere entonces a la variabilidad que puede asumir una cifra alrededor de su valor promedio, proporcionando una estimación de la inestabilidad en su comportamiento a partir de una muestra de datos históricos.

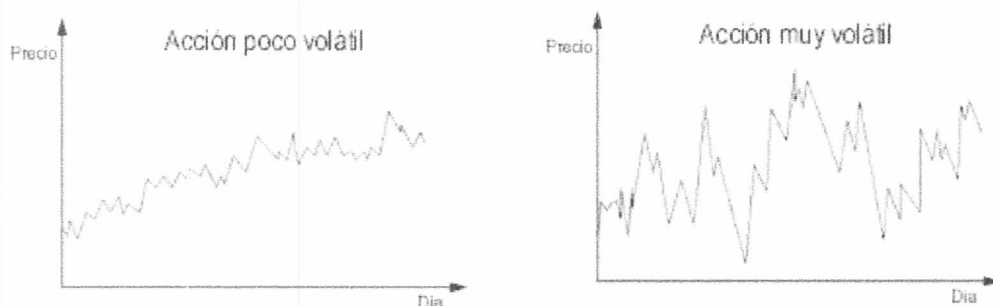


Figura 1.17 Acciones con baja y alta volatilidad

El grado de oscilación que presenta una acción se mide con un indicador denominado *beta* y se calcula como la covarianza de la cotización de la acción y de un índice representativo del mercado (por ejemplo el índice Merval) dividida por la varianza de la cotización de la acción.

1.3.3 Dificultades de las técnicas tradicionales

En las secciones anteriores hemos descripto una serie de técnicas que se han aplicado históricamente para invertir en los mercados. Si bien muchos inversores experimentados sostienen la utilidad de estas técnicas, también es cierto que plantean una serie de problemas y desventajas:

- *Requieren una experiencia previa y un gran conocimiento del mercado.* La interpretación de gráficos o el cálculo de indicadores técnicos pueden resultar en una serie de señales poco claras o contradictorias. En ese caso el analista debe recurrir a su experiencia o a su conocimiento del mercado y su contexto (político, económico, etc.) para tomar las decisiones. Por otro lado, técnicas como el Análisis Fundamental requieren, el acceso a diversas fuentes de información (informes económicos, balances, estadísticas, etc.) y la capacidad para analizar y filtrar la información útil.
- *Involucran un alto grado de subjetividad.* Algunas de las técnicas, como la búsqueda de figuras en los gráficos o la detección de un cambio de tendencia, requieren una cierta "intuición" por parte del inversor para interpretar la información en el sentido correcto.
- *La cantidad de métodos de decisión es muy grande.* En las secciones anteriores sólo hemos descripto una pequeña parte de las técnicas que emplean los inversores; aún así sería difícil para un inversor no experimentado decidir cuál de todos estos métodos debe seguir (análisis de figuras, medias móviles, otros indicadores, diferentes tipos de gráficos, etc.) y cómo debe aplicarlos (que períodos o umbrales utilizar, que datos considerar, etc.). Esta tarea se dificulta aún más si tenemos en cuenta que algunos métodos pueden funcionar mejor según el tipo de mercado o título que se considera.
- *La superioridad de un método sobre otro no está suficientemente justificada.* Si bien las técnicas descriptas son básicamente empíricas y se basan en la experiencia de diferentes inversores, el componente subjetivo que se destacó más arriba hace difícil evaluar estas estrategias independientemente de quien las aplica.

1.4 Marco de trabajo para el aprendizaje de Estrategias de Inversión

Teniendo en cuenta las dificultades que presentan las técnicas tradicionales de inversión, intentaremos resolver algunos de estos problemas mediante la utilización de herramientas de Aprendizaje Automático.

Para ello definiremos en un marco más preciso las características de las Els los datos y los métodos de evaluación que utilizaremos en esta tesis.

1.4.1 Características de las Els

Como hemos visto, el problema de obtener ganancias invirtiendo en el mercado es muy amplio y complejo, dada la variedad de operatorias y de tipos de títulos a considerar. Para poder modelar el problema y evaluar los resultados obtenidos, trabajaremos con un modelo de estrategia sencillo con las siguientes características:

- *Opera con una sola especie.*
- *Invierte en cada transacción todo el capital disponible.*
- *Toma sus decisiones en base al comportamiento histórico del precio de la especie.*
- *Considera sólo el precio de cierre.*
- *Toma en cuenta los costos de transacción.*

Estas decisiones nos van a permitir:

- *Comparar las estrategias obtenidas para diferentes especies.*
- *Comparar el rendimiento obtenido con la evolución de la especie elegida.* Como veremos más adelante, una forma de evaluar las estrategias es comparar su rendimiento con la evolución de la cotización de la especie con la que se opera.
- *Excluir del modelo la cantidad de dinero invertido en cada operación.* Esto no sólo simplifica el modelado del problema, sino también la evaluación de la estrategia, pues permite calcular y comparar fácilmente su rendimiento.
- *Poder evaluar las Els con un criterio realista* que considere los costos de realizar las operaciones. Tal como explicamos al detallar el funcionamiento del mercado, la inversión requiere de un agente intermediario autorizado que cobra *comisiones* por la realización de las operaciones. Esto significa que se debe considerar una pequeña pérdida del capital, o *costo de transacción*, que se transfiere a los intermediarios, cada vez que se realiza una operación.

1.4.2 Definiciones

A continuación realizaremos una serie de definiciones formales, que utilizaremos a lo largo de la tesis, para definir y evaluar las estrategias.

- Dado que el inversor que aplica la EI compra y vende la totalidad de su capital, decimos que puede estar en dos estados o *posiciones* distintas: *con la acción de la especie en su cartera o sin la acción de la especie en su cartera*. Identificaremos estas posibilidades con una variable lógica *EnCartera* (cuyo valor será VERDADERO si el inversor tiene la acción en su cartera y FALSO en caso contrario).
- Denominamos *período de inversión PI*, al rango de fechas dentro del cual el inversor puede operar.
- Definimos $Precio_t$, con $t \in PI$, como el precio de cierre de la especie para el día t .
- H_t identifica la serie de tiempo formada por los precios de la especie desde el comienzo del período hasta el día t inclusive ($Precio_0, Precio_1, \dots, Precio_t$) Es la información básica que utilizará el inversor para tomar decisiones en el día t .
- Una *transacción* $\langle t, n \rangle$ representa la operación de comprar una acción en el día t y venderla en el día $t+n$ ($n > 0$).
- La constante K representa el costo de transacción (la proporción de capital que se pierde en cada compra o venta).
- $Tr_{t1..t2}$ es el conjunto de transacciones realizadas por la estrategia durante el período $t1..t2$.
- Definimos $Capital_t$, como el capital con el que cuenta el inversor en el día t .
 - Inicialmente el inversor cuenta con $Capital_0$.
 - Luego de efectuar una transacción $\langle t, n \rangle$ el capital resultante es:

$$Capital_{t+n} = Capital_t * \frac{Precio_{t+n} * (1 - K)}{Precio_t * (1 + K)}$$

Es decir que el inversor compra $\frac{Capital_t}{Precio_t * (1 + K)}$ acciones (suponiendo, por simplicidad, que se puede comprar una cantidad no entera de acciones) y finalmente obtiene con la venta $Capital_t * \frac{Precio_{t+n} * (1 - K)}{Precio_t * (1 + K)}$

- Dentro de una transacción $\langle t, n \rangle$ el capital disponible es la cantidad de acciones en cartera, multiplicada por su valor:

$$\frac{Capital_t * Precio_{t+i}}{Precio_t * (1+K)} \text{ para } 0 \leq i < n$$

- Definimos $R_{d..h}$ como el *rendimiento* porcentual obtenido por la estrategia para el período $d..h$ y se calcula como:

$$R_{d..h} = \frac{Capital_h - Capital_d}{Capital_d} * 100$$

- La *ganancia nominal* de la transacción, $GN(t, n)$ es el incremento de capital $Capital_{t+n} - Capital_t$, para el período que abarca la transacción.
- La *ganancia porcentual* de la transacción, $GP(t, n)$ se define como el rendimiento $R_{t..t+n}$, para el período que abarca la transacción.
- Finalmente una *Estrategia de Inversión* (EI) es una función que elige para un día $t \in PI$ que decisión tomar en función de H_t y del estado del inversor (con la acción en cartera o sin ella) y cuyo objetivo es maximizar el rendimiento futuro.

Para ilustrar estas definiciones, consideremos como ejemplo la serie de precios de la Figura 1.18.

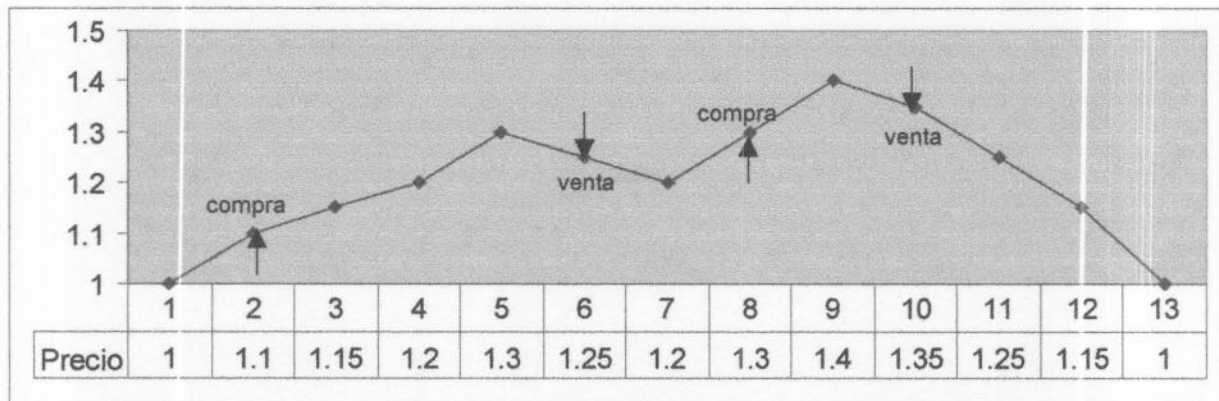


Figura 1.18 Aplicación de una estrategia sobre la serie de precios

Mercados de Capitales

Supongamos que el inversor cuenta con un capital inicial de \$100 y que adopta la estrategia:

$$EI(t) = \begin{cases} \text{comprar} & : \text{si } \text{Precio}_t > \text{Precio}_{t-1} \\ \text{vender} & : \text{si } \text{Precio}_t < \text{Precio}_{t-1} \end{cases}$$

En ese caso el inversor realizará dos transacciones: <2,6> y <8,10>.

Si el costo de transacción es del 0.5% ($K=0.005$), el capital resultante en cada caso será :

$$\text{Capital}_6 = \text{Capital}_2 * \frac{\text{Precio}_6 * (1 - K)}{\text{Precio}_2 * (1 + K)} = 100 * \frac{1.25 * 0.995}{1.1 * 1.005} = 112.5$$

$$\text{Capital}_{10} = \text{Capital}_8 * \frac{\text{Precio}_{10} * (1 - K)}{\text{Precio}_8 * (1 + K)} = 112.5 * \frac{1.35 * 0.995}{1.3 * 1.005} = 115.66$$

La ganancia nominal de la transacción <2,6> será :

$$GN(2,6) = 112.5 - 100 = \$12.5$$

La ganancia nominal de la transacción <8,10> será :

$$GN(8,10) = 115.66 - 112.5 = \$3.1$$

El Rendimiento total para todo el período será:

$$R_{1..13} = (115.66 - 100) / 100 * 100 = 15.66\%$$

1.4.3 Datos

Para las diferentes experiencias que se realizarán en esta tesis se seleccionaron series de precios correspondientes a títulos del panel Merval (Mercado de Valores de la Bolsa de Comercio de Buenos Aires), para el período 1992 –2000.

Para cada una de estas especies se realizarán experiencias separadas dividiéndose la serie en una de entrenamiento (utilizada para la etapa de aprendizaje) y una de prueba (utilizada para testear la estrategia obtenida).

Los datos fueron obtenidos del sitio www.bolsanet.com y están disponibles en forma libre y gratuita.

Especie	Descripción	Período de Entrenamiento	#días	Período de Prueba	#días
ACIN	Acindar	19/04/92 - 30/04/98	1476	04/05/98 - 13/10/00	610
ERCA	Siderca	29/01/92 - 26/02/99	1712	01/03/99 - 17/10/00	415
GALI	Banco Galicia	19/11/92 - 06/04/99	1596	07/04/99 - 17/10/00	399
FRAN	Banco Francés	29/01/92 - 22/02/99	1717	23/02/99 - 17/10/00	430
TEAR	Telefónica	29/01/92 - 25/02/99	1708	26/02/99 - 17/10/00	410
TECO	Telecom	03/04/92 - 24/02/99	1635	25/02/99 - 17/10/00	410

Tabla 1.1 Conjuntos de datos utilizados en las experiencias

La selección de los títulos (Tabla 1.1) se realizó buscando contar con especies de empresas pertenecientes a diferentes sectores, tales como Bancos (GALI, FRAN), Servicios (TEAR, TECO) e Industria (ACIN, ERCA). Además se tuvo en cuenta la calidad de los datos (otras especies presentaban series que omitían demasiados puntos) y su utilidad para el aprendizaje (se buscaron series que registraran comportamientos variados a lo largo del tiempo, con el fin de poder aprender a distinguir diferentes situaciones).

1.4.4 Evaluación de las estrategias

La evaluación de las estrategias obtenidas se basará en una serie de medidas financieras, relacionadas fundamentalmente con la ganancia generada y en la comparación con una estrategia básica, utilizada como "benchmark".

1.4.4.1 Medidas de comportamiento financiero

Las medidas que utilizaremos para evaluar el comportamiento de las Els son:

- *Rendimiento mensual promedio (RM)*
Se obtiene dividiendo el período P en $|P| / 20$ sub-series de 20 ruedas cada uno (aproximadamente la cantidad de ruedas de un mes) y calculando el promedio del rendimiento total para cada sub-período.
El RM es una medida útil para comparar con otras estrategias, independientemente de la longitud del período total en el que se apliquen. También sirve para comparar con otras opciones de inversión (plazos fijos, bonos, fondos de inversión, etc.) cuyos rendimientos mensuales son conocidos.
- *Desviación standard del rendimiento mensual (DS)*
Se obtiene calculando la desviación standard de los rendimientos mensuales descritos en el punto anterior. Es una medida comúnmente utilizada para analizar el riesgo de la estrategia. Una desviación standard demasiado alta, aún con un rendimiento promedio elevado puede resultar poco atractiva para inversores con más aversión al riesgo.
- *Rendimiento total (RT)*
Tal como se definió en la sección 1.4.2, es el rendimiento para todo el período de inversión PI , y nos da una idea del comportamiento de la estrategia sobre el período completo.
- *Cantidad de transacciones (#T)*
Indica la cantidad de transacciones realizadas por la estrategia en el período.
- *Proporción de transacciones exitosas (T+)*
Se calcula como la cantidad de transacciones con ganancia positiva sobre $\#T$.
- *Ganancia porcentual promedio por transacción (T_{Prom})*
Se calcula como la sumatoria de las ganancias porcentuales de cada transacción sobre $\#T$.

Estas últimas medidas nos dan una idea del comportamiento esperable en cada transacción.

Todas estas medidas, se calcularán considerando un costo de transacción del 0.5%, similar al costo de operar en algunos sitios de Internet que permiten realizar

transacciones on-line, en la Bolsa de Comercio de Buenos Aires (www.faciltrade.com, www.invertironline.com, etc.).

1.4.4.2 Comparación con la estrategia B&H

El rendimiento obtenido por las Els debe ser evaluado no sólo en términos absolutos (la ganancia generada), sino que además debe ser comparado con el *comportamiento de la especie para el período en que se aplica la El*.

Supongamos que en el período en que se evalúa la estrategia, la especie presenta una tendencia descendente constante en su cotización. En esa situación no podemos pretender que la El que se está evaluando obtenga ganancias, a lo sumo el mejor comportamiento posible sería el de no registrar pérdidas. Lo mismo se aplica, aunque en sentido contrario, para el caso de una especie que presente una tendencia alcista constante: en ese caso el hecho de que una estrategia obtenga ganancias no dice mucho acerca de su efectividad.

Para tomar en cuenta esta cuestión, utilizaremos como “benchmark” una estrategia básica de “Buy and Hold” (B&H) que consiste en comprar la acción al comienzo del período y venderla al final. De este modo tenemos una estrategia cuyo rendimiento *depende sólo del comportamiento de la especie*.

Tomando esta estrategia como referencia, podemos decir que, si una El supera a la estrategia B&H significará que de alguna forma *está aprovechando su conocimiento del mercado para mejorar el rendimiento* de la especie con la que opera.

1.5 Observaciones finales

En este capítulo hemos hecho un recorrido introductorio por los principales aspectos del mercado de capitales.

En principio, hemos dado un panorama general sobre el mercado, definiendo sus principales actores (empresas, inversores agentes intermediarios, etc.) y su funcionamiento.

Luego esbozamos las principales teorías acerca del comportamiento del mercado (*Teoría del Mercado Eficiente, Teoría de Dow, Teoría del Mercado Fractal*) y describimos diferentes herramientas tradicionalmente utilizadas por los inversores para orientar sus decisiones.

Dentro de las herramientas tradicionales destacamos dos tipos de análisis diferentes: el *Análisis Fundamental* (AF), basado en la estimación del valor o solvencia de las empresas asociadas a los títulos que se negocian y el *Análisis Técnico* (AT), basado en el estudio del comportamiento de los precios.

Finalmente, a partir del análisis de los problemas y dificultades que plantean las herramientas tradicionales, proponemos un marco de trabajo para la aplicación de técnicas de Aprendizaje Automático, con el objetivo de mejorar, extender o reemplazar dichas herramientas.

2 Técnicas de Aprendizaje Automático

Tal como vimos en el capítulo anterior, el Análisis Técnico (AT) es una disciplina que se basa en la existencia de *patrones en el comportamiento de los precios*, y que permite definir estrategias que aprovechen esos patrones para la obtención de ganancias.

Basándonos en estos principios y teniendo en cuenta que el Aprendizaje Automático (AA) se ocupa de la *adquisición de conceptos* mediante la *exploración de datos*, podemos utilizar el AA para la adquisición de patrones de comportamiento y estrategias de inversión (EIs) efectivas, en base a la exploración del comportamiento histórico del mercado.

Como anticipamos en la Introducción, existen muchas aplicaciones del AA para el aprendizaje de EIs, aunque algunas de ellas presentan dificultades para su aplicación práctica. Entre estas dificultades podemos destacar la *falta de interpretabilidad* de los conocimientos obtenidos por las técnicas de “caja negra” como las Redes Neuronales [Mitchell 1997], la *dificultad para incluir conocimiento estructurado*, y la *dificultad para modificar los modelos obtenidos* ante la aparición de nueva información [Schulenburg 2001].

En esta tesis buscaremos resolver estas dificultades mediante una combinación de diferentes técnicas de AA que serán descritas en este capítulo. Nuestra atención se centrará en el estudio de técnicas que permitan obtener un conocimiento interpretable, como es el caso de los *Sistemas Basados en Reglas* (SBRs) y particularmente los *Sistemas Basados en Reglas Difusas* (SBRDs) [Mamdani 1974, Sugeno 1988]. En este último caso, a la posibilidad de generar conocimiento interpretable y de incluir conocimiento estructurado (en forma de reglas), se agrega la capacidad de la *Lógica Difusa* (LD) [Zadeh 1975], para el tratamiento de información imprecisa y ambigua.

También analizaremos el modelo de *Aprendizaje por Refuerzo* (AR) [Kaelbling 1996, Sutton 1998a], que se ocupa de aquellos problemas en los cuales el aprendizaje se realiza en forma incremental, en base a recompensas o refuerzos que se reciben por tomar una determinada decisión. Este modelo resulta interesante, pues permite plantear el aprendizaje de EIs, teniendo en cuenta algunos aspectos que nos interesa destacar, como el aprendizaje incremental y el procesamiento de información no clasificada y parcial.

Dentro del marco del AR, nos centraremos en dos algoritmos particulares: *Q-learning* y los *Sistemas de Clasificadores* (SCs). *Q-learning* resulta una referencia interesante sobre todo por su sencillez y el fuerte marco teórico en el que está basado. Los SCs, por su parte, pueden describirse como un tipo de SBRs que utiliza *Algoritmos Genético* (AGs) y mecanismos de *asignación de crédito*, para obtener un conjunto de reglas efectivo y compacto. Estas características lo convierten en un enfoque muy flexible y adecuado para los objetivos de esta tesis.

En la sección 2.1 definiremos el concepto de Aprendizaje Automático y sus diferentes variantes [Mitchell 1997]. Dentro de ese marco definiremos el problema de aprendizaje de Els.

En la sección 2.2 explicaremos el funcionamiento de los Algoritmos Genéticos (AGs) [Holland 1975], una poderosa herramienta de búsqueda y optimización que utilizaremos (en combinación con otras técnicas de AA) para obtener Els efectivas y compactas.

En la sección 2.3 nos ocuparemos de los *Sistemas Basados en Reglas Difusas* (SBRDs). Como ya dijimos, este tipo de sistemas combina la *interpretabilidad* de los Sistemas Basados en Reglas con la capacidad para el tratamiento de *información imprecisa o ambigua* de la Lógica Difusa (LD) [Zadeh 1995].

En la sección 2.4 explicaremos el modelo de Aprendizaje por Refuerzo (AR) [Kaelbling 1996, Sutton 1998a], detallando su relación con el aprendizaje de Els.

Además, describiremos el marco teórico utilizado por el AR, los tipos de problemas de los que se ocupa y los diferentes tipos de algoritmos existentes.

En la sección 2.5 detallaremos el funcionamiento de Q-learning [Watkins 1989], un algoritmo de AR, que resulta una referencia interesante por su sencillez y su fuerte marco teórico.

En la sección 2.6 explicaremos la estructura y funcionamiento de los *Sistemas de Clasificadores* (SCs) [Holland 1975]. Estos también sistemas se encuadran dentro del modelo de AR, aunque carecen del marco teórico de los algoritmos como Q-learning. Resultan atractivos para el aprendizaje de Els, pues combinan la *interpretabilidad de los SBRs* con la capacidad de los AGs para obtener un *conjunto de reglas efectivo y compacto*.

En la sección 2.7 analizaremos otras técnicas de AA (Redes Neuronales, Clustering) que, si bien no se aplicarán en esta tesis, sirven como referencia para entender las diferentes aplicaciones al mercado de capitales.

En la sección 2.8, haremos un repaso de las aplicaciones del AA al mercado de capitales, detallando algunos casos concretos.

Concluiremos, en la sección 2.9, con un repaso y las conclusiones de todo lo visto en éste capítulo.

2.1 Aprendizaje Automático

El *Aprendizaje Automático* (AA) puede definirse como la adquisición de *conceptos* mediante la exploración de los datos. Esto es, las similitudes encontradas en los datos de entrada permiten que un programa inductivo aprenda conceptos. Más formalmente [Mitchell 1997] decimos que:

Un programa de computación aprende a partir de la experiencia E con respecto a una clase de tarea T y una medida de rendimiento R , si su rendimiento en la tarea T , medido por R , mejora con la experiencia E .

Esta definición general engloba a una gran cantidad de métodos y problemas de aprendizaje, que pueden caracterizarse a partir de la definición de la *tarea*, la *experiencia* y la *medida de rendimiento* utilizadas.

Tarea

El programa de computación deberá aprender un cierto tipo de conocimiento que será utilizado para efectuar la tarea deseada. La resolución del problema de aprendizaje implica, por lo tanto, seleccionar qué tipo de conocimiento será aprendido y cómo se representará. El *tipo de conocimiento* puede modelarse a partir de una *función objetivo* que relacione los valores de entrada del programa con las salidas posibles.

Por ejemplo, en un problema de clasificación en el que se quiere aprender a clasificar una serie de casos en clases predefinidas, se buscará aprender una función $F : E \rightarrow C$, donde E es el conjunto de casos posibles y C el conjunto de clases. Otro ejemplo de diferente naturaleza, sería el problema de aprender a jugar al ajedrez, en ese caso se podría aprender una función $F : E \rightarrow M$, donde E es el conjunto de estados posibles del tablero y M los movimientos que puede realizar un jugador.

En cuanto a la *representación* de la función que se busca aprender existen diferentes posibilidades: conjuntos de reglas, funciones polinomiales, árboles de decisión, redes neuronales, etc., cuya elección debe ser evaluada en función de los objetivos buscados.

Experiencia de entrenamiento

Podemos analizar el tipo experiencia desde dos perspectivas diferentes: la disponibilidad de los datos y la existencia de conceptos o resultados asociados a los datos.

- Desde la primera perspectiva (disponibilidad de los datos), distinguimos entre el aprendizaje *incremental o en línea* y el aprendizaje *por lotes*.
 - Decimos que el aprendizaje es *incremental* cuando los datos están disponibles a lo largo del tiempo y el sistema de aprendizaje debe adaptar lo que ya ha aprendido a medida que recibe y procesa nuevos datos.
 - Por otro lado en el aprendizaje *por lotes*, todos los datos están disponibles al comienzo y el sistema puede formar conceptos analizándolos en su totalidad.

Debemos notar que en el primer caso (incremental) es posible que la evaluación y el aprendizaje se realicen en forma simultánea, lo cual agrega una mayor complejidad al proceso de aprendizaje.

- Desde la segunda perspectiva podemos hablar de aprendizaje *supervisado, no supervisado y por refuerzo*.
 - El aprendizaje no supervisado opera con datos para los que no se conoce un concepto o resultado asociado.
 - En el aprendizaje supervisado, junto con los datos, el sistema recibe el concepto correspondiente adjudicado por un experto o por experiencias previas comprobadas.
 - El aprendizaje por refuerzo difiere del aprendizaje supervisado en varios aspectos.

La diferencia más importante es que el sistema, en vez de recibir pares con datos de entrada salida (indicando cuál sería el valor correcto para los valores de entrada), sólo recibe un valor de refuerzo que informa del efecto inmediato de una determinada decisión. De este modo, si bien se conoce el efecto inmediato de la decisión, no se puede determinar en forma directa si ésta fue la mejor posible.

Medida de rendimiento

La medida de rendimiento evalúa lo aprendido y se relaciona con el objetivo del proceso de aprendizaje. En un problema de clasificación, por ejemplo, la medida de rendimiento podría ser la tasa de aciertos de la función aprendida, en un problema como el del juego de ajedrez podría ser la cantidad de partidas ganadas.

En esta tesis centraremos la atención en el *aprendizaje de estrategias de inversión* (Els). En consecuencia, nuestros parámetros de aprendizaje serán:

- *Tarea*: La tarea que afrontamos es la *toma de decisiones de inversión*, en base a Els.
- *Experiencia de entrenamiento*: La experiencia estará basada en las series históricas de precios descriptas en la sección 1.4.3.
- *Medida de rendimiento*: La medida de rendimiento se basará en el rendimiento de capital obtenido por la estrategia aprendida tal cómo se definió en la sección 1.4.2.

Finalmente, para resolver el problema de aprendizaje planteado, debemos buscar un método específico para su resolución. En las secciones siguientes haremos un repaso de las herramientas existentes analizando su adecuación al problema del aprendizaje de estrategias.

2.2 Algoritmos Genéticos

Los Algoritmos genéticos (AGs) son algoritmos de búsqueda de propósito general, basados en principios inspirados en la genética de las poblaciones naturales para llevar a cabo un proceso evolutivo sobre soluciones de problemas (véase la Figura 2.1). Inicialmente fueron propuestos por John Holland [Holland 1975] y posteriormente han sido estudiados con mayor profundidad por otros autores ([Goldberg 1989, Michalewicz 1996]).

“La evolución adaptativa es el motor de la biología. Pero sus mecanismos son tan generales que también deberían ser efectivos dando forma a los sistemas artificiales”, manifestaba John Holland a comienzos de los 70.

Los AGs han demostrado ser una herramienta adecuada para la búsqueda en espacios complejos, tanto desde un punto de vista teórico como práctico, ofreciendo un enfoque válido para solucionar problemas que requieran que la herramienta sea robusta y eficaz.

Si bien no constituyen por sí solos un método de aprendizaje automático, su generalidad, eficiencia y robustez en la resolución de problemas de búsqueda, los convierte en una herramienta útil para los métodos de AA.

En este sentido, es importante observar que en muchos casos el aprendizaje puede ser visto como un *proceso de búsqueda* dentro de un espacio de hipótesis definido por todas las representaciones posibles de la función objetivo.

Genética natural	Algoritmos genéticos
Cromosoma	Cadena de caracteres (String)
Gen	Bit, carácter, propiedad.
Allele	Valor de la propiedad, valor de un gen.
Sitio	Posición
Genotipo	Estructura, solución codificada.
Fenotipo	Comportamiento, conjunto de parámetros, solución alternativa, estructura decodificada, solución decodificada, o un punto en el espacio de soluciones.

Figura 2.1 Comparación de la terminología de la genética natural y los algoritmos genéticos

Gran parte del éxito de los AGs se debe a su habilidad para explotar la información que van acumulando sobre el espacio de búsqueda. Generalmente este espacio debe ser explorado desde el inicio del proceso y a medida que la evolución avanza, la información obtenida permite orientar la búsqueda hacia los subespacios más útiles. Su característica principal es la capacidad de adaptación que presentan, especialmente cuando los espacios de búsqueda son grandes, complejos y con poca información disponible, situaciones en las que las técnicas

clásicas de búsqueda (enumerativas, heurísticas, etc.) no presentan buenos resultados.

Estas propiedades de los AGs (robustez, adaptación a los cambios, capacidad de explorar espacios complejos), los vuelve atractivos dentro del marco del aprendizaje de Els.

2.2.1 Definición

Se puede decir que un AG realiza una búsqueda multidireccional al mantener una población de soluciones potenciales y promover la elaboración de información y el intercambio entre esas direcciones. Durante el proceso de búsqueda la población sufre una evolución simulada: en cada generación las soluciones relativamente buenas se reproducen mientras que las relativamente malas mueren. Para distinguir entre las diferentes soluciones se define el concepto de bondad o aptitud, mediante una función objetivo o de evaluación que usualmente retorna un valor numérico.

Las sucesivas generaciones mejoran la aptitud de los individuos de la población hasta que se alcanza el criterio de convergencia esperado para la optimización (que, como en cualquier técnica de optimización, puede ser una disyunción de varias condiciones de parada, como por ejemplo una cantidad máxima de generaciones o una cantidad máxima de generaciones en las que se repite el valor de aptitud del mejor individuo). A pesar de que por su naturaleza probabilística los algoritmos genéticos tienden a evitar los óptimos locales, por esa misma característica no pueden garantizar que se llegue a la solución óptima.

Más allá de que las diferentes implementaciones de AGs puedan variar en sus detalles, en líneas generales todas comparten una estructura similar (véase la Figura 2.2). Las sucesivas generaciones se forman como resultado de seleccionar los mejores individuos de la generación actual y aplicarles un conjunto de operaciones genéticas (básicamente cruzamiento y mutación). Luego de haber avanzado a través de una determinada cantidad de generaciones, se espera que esta última contenga la o las mejores soluciones.

Generalmente, cuando se quiere reutilizar un AG para resolver un nuevo problema, sólo es necesario redefinir su función de evaluación. El hecho de que los AGs posean esta fuerte independencia de dominio, si bien es una propiedad muy conveniente, no permite el tratamiento de restricciones no triviales. No obstante, existen varias maneras de implementarlas:

- imponer *grandes penalizaciones* a los individuos que las violan.
- imponer *penas moderadas*.
- construir *filtros* que se aplican en la etapa de creación de nuevos individuos (usados en la creación de la población inicial y en el momento de aplicar los operadores genéticos) que eviten crear individuos que violen las restricciones.

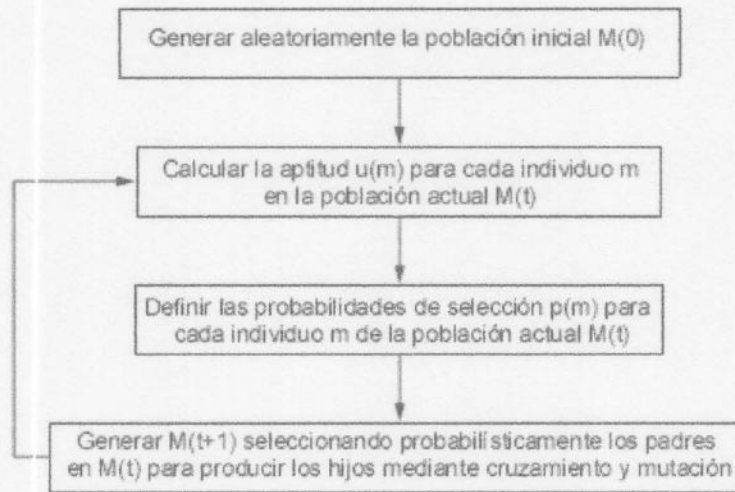


Figura 2.2 Un algoritmo genético simple

Igualmente, cada una de estas opciones presentan sus inconvenientes por lo que debe evaluarse cuáles conviene utilizar para cada caso en particular:

- Una *alta penalización* en la rutina de evaluación sobre una población en la que es muy probable que se generen individuos que violan restricciones, puede producir un algoritmo genético que pierda demasiado tiempo evaluando individuos ilegales. Además, también puede suceder que estos individuos ilegales generen nuevos individuos ilegales y el algoritmo converja prematuramente sobre los pocos individuos legales reduciendo el espacio de exploración.
- Si se utiliza una *penalización moderada*, el sistema puede evolucionar sobre los individuos ilegales que tienen mejor aptitud.
- Finalmente, al incorporar *filtros* que evitan la generación de individuos ilegales se produce un incremento del costo computacional del algoritmo.

2.2.2 Componentes

Un algoritmo genético para un problema particular debe tener definidos los siguientes componentes [Michalewicz 1996]:

- Una representación genética para las soluciones potenciales del problema.
- Una manera de crear la población inicial de soluciones potenciales.
- Una función de evaluación que califica las soluciones en términos de sus aptitud.
- Operadores genéticos que alteran la composición de los hijos.
- Valores para los parámetros que utiliza el algoritmo genético (tamaño de población, probabilidad de aplicación de un operador, etc.).

Podemos decir que más allá de tener una estructura general en común (como veremos luego), varios de sus componentes deben ser definidos e implementados analizando el problema particular que se intenta resolver.

Los AGs constan de cuatro etapas fundamentales: evaluación, selección, cruzamiento y mutación. El pseudocódigo correspondiente a estas etapas es el siguiente:

```
procedimiento algoritmo genético
comienzo
    t = 0
    iniciar la población M(t)
    evaluar M(t)
    mientras (no se cumple la condición de terminación) hacer
        comienzo
            t = t + 1
            seleccionar M(t) de M(t -1)
            modificar M(t)
            evaluar M(t)
        fin
    fin
fin
```

- El proceso iterativo de los AGs continua hasta que se alcanza uno de los posibles criterios de terminación. Los más utilizados son: alcanzar un óptimo conocido o un nivel de solución aceptable, llegar a una cantidad determinada de generaciones, y detectar que no hay mejoras en la aptitud en varias generaciones sucesivas.
- *El procedimiento de evaluación* mide la aptitud de cada solución individual en la población y le asigna un valor relativo basado en el criterio de optimización o de búsqueda.

- *El procedimiento de selección* elige individuos de la población actual de manera aleatoria para formar la siguiente generación. Hay varias alternativas que han sido propuestas pero todas siguen la idea de que los más aptos tengan una gran chance de sobrevivir.
- *El procedimiento de cruzamiento* toma dos individuos y los combina a partir de un punto de cruce generando dos nuevos individuos.
- *En la mutación* se modifican genes de individuos de la población en base al factor de mutación predefinido introduciendo de esta manera una cuota de aleatoriedad en la población.
- Uno de los aspectos más desafiantes del uso de algoritmos genéticos es la elección de los *parámetros de configuración*. La teoría provee pocas especificaciones sobre cómo seleccionar adecuadamente estos valores. El tamaño de la población, probablemente el parámetro más importante, refleja el tamaño y la complejidad del problema. De cualquier manera, la solución de compromiso entre el esfuerzo computacional extra y el aumento de tamaño de la población, es una decisión específica hecha en base al problema en cuestión. Otros parámetros importantes son el número máximo de generaciones, la probabilidad de cruce y de mutación, el método de selección y posiblemente una estrategia elitista donde el mejor pasa automáticamente a la próxima generación de la población. A diferencia de los métodos de optimización tradicionales, los algoritmos genéticos se adaptan mejor al tratamiento de variables enteras antes que continuas. Esto se debe a la granularidad inherente a las cadenas de genes dentro de la estructura del modelo de los algoritmos genéticos.

2.2.3 Representación

En los AGs, las hipótesis generalmente son representadas por cadenas de bits porque pueden ser manipuladas fácilmente por los operadores genéticos (como la mutación y el cruzamiento). Las hipótesis representadas por estas cadenas de bits pueden llegar a ser bastante complejas. Por ejemplo, los conjuntos de sentencias *SI-ENTONCES* pueden ser representados fácilmente de esta manera: eligiendo una codificación que ubique las subcadenas para cada precondition y postcondición de cada regla. Ejemplos del uso de estas representaciones se pueden ver en [Holland 1986, Grefenstette 1988, De Jong 1993].

Para ver cómo codificar las reglas *SI-ENTONCES* primero consideremos cómo podríamos usar una cadena de bits para describir una restricción en un atributo [Mitchell 1997].

En la Figura 2.3 podemos ver dos formas de representar los valores posibles de un atributo.

Univaluado	Multivaluado
00 Soleado 01 Nublado 10 Lluvioso 11 Ventoso	1000 Soleado 0100 Nublado 0010 Lluvioso 0001 Ventoso
Ejemplo: 01 Nublado	Ejemplo: 0101 Nublado y/o Ventoso

Figura 2.3 Representación binaria de valores de atributos

- Cuando el atributo puede tomar un único valor a la vez, se puede asignar un valor decimal a cada valor posible del mismo y utilizar su representación binaria. Por ejemplo, si son cuatro los valores posibles para un atributo, podemos utilizar una representación de dos bits. Esta forma de representar las restricciones presenta un inconveniente. Si tenemos una cantidad de valores que no es potencia de dos, para poder representarlos debemos tomar una cantidad de bits que en realidad nos va permitir una cantidad de valores codificados mayor a la que necesitamos. Por ejemplo, si sólo son seis los valores a codificar, vamos a necesitar tres bits ($2^3=8$ valores distintos). Si comenzamos a codificar desde el valor cero, permitiremos las codificaciones 110 y 111 que no representan ningún significado útil.
- La segunda manera de codificar el atributo permite que el mismo pueda tener más de un valor simultáneamente, es decir una conjunción o una disyunción de valores. En este caso necesitamos un bit para cada valor posible del atributo y si no está predefinido, uno más para indicar si los valores deben tratarse como una conjunción o una disyunción.

En muchos casos, para valores numéricos, se utiliza la codificación Gray en lugar de codificación binaria. Esta codificación tiene la propiedad de que dos puntos cercanos en el espacio de búsqueda difieren solamente en un bit en la representación [Michalewicz 1996].

Hay una gran variedad de opciones para representar las soluciones, aplicables según las características del problema: listas ordenadas, listas de tamaño variable, matrices, etc. Por ejemplo en [Michalewicz 1996] podemos encontrar un trabajo que compara una representación en punto flotante y una representación binaria. En [Wright 1991] se definen los operadores de mutación y cruzamiento para una representación con vectores de parámetros reales. De todos modos, las cadenas de bits de tamaño fijo son la representación de soluciones más difundida.

2.2.4 Inicialización

- La *inicialización*, primer etapa del proceso evolutivo, se encarga de construir la población inicial, es decir la primera generación.
- La manera más simple de hacerlo es armar *aleatoriamente* el contenido genético de cada individuo;
- Una opción interesante es aplicar alguna técnica conocida para *aprender algunas soluciones interesantes* que luego son incorporadas a la población inicial. De esta manera se puede facilitar la búsqueda y acelerar la convergencia del proceso a las mejores soluciones. Simplemente, si tenemos conocimiento explícito acerca del sistema a optimizar, este puede ser incluido en la población inicial. Por ejemplo, supongamos que estamos hablando de Els, que son codificadas en los cromosomas y hablan de cuál es el período de tiempo que debe existir entre la compra y la venta de acciones de una determinada especie. Podríamos recibir sugerencias de parte de un operador de bolsa que nos diga en base a su experiencia cuáles son los períodos de tiempo que él considera que producen los mejores resultados. Luego de obtenida esta información estamos en condiciones de elaborar las Els que conformarán nuestra población inicial.
- El *tamaño de la población* indica el número de cromosomas en la población. Una gran población permite tener una gran variedad de individuos pero al precio de requerir mayores recursos (más memoria y mayor procesamiento al aumentar la cantidad de evaluaciones de aptitud). Una buena población de cromosomas es la que contiene una selección diversa de soluciones potenciales, produciendo una mejor exploración. Si la población pierde diversidad se dice que tiene convergencia prematura y se realiza poca exploración. Para cromosomas de gran tamaño en problemas de optimización es necesario mantener la diversidad (que también puede ser alcanzada mediante una tasa alta de mutación y cruce uniforme) y por lo tanto una mejor exploración.

2.2.5 Evaluación

Para poder comparar las soluciones contenidas en la población es necesario tener alguna medida que nos diga qué tan buena es una de ellas respecto de las otras. Si lo vemos desde el punto de vista de la genética, esta medida está representada por la aptitud del individuo. Indudablemente, este proceso de evaluación es dependiente de la naturaleza del problema y de la representación de las soluciones.

2.2.6 Operaciones de cruzamiento y mutación

La exploración en el proceso de búsqueda se realiza en base al uso de los operadores de cruzamiento y mutación.

- Para hacer el *cruzamiento* se seleccionan aleatoriamente dos cromosomas (padres). La probabilidad de que esos cromosomas sean cruzados es un parámetro controlado por el usuario (usualmente se le asigna un valor entre 0.6 y 0.9). Por cada pareja, la probabilidad indica que le corresponde cruzarse, entonces se aplica el operador de cruce que intercambia los genes de los padres para producir dos hijos. En caso contrario, los padres pasan directamente a la siguiente generación. Los dos operadores de cruce más comunes son el método de un punto y el de dos puntos. En el de un punto se elige un punto de los cromosomas y se intercambian los genes de la parte superior. En el de dos puntos, como se ve en la Figura 2.4, se seleccionan dos puntos de cruce y se intercambian los genes que están entre los dos puntos.

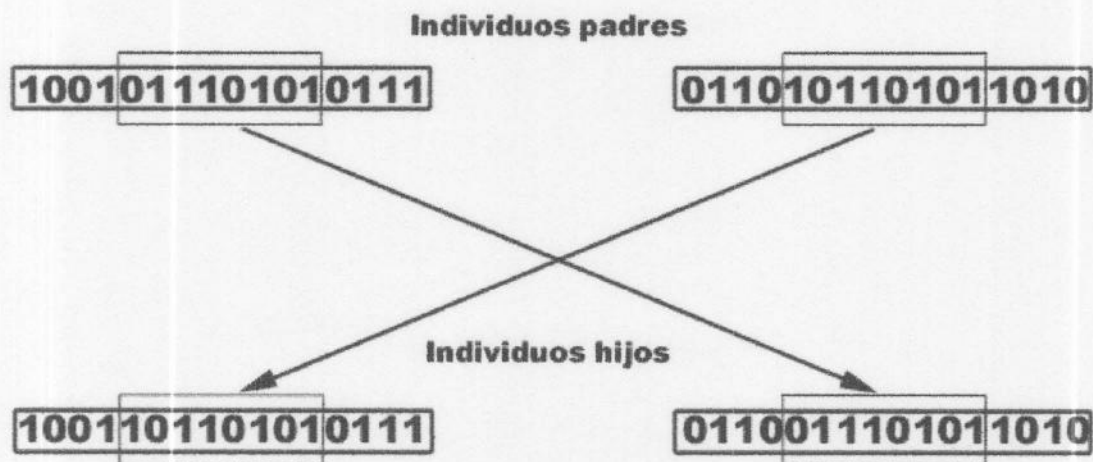


Figura 2.4 Operación de cruzamiento de dos puntos

- La probabilidad de que ocurra una *mutación* es otro de los parámetros controlados por el usuario y usualmente recibe un valor pequeño (ej. 0.01) para que los cromosomas buenos no sean destruidos. Una mutación simplemente cambia el valor de algún gen en particular (véase la Figura 2.5). Luego del paso de exploración, la población ya tiene los nuevos cromosomas (hijos) creados.

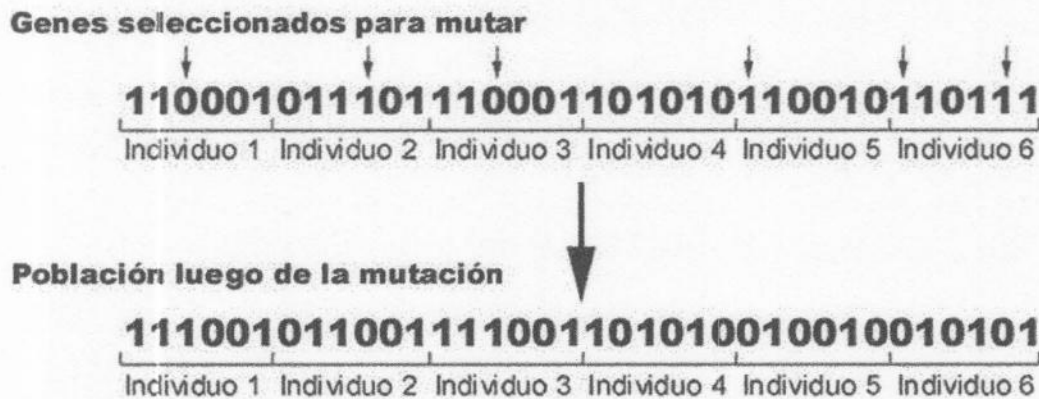


Figura 2.5 Operación de mutación

La tasa de mutación determina la probabilidad de que se produzca una mutación. La mutación se emplea para dar nueva información a la población y además prevenir que se sature con cromosomas similares (convergencia prematura). Valores grandes de tasa de mutación incrementan la probabilidad de que un buen esquema sea destruido, pero incrementan la diversidad de la población. La mejor tasa de mutación es dependiente de cada caso, pero para la mayoría de las aplicaciones se puede tomar un valor entre 0.001 y 0.1

Algunos investigadores han publicado algunas reglas empíricas para seleccionar la mejor tasa en base a la longitud del cromosoma y al tamaño de la población. DeJong sugirió que la tasa de mutación sea inversamente proporcional al tamaño de la población. Hessner y Manner sugirieron que la tasa óptima de mutación sea aproximadamente $(M * L / 2) - 1$ donde M es el tamaño de la población y L es la longitud del cromosoma. Wright, en [Wright 1991] define valores para las tasas de mutación y cruzamiento para los casos en los que se utiliza una representación con valores reales.

2.3 Sistemas Basados en Reglas Difusas

En la actualidad, una de las áreas de aplicación más importantes de la Teoría de Conjuntos Difusos y de la Lógica Difusa (LD), enunciadas por Zadeh en 1965 [Zadeh 1965], es la de los Sistemas Basados en Reglas Difusas (SBRDs). Este tipo de sistemas constituye una extensión de los Sistemas Basados en Reglas (SBRs) de la Lógica Clásica puesto que emplean reglas de tipo *SI-ENTONCES* en las que los antecedentes y consecuentes están compuestos por proposiciones difusas en lugar de proposiciones booleanas clásicas.

En un sentido muy general, un SBRD es un Sistema Basado en Reglas en el que la LD puede ser empleada tanto como herramienta para representar distintas formas de conocimiento sobre el problema a resolver, como para modelar las iteraciones y relaciones existentes entre las variables del mismo. Los SBRDs se han aplicado con éxito a una gran cantidad de problemas reales a lo largo de los últimos años [Bardossy 1995, Goonatilake 1995, Hirota 1993, Pedrycz 1996, Wang 1994].

El modelado difuso de sistemas se puede considerar como una vía para modelar un sistema haciendo uso de un lenguaje de descripción basado en la LD con predicados difusos [Sugeno 1993]. Empleando distintos tipos de SBRDs es posible llevar a cabo distintos tipos de modelado, dependiendo del grado de descripción y precisión que deseemos que presente el modelo obtenido. Estos dos requisitos, el grado en el cual es interpretable el modelo por el ser humano y el grado en que ese modelo aproxima al sistema real, suelen estar enfrentados. Como ya indicaba Zadeh en su *principio de incompatibilidad* [Zadeh 1973], *cuando la complejidad de un problema aumenta, nuestra capacidad para describirlo en términos precisos disminuye*. De este modo, aunque el uso de técnicas basadas en LD, concretamente los SBRDs, nos permiten afrontar el modelado de sistemas que están envueltos en una cierta imprecisión, obteniendo un modelo cualitativo claramente interpretable por el ser humano, muchas veces el rendimiento del modelo obtenido no es el deseado y preferimos perder en la claridad de descripción para ganar en el rendimiento global del modelo. La decisión entre cuán interpretable y cuán preciso debe ser el modelo a obtener suele depender de las necesidades que se tengan para el problema concreto.

La LD posee herramientas que permiten obtener distintos tipos de modelos difusos según deseemos que en los mismos predomine la interpretabilidad o la precisión. De esta forma, cuando se trabaja en este campo, es posible distinguir dos tipos de modelado: *Modelado Lingüístico* y *Modelado Difuso* [Zwir 2000]:

- El Modelado Lingüístico se realiza mediante los SBRDs descriptivos. Estos emplean reglas difusas con variables lingüísticas que toman valores en un conjunto de términos con un significado real. El modelo cualitativo finalmente obtenido forma un modelo difuso generalizado que consiste en una serie de descripciones lingüísticas sobre el comportamiento del sistema que está siendo modelado. En este tipo de modelado, la interpretabilidad del modelo es la nota predominante. Como se indica en [Sugeno 1993], las ideas básicas de este

tipo de modelado ya aparecían en los primeros trabajos de Zadeh [Zadeh 1973].

- El Modelado Difuso, en cambio, se lleva a cabo mediante los SBRDs aproximativos. En este tipo de sistemas, las reglas difusas están compuestas por predicados difusos sin ninguna interpretación lingüística, es decir, las variables que componen las reglas no toman como valores una serie de términos lingüísticos con una semántica asociada en forma de conjunto difuso, sino directamente un conjunto difuso. En este tipo de modelado basado en reglas difusas, se asume que la meta principal es la exactitud en el modelado del comportamiento del sistema real; se hace uso de la potencialidad de los SBRDs como aproximadores universales [Buckley 1993, Castro 1995, Cordon 1996, Kosko 1992, Wang 1992] y no tanto de su capacidad para representar el conocimiento en forma de reglas lingüísticas. Aún así, el modelo obtenido seguirá presentando un cierto nivel de interpretabilidad que provendrá del hecho de estar compuesto por un SBRD; siempre será posible determinar qué reglas han actuado ante una determinada entrada y, gracias a ello, se podrá estudiar localmente el comportamiento del modelo.

2.3.1 Componentes de los Sistemas Basados en Reglas Difusas

Básicamente, todos los tipos de SBRD están formados al menos por dos componentes principales:

- Una *Base de Conocimiento o de Reglas Difusas*, que contiene las reglas lingüísticas o difusas - según el sistema sea descriptivo o aproximativo - las cuales guían el comportamiento del mismo.
- Un *Sistema de Inferencia*, que emplea estos valores y la información contenida en la base para llevar a cabo dicho proceso.

La Base de Conocimiento o de Reglas Difusas es la parte esencial del SBRD debido a que las componentes restantes del sistema se ocupan de interpretar las reglas contenidas en ella y hacerlas manejables en problemas concretos. Tal y como comentábamos en la sección anterior, la componente que almacena estas reglas se denomina Base de Conocimiento (BC) o Base de Reglas Difusas (BRD) según el SBRD sea descriptivo o aproximativo [Cordon 1997].

En el primero de los casos, es decir, en los SBRDs descriptivos, la BC está formada a su vez por dos componentes distintos: la Base de Reglas Lingüísticas y la Base de Datos:

- La *Base de Reglas Lingüísticas* (BRL) está formada por un conjunto de reglas lingüísticas de tipo *SI-ENTONCES* que, en el caso de SBRDs con múltiples entradas y una única salida, presentan la siguiente estructura:

Si X_1 es A_1 y ... y X_n es A_n entonces Y es B ,

donde X_i e Y son variables lingüísticas de entrada y salida respectivamente, y los A_i y B son etiquetas lingüísticas asociadas a dichas variables. La BRL está compuesta por una serie de reglas de este tipo unidas por el operador *además*, lo que indica que todas ellas pueden dispararse ante una entrada concreta.

La estructura de una regla lingüística puede ser más general si para relacionar las variables de entrada en el antecedente se emplea otro conectivo, en lugar del *y*, pero en trabajos como [Wang 1994] se demuestra que la estructura de la regla mostrada es lo suficientemente general como para incluir otras. Debido a este hecho y a su simplicidad, este tipo de reglas son las más empleadas en la literatura especializada.

- La *Base de Datos* (BD) contiene la definición de los conjuntos difusos asociados a los términos lingüísticos empleados en las reglas de la BRL. Además contiene los valores de los factores de escala necesarios para efectuar las transformaciones entre los universos de discurso de los conjuntos difusos y los que definen las variables de entrada y salida del sistema.

En los sistemas aproximativos, sin embargo, la BD no es necesaria puesto que las variables que se emplean en las reglas no son lingüísticas sino difusas. La razón es obvia puesto que, al tomar cada variable como valor un conjunto difuso distinto para cada regla y no una etiqueta lingüística, no tiene sentido establecer una relación entre etiquetas y conjuntos difusos. En este tipo de sistemas, la BC queda reducida a una Base de Reglas Difusas (BRD) compuesta por un conjunto de reglas difusas aproximativas conectadas entre sí mediante el operador *además* [Cordón 1997].

2.3.2 Construcción de un Sistema Basado en Reglas Difusas

El buen comportamiento de un SBRD depende directamente de dos factores: la forma en que realiza el proceso de inferencia y la composición de la base de reglas difusas que maneja. Por lo tanto, el proceso de diseño de los SBRDs engloba dos tareas principales:

- Diseño del Mecanismo de Inferencia, es decir, la elección de los distintos operadores difusos que se emplearán para realizar el proceso de inferencia. La principal tarea de diseño para el mecanismo de inferencia es la elección del operador de conjunción T empleado para calcular el grado de emparejamiento del antecedente de cada regla con las entradas actuales del sistema. Este operador se modela habitualmente empleando una t-norma y las elecciones más habituales son el mínimo o el producto, los cuales están descritos en [Bardossy 1995], donde también se analizan sus propiedades en detalle.

- Obtención de una base de reglas difusas que contenga información adecuada con respecto al problema que se pretende resolver.

Las tareas principales son las siguientes:

- Selección de las variables relevantes de entrada y salida del sistema.
- Si se emplea un SBRD con matices descriptivos, definición de la estructura de la BD que contendrá la semántica de los términos que pueden tomar como valor las variables lingüísticas de entrada y salida, esto conlleva la ejecución de nuevas subtareas:
 - Definición de los factores de escala.
 - Elección de los conjuntos posibles de términos para cada variable lingüística los que permiten determinar la granularidad deseada en el sistema.
 - Elección del tipo de función de pertenencia a emplear: triangular, trapezoidal, gaussiano exponencial, principalmente [Driankov 1993]. Las dos últimas presentan la ventaja de proporcionar una transición más suave, mientras que las dos primeras la de su simplicidad a la hora de efectuar cálculos computacionales.
 - Definición de la función de pertenencia del conjunto difuso concreto asociado a cada etiqueta lingüística.
- Derivación de las reglas lingüísticas que compondrán la base de reglas difusas del sistema. Para ello será necesario determinar el número de éstas así como su composición, mediante la definición del antecedente y el consecuente. Existen dos vías principales para la derivación de la BC o BRD de un SBRD [Wang 1994]:
 - Derivación a partir de expertos. En este primer método, la composición de la BC se efectúa empleando la información experta disponible. El experto o los expertos humanos especifican las etiquetas asociadas a cada variable lingüística, la composición de las reglas de la BRL y la semántica asociada a cada etiqueta. Este primer método es el más sencillo de aplicar en el caso de que los expertos sean capaces de poner su conocimiento en forma de reglas lingüísticas.
 - Derivación a partir de métodos de aprendizaje automático basados en la información numérica existente.

Aunque la primera vía de definición de la base de reglas difusas es la ideal y fue la primera que se empleó con éxito en algunos problemas, en la mayoría de los casos prácticos, el experto humano no es capaz de expresar su conocimiento sobre el problema en forma de reglas lingüísticas o, simplemente, no existe un experto que pueda aportar información sobre el problema que tratamos de resolver. En otras ocasiones, el experto es capaz de aportar algunas ideas con respecto a la composición de la BRL, es decir, de definir algunas reglas, pero la única información que puede dar sobre la BR se refiere a los dominios de discurso en los que están definidas las variables del problema y las etiquetas lingüísticas necesarias, pero no la forma de las funciones de pertenencia que definen la semántica de estas etiquetas.

Este último problema se resuelve generalmente definiendo una partición difusa primaria de cada variable mediante un proceso de normalización [Driankov 1993, Harris 1993, Lee 1990]. Este proceso consiste en discretizar el dominio de la variable, particionándolo en un número de intervalos igual al número de etiquetas lingüísticas que se consideren, y asociando a cada intervalo un nombre de etiqueta y un conjunto difuso que defina la semántica de ésta. Al no existir conocimiento disponible sobre la forma que deberían presentar dichos conjuntos, lo que se suele hacer es definir una serie de particiones difusas uniformes en las que todos los conjuntos difusos son simétricos y presentan la misma forma. El problema es que este modo de definir la semántica no siempre conduce a un buen comportamiento del SBRD finalmente obtenido [Villar 1994, Lee 1990].

2.3.3 Problemas del Modelado Lingüístico Basado en Reglas Difusas

La falta de precisión de los Modelos Lingüísticos se debe a ciertos problemas relacionados con la estructura de la regla lingüística, los cuales son a su vez consecuencia de la inflexibilidad del concepto de variable lingüística [Zadeh 1975]. Algunos de estos problemas son [Alcalá 1999, Bastian 1994, Carse 1996]:

- Falta flexibilidad en los SBRDs debido al rígido particionamiento de los espacios de entrada-salida.
- Los espacios de entrada son complejos de particionar cuando hay dependencia de variables.
- El particionamiento homogéneo de los espacios de entrada-salida, cuando la correspondencia entre entrada-salida varía en complejidad con el espacio, es ineficiente y no puede hacerse escalable a espacios de grandes dimensiones.
- La obtención de un SBRD preciso requiere de una suma considerable de granularidad, lo que provoca el aumento significativo del número de reglas, hecho que produce la pérdida de la capacidad de ser interpretadas por un ser humano.

Si asumimos que la relación existente entre las variables de entrada y la de salida es lineal o puede ser considerada como tal, estos métodos pueden tomar como base las técnicas clásicas estadísticas de regresión pero esto puede provocar una pérdida de precisión en el sistema obtenido si dicha suposición no es correcta.

En cambio, cuando se considera también la posibilidad de que existan relaciones no lineales entre las variables del problema, aumenta la complejidad de los algoritmos de generación, tanto en los aspectos analíticos como en los computacionales. De este modo, se emplean técnicas de diseño de BCs o BRDs tan diversas como: algoritmos iterativos de generación de reglas basados en el cubrimiento de los ejemplos o en la bondad de las reglas con respecto al conjunto de datos existente, variantes del método de mínimos cuadrados, métodos de gradiente descendente, métodos híbridos entre los dos anteriores, Redes Neuronales, técnicas de Clustering y Algoritmos Genéticos, entre otros [Cordón 1997]. Algunos autores [Lofti 1996, Wang 1994], se refieren a este tipo de SBRDs que emplean un método automático para el aprendizaje o ajuste de la BC o BRD con el nombre de *Sistemas Difusos Adaptativos*. Más adelante, cuando detallemos el funcionamiento de los *Sistemas de Clasificadores Difusos* analizaremos la utilización de AGs en el aprendizaje de un sistema difuso.

2.4 Aprendizaje por refuerzo

En la sección 2.1 hemos caracterizado el aprendizaje por refuerzo diferenciándolo del aprendizaje supervisado, en dos aspectos importantes: la ausencia de pares (entrada, salida) característica del aprendizaje supervisado, y la importancia de la performance en línea (la evaluación y el aprendizaje pueden realizarse en forma concurrente).

Ampliando esa caracterización, decimos que el aprendizaje por refuerzo (AR) intenta resolver aquellos problemas en los cuales un *agente* autónomo actuando en un determinado *ambiente* mejora su comportamiento en forma progresiva basándose solamente en una serie de repuestas o *refuerzos* recibidos del ambiente [Mitchell 1997].

Este modelo de aprendizaje puede ser una alternativa interesante para representar algunas características del aprendizaje de Els:

- Siguiendo el modelo del AR, podemos decir que un inversor (el agente) interactúa en forma permanente con el mercado (el ambiente) recibiendo a cambio un aumento o disminución de su capital (refuerzo).
- Tal como sucede en los problemas de AR, las decisiones que toma un inversor, muchas veces no pueden ser evaluadas en forma aislada e inmediata. En muchos casos las ganancias (o pérdidas) se obtienen luego de una secuencia de decisiones, sin que se sepa, de antemano, cuál es la mejor opción en cada caso.
- Dada la naturaleza dinámica e inestable del mercado, el inversor debe ser capaz de incorporar y asimilar nueva información en forma continua y progresiva, modificando su conducta si así hiciera falta.

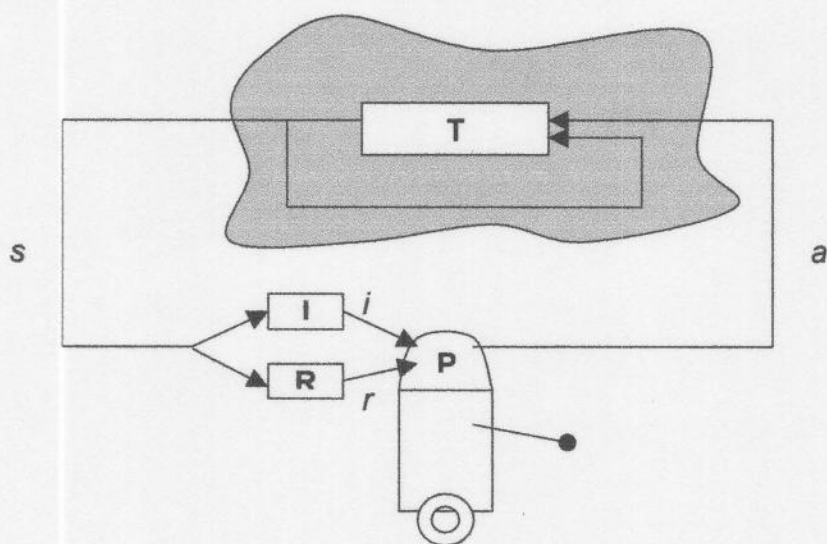


Figura 2.6 Modelo de Aprendizaje por refuerzo

Tal cómo vemos en la Figura 2.6, el *agente* interactúa con el *ambiente* recibiendo *percepciones* y ejecutando *acciones* [Kaelbling 1996].

En cada *paso* t en el cual se produce la interacción, el agente recibe una *entrada* i_t , (representando el estado s_t del ambiente) y elige una acción a_t para ejecutar. Esta acción, a su vez, genera un refuerzo r_t y traslada al ambiente al estado s_{t+1} .

En este marco, el agente debe aprender una *política* que seleccione, en cada caso, aquellas acciones que tiendan a incrementar la suma de los refuerzos recibidos.

En las secciones siguientes estudiaremos el *marco teórico* en el que se basan muchas técnicas y algoritmos de AR, analizaremos los *tipos de problemas* que pueden resolverse utilizando este marco y finalmente nos ocuparemos de los *algoritmos* existentes centrando nuestra atención en *Q-learning* y en los *Sistemas de Clasificadores*.

2.4.1 Marco teórico general

En esta sección introduciremos los modelos teóricos y la terminología básica relacionada con el AR.

Procesos de Decisión de Markov

Gran parte de la investigación sobre aprendizaje por refuerzo se centra en problemas que pueden ser modelados mediante un *Proceso de Decisión de Markov Finito* (PDM) ([Bellman 1957, Howard 1960, Puterman 1994]), que se define formalmente a partir de :

- Un conjunto finito S de *estados*.
- Un conjunto finito A de *acciones*.
- Un conjunto de valores de refuerzo posibles (por ejemplo $\{0,1\}$ o $\mathbb{R}$).
- Una función de *transición de estados* $T : S \times A \rightarrow S$.
- Una *función de refuerzo* $R : S \times A \rightarrow \mathbb{R}$, que define el refuerzo recibido al ejecutar una acción en un determinado estado.

En un PDM, las funciones de transición de estados y refuerzo T y R , pueden ser desconocidas; aunque *deben depender sólo del estado y la acción corrientes* (y no de acciones o estados previos).

Además, las definiciones anteriores pueden generalizarse para los casos en los que el ambiente no sea determinístico, en ese caso:

- La función de transición $T : S \times A \rightarrow \Pi(S)$ asigna a cada par estado acción una distribución de probabilidades sobre S .
- La función de refuerzo $R : S \times A \rightarrow \Pi(\mathbb{R})$, asigna a cada par estado acción una distribución de probabilidades sobre los refuerzos posibles.

Dentro de este marco, la tarea del agente es aprender una *política* $\Pi: S \rightarrow A$ que seleccione la acción en función del estado, con el objetivo de maximizar el refuerzo recibido (más adelante veremos cómo definir un comportamiento óptimo).

En la Figura 2.6 y en la definición de AR, también mencionamos una función de entrada I , que determina cómo percibe el agente el estado del ambiente. Asumiremos, de aquí en adelante que I es la función identidad, es decir que el agente percibe el ambiente en forma exacta (no nos ocuparemos de los casos en los cuales el agente observa el ambiente en forma parcial [Kaelbling 1996, Schmidhuber 1991]).

Modelos de comportamiento óptimo

Tal como señalamos, el objetivo del agente es aprender una política de selección de acciones *óptima*.

Existen varios criterios posibles para describir el comportamiento óptimo en base al refuerzo recibido. En esta tesis mencionaremos especialmente el *refuerzo acumulado con descuento para un horizonte infinito*, cuya formulación es:

$$E\left(\sum_{t=0}^{\infty} \gamma^t r_t\right), 0 \leq \gamma < 1$$

Es decir que este modelo toma en cuenta la esperanza del refuerzo acumulado, para un horizonte infinito, (descontando el refuerzo futuro en forma geométrica según el factor γ).

De acuerdo con las características del problema, podemos interpretar el *factor de descuento* γ de muchas formas. Puede ser visto como una tasa de interés, una forma de penalizar la tardanza en alcanzar un objetivo o simplemente un truco matemático para que la sumatoria sea menor a infinito. Existen otros modelos posibles tales como el de *horizonte finito* y el de *refuerzo promedio* [Kaelbling 1996, Mitchell 1997].

2.4.2 Tipos de problemas

En esta tesis, distinguiremos dos tipos de escenarios para la aplicación del aprendizaje por refuerzo. El caso *Single-Step* se refiere a aquellos problemas en los cuales el agente no influye en el estado del ambiente y sólo interesa el refuerzo inmediato, el caso *Multi-Step* se refiere a aquellos problemas en los cuales el agente modifica su estado y puede recibir refuerzo en forma diferida.

Problemas de tipo Single-Step

En este tipo de problema (el más sencillo), la *acción no influye sobre el estado del ambiente* y sólo nos interesará el *refuerzo inmediato* obtenido por el agente en cada paso. Dicho de otra forma, la información acerca de *la bondad de la decisión tomada es revelada de una sola vez*.

Como ejemplo de este escenario, podemos considerar un problema de clasificación, en el que un "instructor" (que hace las veces de ambiente) quiere "enseñar" al agente a clasificar una serie de situaciones en clases preestablecidas, mostrándole una serie de ejemplos y utilizando el refuerzo para premiar las respuestas acertadas.

El modelado del problema según el marco del aprendizaje por refuerzo sería el siguiente:

- $A = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$, conjunto de clases
- $S = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$, conjunto de ejemplos
- $R(e_i, c_j) = \begin{cases} 1: & \text{si } e_i \in c_j \\ 0: & \text{si } e_i \notin c_j \end{cases}$

Vemos que en este caso la decisión del agente (seleccionando una clase para el ejemplo percibido), no tiene ninguna influencia sobre el estado siguiente (los ejemplos son elegidos en forma arbitraria por el "instructor"), ni sobre el refuerzo futuro.

Problemas de tipo Multi-Step

En el caso más general de aprendizaje por refuerzo, la decisión del agente debe considerar no sólo el refuerzo inmediato sino también el *refuerzo diferido*. En este caso la *bondad de la decisión elegida, no se revela en forma inmediata, sino en los pasos sucesivos*.

Este es el escenario más característico del AR, en el cual se hace más evidente la diferencia con el Aprendizaje Supervisado. En este tipo de problemas, el agente modifica su situación al ejecutar la acción (cambia de estado) condicionando las futuras entradas y su objetivo es aprender la *secuencia de acciones* que lo lleva a alcanzar los objetivos.

Un ejemplo sencillo de este tipo de problemas es el "problema del ratón". Supongamos que un ratón se encuentra parado sobre una grilla de $m \times n$ celdas en la cual se ubica un pedazo de queso. Supongamos además, que lo único que puede hacer el ratón es moverse a rectángulos contiguos al que ocupa y que su objetivo es, encontrar el queso. Este problema puede modelarse definiendo :

- $S = \{(i, j) / 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n\}$, las celdas de la grilla
- $A = \{N, S, E, O\}$, los movimientos que puede realizar
- $T(s, a)$ = celda a la que se desplaza según la dirección elegida.
- $R(s, a) = \begin{cases} 1 & \text{si llega a la celda que tiene el queso} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

Este tipo de problemas plantea algunas cuestiones que no se presentaban en el caso single-step:

- El refuerzo por ejecutar una acción correcta (que acerque el queso al ratón) *no es inmediato* (si el queso se encuentra unos pasos más adelante). En este caso hablamos de *refuerzo diferido* pues el refuerzo por realizar una acción correcta puede recibirse en el futuro.
- No sólo interesa encontrar el queso sino también hacerlo en la menor cantidad de pasos posibles, es decir que nos interesa maximizar el *refuerzo con descuento* (tal como se definió en la sección 2.4.1).
- Exploración: en este caso observamos que el agente, al seleccionar una determinada acción, tiene influencia en la distribución de ejemplos de aprendizaje [Mitchell 1997]. Esto introduce el interrogante acerca de seleccionar la mejor acción conocida (*explotación*) o seleccionar acciones todavía no aplicadas para recoger nueva información (*exploración*).

2.4.3 Algoritmos

Podemos distinguir dos grandes grupos de algoritmos relacionados con el aprendizaje por refuerzo. Por un lado agruparemos una serie de algoritmos inspirados en métodos de *Programación Dinámica* ([Bellman 1957, Howard 1960]) tales como *Q-learning* ([Watkins 1989, Watkins 1992]) y *Temporal Difference Learning* [Sutton 1998b]. Por otro lado mencionaremos los *Sistemas de Clasificadores* (SCs).

Los algoritmos inspirados en métodos de Programación Dinámica, se caracterizan por tener un fuerte marco teórico y se basan en el aprendizaje de *funciones de evaluación* que estiman el refuerzo acumulado por la política óptima para cada estado o para cada par (estado, acción).

Los Sistemas de Clasificadores, por su parte, carecen del marco teórico que caracteriza al grupo anterior y basan su aprendizaje en la evolución de una población de reglas de tipo (si condición $\rightarrow$ acción) mediante la aplicación de algoritmos genéticos y mecanismos de asignación de crédito.

2.5 Q-learning

Dentro del primer grupo de algoritmos de AR (aquellos que se basan de alguna forma en la programación dinámica), nos ocuparemos especialmente de Q-learning. Este algoritmo fue introducido por Watkins en 1989, y unificó varias líneas de investigación que de habían desarrollado hasta ese momento, generando un gran avance e interés en el aprendizaje por refuerzo. [Sutton 1998a].

En las secciones siguientes explicaremos la notación y terminología relacionada con el algoritmo y detallaremos su funcionamiento.

Notación y terminología

Antes de explicar el funcionamiento del algoritmo haremos una serie de definiciones previas.

Dada una determinada política $\Pi: S \rightarrow A$, definimos la *función de valor acumulado* $V^\Pi: S \rightarrow \mathbb{R}$, como el refuerzo acumulado obtenido aplicando la política Π a partir de un estado determinado.

$$V^\Pi(s_t) = r_t + \gamma V^\Pi(s_{t+1}) + \gamma^2 r_{t+2} + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} \gamma^i r_{t+i}$$

Lo que se busca, entonces, es encontrar una política Π que maximice $V^\Pi(s)$ para todos los estados. Llamaremos Π^* a la *política óptima*:

$$\Pi^* = \operatorname{argmax}_{\Pi} V^\Pi(s) \quad (\forall s)$$

y simplificando la notación notaremos V^* a la función de valor acumulado asociada V^{Π^*} .

El aprendizaje de la política óptima Π^* no se puede realizar con las técnicas utilizadas habitualmente en el aprendizaje supervisado, pues en este caso no se dispone de ejemplos de la forma (s, a) a partir de los cuales deducir la función.

Un camino posible es aprender la función V^* , y para luego obtener Π^*

$$\Pi^*(s,a) = \operatorname{argmax}_a [R(s,a) + \gamma V^*(T(s,a))]$$

donde, $T(s, a)$ es el estado resultante de aplicar la acción a en el estado s y $R(s, a)$ es el refuerzo recibido al aplicar la acción a en el estado s .

Es decir, en cada estado se determina la acción óptima según el refuerzo inmediato y el refuerzo con descuento que se recibiría en el estado siguiente.

Desafortunadamente, la ecuación anterior supone un conocimiento de la función T y de la función R que pueden ser desconocidas por el agente.

Definimos entonces una nueva función $Q : S \times A \rightarrow \mathbb{R}$.

$$Q(s,a) = R(s,a) + \gamma V^*(T(s,a))$$

Nótese que $Q(s,a)$ es exactamente el valor que se maximizaba en la ecuación anterior, por lo tanto se puede reescribir esa ecuación como:

$$\Pi^*(s,a) = \operatorname{argmax}_a Q(s,a)$$

de esta forma si el agente puede aprender la función Q , podrá entonces obtener la política óptima Π^* .

Algoritmo

El algoritmo aprenderá una representación Q' (en forma de tabla) de la función Q , a partir de la cual se puede obtener la política óptima.

1	Inicializar cada entrada $Q'(s, a)$ con 0
2	Observar el estado inicial s
3	Repetir hasta cumplir con el criterio de parada
4	Seleccionar una acción a y ejecutarla
5	Recibir el refuerzo r
6	Observar el nuevo estado s'
7	Actualizar $Q'(s, a)$:
	$Q'(s, a) \leftarrow (1 - \alpha_n) Q'(s, a) + \alpha_n (r + \gamma + \max_{a'} Q'(s', a'))$
	$Q'(s', a')$
8	$s \leftarrow s'$

Paso 3: En cuanto al criterio de parada, puede demostrarse que, si el refuerzo está acotado y si cada par (s, a) de la tabla es *visitado un número infinito de veces*, el algoritmo convergerá obteniendo una representación exacta de la función Q ([Mitchell 1997]). Dependiendo del problema existen diferentes métodos para detectar la convergencia y detener el algoritmo [Kaelbling 1996].

Paso 4 : En determinados problemas el criterio para seleccionar la acción es una cuestión importante, pues se plantea la disyuntiva entre elegir la mejor acción conocida hasta el momento (*explotación*) para obtener un beneficio mayor o bien elegir variantes que no hayan sido lo suficientemente probadas (*exploración*).

En [Thrun 1992] se analiza esta cuestión y se revisan diferentes políticas de exploración/ explotación.

Paso 7 : el valor α_n se utiliza para que las actualizaciones sean cada vez menos significativas asegurando la convergencia para el caso no determinístico ([Mitchell 1997]). Pueden seleccionarse diferentes valores para α_n que aseguren la convergencia por ejemplo $\alpha_n = (1 / \text{visitas}_n(s,a))$, donde $\text{visitas}_n(s,a)$ es la cantidad de veces que el par (s, a) de la tabla fue visitado en la n -ésima iteración.

Generalización

Hasta el momento hemos asumido que es posible enumerar el conjunto de estados y acciones y almacenar la tabla Q sin problemas.

En algunos problemas el conjunto de estados o el de acciones no es discreto o bien posee una gran cantidad de elementos. En estos casos la aplicación de Q-learning, tal como fue descrito, implicaría la necesidad de una gran cantidad de memoria y la imposibilidad de contar con un algoritmo escalable. Este inconveniente se puede resolver utilizando *técnicas de generalización* que permitan representaciones más compactas de la tabla Q.

Numerosas técnicas que se aplican habitualmente en el aprendizaje inductivo, pueden extenderse o adaptarse para su aplicación en el AR. Entre estas aplicaciones podemos mencionar la utilización de redes neuronales [Lin 1992, Tesauro 1994] y CMAC [Watkins 1989].

Si bien alguno métodos de generalización obtuvieron buenos resultados para ciertos tipos de problemas, también es cierto que esos mismos métodos pueden fallar cuando se aplican en otros casos. En [Thrun 1993] se analizan las posibles causas de este tipo de fallas y se presentan ejemplos de problemas para los cuales los métodos de generalización dificultan la convergencia de Q-learning. Según este trabajo, la causa de estas dificultades se encuentra en la utilización del operador *max* (aplicado al conjunto de acciones posibles) que podría producir un fenómeno de *sobreestimación* si los valores de las aproximaciones para las diferentes acciones están muy próximos.

2.6 Sistemas de Clasificadores

Los Sistemas de Clasificadores (SCs) son sistemas de producción que generan poblaciones de reglas (denominadas clasificadores) que cooperan entre sí para cumplir una determinada tarea en forma automática. Operan típicamente en ambientes que comparten determinadas características, algunas de las cuales se presentan en el problema planteado en esta tesis, como por ejemplo: objetivos implícitos o definidos en forma inexacta, y grandes cantidades de datos irrelevantes o ruidosos.

Los SCs fueron inspirados en base las propuestas de Holland [Holland 1975]. Utilizan AGs como un operador de descubrimiento para generar clasificadores, en contraste con los sistemas expertos tradicionales donde las reglas son creadas artesanalmente por el conocimiento de los expertos. Cada clasificador es una regla *SI-ENTONCES* con una parte de condición y otra de acción, y tiene asociado un peso representado por un valor numérico [Cordón 2001].

2.6.1 Marco general

A grandes rasgos distinguimos dos componentes principales dentro de un SCs [Herrera 1997]:

- un *sistema de rendimiento*, cuya conducta se modifica a lo largo del tiempo a través de un proceso de aprendizaje;
- un *sistema de aprendizaje*, responsable de observar el sistema de rendimiento a lo largo del tiempo y efectuar los cambios oportunos en su conducta.

Normalmente, el sistema de rendimiento se considera como un *sistema de producción* formado por un conjunto no ordenado de reglas, que representa la población de individuos que será explorado y explotado por el componente de aprendizaje basado en AGs.

Históricamente, hay dos modos de usar los sistemas de producción para representar al conjunto de la población:

- *La aproximación Pittsburg* [Smith 1980], donde cada miembro de la población representa un conjunto de reglas de producción, y por lo tanto, una población es un conjunto de conjuntos de reglas. En este caso, cada individuo (que representa un conjunto de reglas) tiene asignado una aptitud calculada en base a una medida de rendimiento, que es utilizado por el AG para navegar por el espacio de posibles conjuntos de reglas.
- *La aproximación Michigan* [Holland 1978], donde cada miembro de la población representa una regla de producción individual y, por lo tanto, la población es un conjunto de reglas. En este caso cada individuo (representando una regla) tiene asignado una aptitud calculada en base a un algoritmo de *asignación de crédito* (que estima la contribución de la regla al comportamiento general del sistema).

Cada uno de estos enfoques presenta ventajas y desventajas.

La *aproximación Pittsburgh* ofrece las ventajas de facilitar la asignación del crédito y la resolución de conflictos. Sus inconvenientes son la redundancia, el aumento del tiempo de proceso y de los requerimientos de memoria.

La *aproximación Michigan*, por su parte, requiere menor tiempo de procesamiento y memoria pero debe considerar mecanismos para mantener un juego de reglas diverso y cooperativo dentro de la población, ocuparse de la asignación de créditos (decidir en cuánto contribuye una regla en la actuación de la población), y resolver conflictos (decidir qué regla recibe mayor prioridad, en caso de que haya más de una que pueda aplicarse).

En general, se acepta que la aproximación Pittsburgh es más útil en entornos de trabajo off-line en los cuales los cambios radicales de conducta son permisibles, mientras que el enfoque Michigan es más útil en entornos de trabajo en línea y en tiempo real en los cuales los cambios radicales de conducta no pueden ser tolerados [De Jong 1988]. En este sentido, a lo largo de esta tesis, nos centraremos en el enfoque *Michigan*, pues estamos interesados en técnicas de aprendizaje que puedan llegar a aplicarse en línea.

2.6.2 Componentes de un SCs

Si bien existe una gran variedad en lo que respecta a los detalles funcionales y estructurales de este modelo, básicamente su estructura es la siguiente (véase la Figura 2.7) [Herrera 1997, Cordon 2001]:

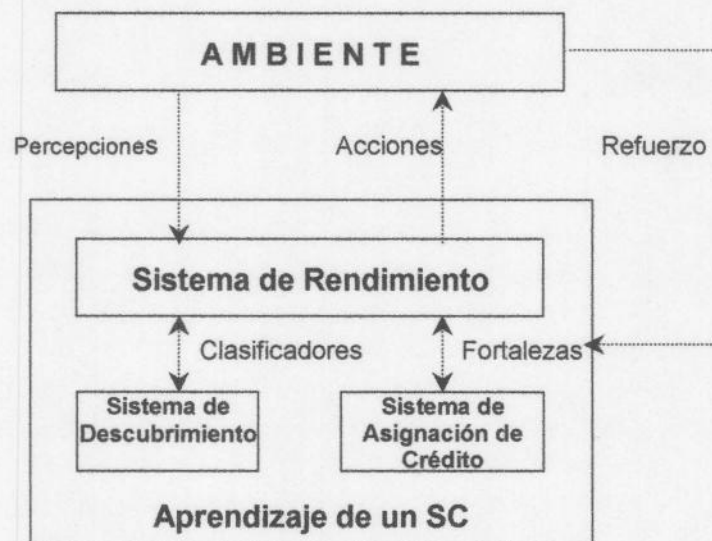


Figura 2.7 Sistema de Clasificadores

- Un *Sistema de Rendimiento* encargado de interactuar con el ambiente y procesar mensajes.
- Un *Sistema de Aprendizaje* (encargado de modificar el Sistema de Rendimiento) que a su vez se compone de:
 - El *sistema de asignación de Crédito* (SAC) encargado de modificar las fortalezas y otros parámetros de los clasificadores.
 - El *sistema de descubrimiento* (SD) encargado descubrir nuevos clasificadores mediante la aplicación del AG.

Veamos en detalle cada uno de estos componentes.

- **El Sistema de Rendimiento (SR).** Es la parte encargada de interactuar con el entorno y está compuesto por seis elementos básicos:
 - *Una interface de entrada.* Está formada por detectores (al menos uno) que se encargan de captar el estado actual del entorno y codificarlo en mensajes estándar (mensajes de entrada). Normalmente, todos los mensajes tienen la misma longitud y se representan mediante cadenas binarias de longitud fija.
 - *Una interface de salida.* Está formada por efectores (al menos uno) que se encargan de convertir los mensajes de acción o salida en acciones que actúan modificando el estado del entorno.
 - *Un conjunto de clasificadores.* Es un conjunto de clasificadores o reglas que representa el conocimiento que posee el sistema de aprendizaje. Cada clasificador se representa como una cadena formada por símbolos del alfabeto {0, 1, #} con el formato condición/acción de modo que la parte condición especifica los mensajes que satisfacen o activan al clasificador (mensajes externos) y la parte acción especifica los mensajes (mensajes internos) que son enviados cuando el clasificador es satisfecho. Normalmente, en cada ciclo de acción del SC, se produce el disparo en paralelo de un número indeterminado de clasificadores.
 - *Un sistema de emparejamiento de patrones.* Es el encargado de emparejar los mensajes con las condiciones de los clasificadores e identificar qué clasificadores se satisfacen o cubren.
 - *Una lista de mensajes.* Contiene todos los mensajes que existen en cada momento circulando en el SC, tanto los generados en la interface de entrada como los generados por los clasificadores que se disparan.
 - *Un resolutor de conflictos.* Es el encargado de resolver los conflictos que pueden surgir entre los clasificadores en un ciclo de funcionamiento del SC.

Se pueden presentar dos situaciones conflictivas:

- Cuando el número de clasificadores satisfechos es mayor que el número que puede albergar la lista de mensajes.
- Cuando las acciones propuestas por los clasificadores a los efectores, a través de los mensajes de acción, son inconsistentes, por ejemplo si sugieren 'comprar' y a la vez 'vender'.

En ambos casos, el sistema RC decide qué clasificadores considera tomando como base alguna medida de utilidad asociada a los mismos, como por ejemplo, la fortaleza, la adecuación a la situación o la utilidad pasada. Estableciendo una analogía económica, el sistema RC funciona como un mercado de oferta y demanda, en el cual los clasificadores que emparejan con los mensajes de entrada ofertan una parte de sus medidas de utilidad y los conflictos son resueltos utilizando una distribución de probabilidad sobre esas ofertas. De este modo, los clasificadores que ofertan una mayor porción de su fortaleza tienen más probabilidades de activarse y colocar sus mensajes de salida en la lista, aunque también ven decrementada su fortaleza en un valor equivalente al ofertado. Finalmente, cuando se recibe un refuerzo del ambiente este se distribuye (también en función de la oferta) entre los clasificadores mediante algún mecanismo de AC que analizaremos en el punto siguiente. En realidad las actividades de los sistemas de RC y AC están interrelacionadas y ambos constituyen el *motor de inferencia* de los SCs [Herrera 1997].

• El Sistema de Asignación de Crédito (SAC).

La tarea principal del SAC consiste en utilizar el conjunto de clasificadores, a partir del refuerzo o feedback que produce el ambiente. O sea, debe de alguna forma ajustar los parámetros de los clasificadores (fundamentalmente sus fortalezas) en función del refuerzo recibido [Herrera 1997].

En el enfoque Michigan (que utiliza una población de reglas individuales) es necesario contar con algún mecanismo que distribuya el refuerzo recibido entre los diferentes clasificadores que colaboraron para obtenerlo.

Un método clásico para realizar esta tarea es el algoritmo de "bucket-brigade" [Holland 1985] que detallaremos a continuación:

En cada proceso de competición, cada clasificador C_j (que empareja con los valores de entrada) hace una "oferta" Bid_j

$$Bid_j = b \cdot Str_j \cdot Sped_j$$

donde b es una constante pequeña llamada *factor de riesgo*, Str_j es la fortaleza del clasificador y $Sped_j$ es la especificidad del clasificador C_j (definida como 1

cantidad de 0s y 1s de la parte de la condición dividido por la longitud total de la condición).

De este modo la probabilidad de que un clasificador gane la competición es proporcional a su oferta. El clasificador que resulte ganador reduce su fortaleza según el valor de su oferta.

$$Str_j = Str_j - Bid_j$$

Y esa cantidad Bid_j se reparte en forma uniforme entre sus *predecesores* (aquellos clasificadores que posibilitaron que C_j esté activo).

Cuando se recibe un refuerzo del ambiente, éste se reparte en forma uniforme entre los clasificadores que generaron la acción.

De este modo, el refuerzo recibido se distribuye “hacia atrás” a la secuencia de clasificadores que posibilitaron dicho refuerzo. La idea es que aquellos clasificadores que generen buenos refuerzos inmediatos aumentarán su fortaleza (y el monto de las ofertas realizadas), otorgando a sus predecesores una buena recompensa. Estos predecesores a su vez también verán aumentada su fortaleza y trasladarán ese aumento a sus propios predecesores, y así sucesivamente.

- **El Sistema de Descubrimiento (SD).**

El SD genera nuevos clasificadores individuales a partir de la base global mediante el uso de AGs [Cordón 2001].

Básicamente, su funcionamiento es el siguiente: el AG selecciona los clasificadores de mayor aptitud para formar, a partir de ellos, nuevos clasificadores aplicando operadores genéticos de mutación y cruzamiento. La aptitud del clasificador es directamente proporcional a su fortaleza (asignada por el SAC).

En general, con el fin de mantener el rendimiento del sistema, la población considerada por el AG suele ser una porción del conjunto de clasificadores (los más aptos) y, en caso de ser necesaria la eliminación, los candidatos se seleccionan entre los clasificadores menos aptos.

Por otra parte, el SD entra en funcionamiento cuando el SAC entra en un estado de equilibrio, esto es, un estado en el que cada clasificador refleja realmente su utilidad.

2.6.3 Sistemas de Clasificadores Difusos

En muchos ambientes, donde es necesario tratar variables continuas la representación de los clasificadores constituye una limitación. Ya en la sección 2.2.2 habíamos notado que la granularidad inherente a las cadenas de genes dificulta el procesamiento de valores continuos.

Si bien es posible discretizar el dominio de las variables, para adaptarse a la representación de los clasificadores, en muchos casos esta solución no es satisfactoria. Una forma prometedora y simple de afrontar este problema es utilizar conjuntos difusos para la representación de las variables continuas [Herrera 1997].

En base a esta idea se han propuesto diferentes variantes de *Sistemas de Clasificadores Difusos* (SCDs). Este método de aprendizaje combina la arquitectura general de los SCs con aspectos de los Sistemas Basados en Reglas Difusas (SBRDs) (véase la Figura 2.8).

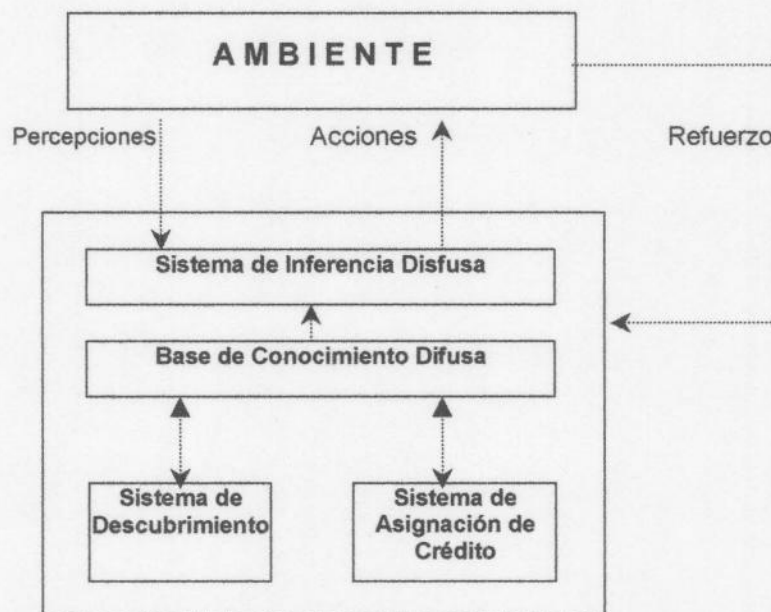


Figura 2.8 Sistema de Clasificadores Difuso

Cómo se ve en la Figura 2.8, un sistema de este tipo mantiene una Base de Conocimiento (BC) Difusa, que incluye al conjunto de clasificadores difusos sobre los que se aplican los sistemas de asignación de crédito y descubrimiento.

Entre las ventajas de este enfoque podemos destacar:

- Representación clara y compacta (es posible manejar variables lingüísticas de fácil interpretación).
- Posibilidad de implementar mapeos complejos entre las diferentes variables.
- Transiciones suaves entre estados cercanos.

La tarea del sistema de aprendizaje es la de obtener una base de conocimiento adecuada a partir del proceso del refuerzo y de la aplicación de AGs. En general podemos distinguir tres enfoques diferentes para aprender la BC:

- *Optimización genética de las funciones de pertenencia a los conjuntos difusos.* Se han propuesto varios métodos para llevar a cabo la definición de la BD difusa empleando AGs. En todos ellos, cada cromosoma manejado en el proceso evolutivo representa una definición diferente del conjunto completo de funciones de pertenencia consideradas en las reglas difusas de la base. Existen dos posibilidades, según la naturaleza del SBRD sea descriptiva o aproximativa: o bien codificar la partición difusa de cada variable lingüística manteniendo el nivel de descripción del sistema, o codificar las funciones de pertenencia empleadas en cada regla difusa, ajustando los parámetros de las mismas de un modo local para cada conjunto difuso, con lo que se obtiene un SBRD aproximativo, aún en el caso en el que el sistema inicial fuese descriptivo [Cordón 1997].
- *Aprendizaje de la BR.* Todos los enfoques existentes en este grupo suponen la existencia de una definición previa de la BD, es decir, de un conjunto de funciones de pertenencia que definen la semántica de los términos lingüísticos existentes. Esta definición puede haber sido obtenida a partir de conocimiento experto o mediante una equipartición difusa de los espacios de entrada y salida. De este modo, la tarea del AG en estos procesos automáticos de diseño es la de generar una base de reglas difusas adecuada para el problema a resolver. Los primeros enfoques que se realizaron se limitaban a codificar la base de reglas en forma de tabla de decisión en el cromosoma, por lo que el proceso evolutivo sólo se llevaba a cabo sobre los consecuentes de las reglas, siguiendo un enfoque Pittsburgh. Posteriormente se desarrollaron otros SBRD evolutivos más refinados. En [Bonarini 1993], Bonarini presenta un proceso evolutivo de diseño basado en una variante del enfoque Michigan para el aprendizaje de la BRL, por lo que no codifica tablas de decisión, sino reglas individuales en cada individuo de la población.

- *Aprendizaje de la BC completa* (BR y BD). Podemos encontrar aproximaciones muy diversas para la definición completa de la base de reglas difusas. Dentro de este gran grupo de trabajos, hay procesos que presentan cromosomas de longitud variable, algunos que hacen uso de una gran cantidad de conocimiento experto con objeto de mejorar el proceso de aprendizaje, mientras que otros fijan el número de reglas a priori [Cordón 1997].

En este trabajo nos centraremos en el segundo enfoque (*aprendizaje de la BR*) pues uno de nuestros objetivos es la *interpretabilidad*, que pueden aportar los SBRD lingüísticos.

El ciclo principal que ejecuta este tipo de sistema es el siguiente:

-
- 1 La interface de entrada recibe los valores de entrada y los fuzzifica generando una serie de mensajes difusos que se agregan a la lista de mensajes.
 - 2 Se recorre la lista de en busca de aquellos clasificadores cuyas condiciones sean satisfechas por los mensajes de la lista.
 - 3 Se borra la lista de mensajes.
 - 4 Los clasificadores seleccionados se disparan generando mensajes de salida que se agregan a la lista.
 - 5 La interfaz de salida identifica los mensajes de salida y los defuzzifica transformándolos en valores de salida.
 - 6 Se recibe el refuerzo y se distribuye entre los clasificadores a través de los mensajes.
-

Paso 1: Los valores de entrada recibidos del ambiente se fuzzifican por medio de una interface de fuzzificación, para obtener una serie de mensajes de entrada (conformados por combinaciones de diferentes términos por cada variable) que emparejan en un cierto grado con la entrada.

Paso 2: Los mensajes de entrada pueden emparejar con diferentes clasificadores que se activarán (si el sistema los selecciona) con un cierto *nivel de actividad* (dependiente del *grado de emparejamiento* asociado a los mensajes con los que emparejan).

Paso 4: Los mensajes de salida generados por los clasificadores seleccionados, tienen asociado un nivel de actividad, que depende de la fortaleza y el nivel de actividad del clasificador que los generó.

Paso 5: Por cada variable de salida se realiza una defuzzificación a partir de el proceso de los mensajes de salida y sus niveles de actividad.

Paso 6: La distribución del refuerzo se puede realizar por medio del algoritmo de "bucket-brigade", considerando el nivel de actividad de los clasificadores involucrados.

2.7 Otras técnicas

Existen otras técnicas de AA que, si bien no serán aplicadas en este trabajo, se utilizan con frecuencia a el aprendizaje de estrategias de inversión. A continuación describiremos brevemente dos de ellas, las *Redes Neuronales* y las técnicas de *Clustering*.

2.7.1 Redes Neuronales

Uno de los enfoques más difundidos, para aplicar el aprendizaje automático al mercado ha sido la utilización de *Redes Neuronales* (RNs).

Los métodos de aprendizaje basados en RNs han sido inspirados, en parte, por la observación de que los sistemas biológicos de aprendizaje (por ejemplo, el cerebro humano) están formados por redes interconectadas de neuronas [Mitchell 1997]. Haciendo una analogía con este tipo de sistemas, las RNs se construyen a partir de la conexión de múltiples unidades sencillas (los *perceptrones*), cada una de las cuales toma una cantidad de valores de entrada y produce un valor de salida.

Cada perceptron, calcula el valor de salida en base a una combinación lineal de los valores de entrada (la sumatoria de cada valor multiplicada por un *peso*), y estos valores de salida a su vez pueden servir de entrada para otros perceptrones conectados. La posibilidad de interconectar perceptrones construyendo estructuras más complejas (redes de varias capas), hace que las redes neuronales tengan un gran poder expresivo, pudiendo representar funciones lineales y no lineales, en base al ajuste de los pesos de cada perceptron.

Un escenario bastante común para el aprendizaje de RNs, es la aproximación de una función, en forma supervisada, en base a pares (entrada, salida). En ese caso se buscará determinar cuáles son los valores de los pesos de los perceptrones que generan el menor error entre la salida de la red y el valor objetivo del ejemplo.

Uno de los algoritmos más utilizados en este tipo de aprendizaje es el de *backpropagation* : mediante este método se busca (mediante la utilización de la técnica de gradiente descendente) minimizar el error cuadrático medio (para todo el conjunto de ejemplos) entre la salida de la red y el valor objetivo [Mitchell 1997].

Las RNs han demostrado ser un método robusto para aproximar funciones continuas, discretas o vectoriales y han tenido éxito en gran variedad de problemas reales tales como el reconocimiento de escritura manual y el reconocimiento de voz.

En general, podemos decir que los problemas más adecuados para la utilización de RNs comparten las siguientes características [Mitchell 1997]:

- Los ejemplos de entrenamiento pueden contener errores (las RNs son robustas con respecto al ruido).
- Es aceptable un período de entrenamiento prolongado (en general requieren más tiempo de entrenamiento que otros métodos de AA).

- La interpretabilidad de lo aprendido no es importante (los pesos de los diferentes perceptrones, determinados durante el aprendizaje, no representan un concepto entendible para un ser humano).

2.7.2 Clustering

Clustering es el nombre genérico usado para definir una variedad de procedimientos diseñados con el fin de encontrar agrupamientos naturales o *clusters* en series de datos, en base a la similitud entre los datos [Jain 1998, Jain 2000].

Los algoritmos de clustering ocupan un lugar importante en áreas tan diversas como la biomedicina, la biología, ingeniería, física y el reconocimiento de voz. En cuanto al análisis de datos financieros, resulta una herramienta clave para extraer patrones y descubrir dependencias a partir de series de datos que contienen un nivel importante de ruido [Focardi 2001].

Podemos decir que los algoritmos de clustering constituyen un ejemplo de aprendizaje no supervisado: en vez de aprender a partir de ejemplos o pares de entrada-salida estos algoritmos trabajan sin la existencia de un concepto previo.

Su objetivo es *crear grupos de objetos cuyos elementos estén próximos entre sí y que a su vez se encuentren alejados de otros grupos*. La noción de proximidad o alejamiento dependerá de la medida de *similitud* que se utilice para comparar los objetos. Existen diferentes algoritmos para realizar clustering, la mayoría de ellos se basa en una de las siguientes técnicas:

- *Clustering por Particiones o Prototipos*. Intenta obtener la partición que minimice la dispersión dentro de un cluster o maximice la dispersión entre clusters.
- *Clustering Jerárquico*. Organiza datos en una secuencia anidada de clusters que luego puede ser mostrada en forma de árbol. Para producir la estructura jerárquica, existen básicamente dos métodos:
 - El primero y más comúnmente utilizado, comienza con clusters de un solo dato cada uno. Luego los combina iterativamente hasta llegar a tener un único cluster del que forman parte todos los datos del conjunto.
 - El segundo método comienza con un único cluster que incluye a todos los datos. Luego divide los clusters iterativamente hasta obtener tantos clusters como datos haya en el conjunto.

Dentro de las aplicaciones de estos algoritmos al sector económico y financiero sobresale el clustering de *series de tiempo*. Es decir, la búsqueda de grupos o patrones de series de tiempo de datos financieros (precios de acciones, volúmenes, variables macroeconómicas, etc.).

En general el tratamiento de este problema plantea algunos inconvenientes en cuanto a la definición de similitud entre las series.

Supongamos, por ejemplo, que tenemos dos series de precios de diferentes acciones, una correspondiente a una tendencia alcista suave y otra correspondiente a una suba más abrupta. Si bien las “formas” de ambas series son similares, es difícil definir esta similitud en términos numéricos, de modo que pueda ser utilizada por los algoritmos de clustering. En general, las medidas clásicas de distancia entre los puntos de las diferentes series (por ejemplo la distancia euclídeana), se ven afectadas por la escala o los valores de origen de las series que se comparan y requieren que los puntos de las series estén definidos para las mismas coordenadas temporales.

Esto dificulta el agrupamiento de las series en base a “formas” o conceptos [Forcadi 2001] y requiere el diseño de técnicas más sofisticadas.

La técnica de “time-warping”, por ejemplo, desarrollada para su aplicación al reconocimiento de voz, permite agrupar series de forma similar aunque registren diferentes velocidades. Otra variante consiste en aplicar transformaciones a las series con el fin de reducir la dimensión de las mismas. Algunos ejemplos de este enfoque son la utilización de *Transformaciones de Fourier* [Agrawal 1993], la aplicación de *wavelets* sugerida en [Hutala 1999] o el reemplazo de partes de la serie por regresiones lineales [Keog 2000].

2.8 Aplicaciones del Aprendizaje Automático en el mercado de capitales

Como es lógico suponer, existe un gran interés en encontrar métodos efectivos para extraer beneficios de los mercados de capitales.

Por sólo mencionar un par de ejemplos, el Departamento de Defensa de Estados Unidos ha invertido \$400 millones en proyectos de investigación relacionados con el área y Japón desarrolla un proyecto de aproximadamente diez años con un costo de \$250 millones [Yao 1999].

Este interés, se verifica en la existencia de infinidad de métodos, técnicas y proyectos que se han desarrollado hasta el momento. En [Gilbert 1995], se presenta un análisis crítico respecto de las técnicas de inteligencia artificial que han ido incorporándose como herramientas en la industria financiera, desde simulaciones con agentes hasta RN pasando por sistemas expertos.

En esta sección haremos un breve resumen sobre los métodos más utilizados y sus aplicaciones, y analizaremos luego sus ventajas y desventajas.

2.8.1 Técnicas de Aprendizaje Automático aplicadas al mercado

Redes Neuronales

A causa de su robustez y flexibilidad, las RNs han sido muy utilizadas para predecir el comportamiento del mercado, en algunos casos con buenos resultados.

Ejemplos de este tipo de aplicaciones son la predicción del precio de índices [Freisleben 1992], clasificación de bonos [Dutta 1990], reconocimiento de patrones en series de tiempo [Tanigawa 1992], estimación de precios para opciones [Li 1994] y la generación de señales de compra y venta [Chapman 1994, Margarita 1992].

Clustering

Dentro del área económico-financiera podemos identificar diferentes aplicaciones de las técnicas de clustering [Focardi 2001]:

- *Identificación de áreas o sectores con el fin de establecer políticas de inversión diferenciadas.* Un ejemplo de esta aplicación es la definición de regiones económicas en base a la caracterización de los estados o provincias a partir de una serie de variables económicas [Crone 1999].
- *Identificación de similitudes estructurales en procesos económicos para realizar predicciones.* Por ejemplo, es posible detectar patrones en las series de precios de las acciones para luego establecer relaciones entre los diferentes patrones (por ejemplo a un patrón de tipo "doble-techo" sigue una "tendencia descendente") [Chen 1998a, Chen 1998b]. A su vez estos resultados pueden ser utilizados por otros métodos de AA (por ejemplo en los SBRDs para determinar particiones difusas para las series de tiempo) [Deboeck 1994].

- *Identificación de dependencias estables entre variables con el fin de realizar administración de riesgos.* Es posible identificar sectores cuya evolución económica evoluciona en forma similar con respecto a determinados eventos. Esto puede servir para diseñar esquemas que minimicen el riesgo diversificando la inversión en sectores diferenciados.

Lógica Difusa

La LD ha sido aplicada exitosamente en muchas áreas donde los modelos convencionales son dificultosos o costosos de implementar. Los sistemas desarrollados bajo la LD permiten incluir reglas de operación provistas por los operadores y son capaces de presentar una explicación interpretable de las recomendaciones hechas.

En [Deboeck 1994] se describen diferentes sistemas para predecir tendencias del mercado, que utilizan el razonamiento difuso en combinación con otras técnicas como clustering y redes neuronales.

Algoritmos Genéticos

Los AGs se utilizan extensamente en el aprendizaje de Els, ya sea como método de búsqueda de reglas de inversión que generen ganancias [Frick 1996, Mahfoud 1996, Wong 1994, Deboeck 1994] o bien en la optimización de parámetros de sistemas más complejos [Deboeck 1994].

Aprendizaje por refuerzo

Entre las aplicaciones del AR al mercado de capitales podemos destacar las *simulaciones del mercado* (en las cuales los inversores son representados mediante agentes que aprenden a partir del refuerzo recibido por sus decisiones) y el *aprendizaje a partir de datos reales* (en el cual se busca aprender estrategias de inversión a partir de la interacción con datos correspondientes a mercados existentes).

Las simulaciones son útiles para analizar la interacción entre diferentes inversores y encontrar modelos de comportamiento del mercado que expliquen los fenómenos reales. En [Tesauro 1999] se utiliza un ambiente de múltiples agentes basados en Q-learning y redes neuronales para determinar políticas de selección de precios, en [Schulenburg 2000] se simula un mercado, a partir de múltiples inversores representados por medio de Sistemas de Clasificadores.

Por otra parte, en [Schulenburg 2001] se aplican SCs a partir de datos reales, enfrentando al agente a series de tiempo correspondientes a variables de mercados existentes y buscando aprender políticas de inversión a partir de esa experiencia.

2.8.2 Evaluación de las diferentes técnicas

Algunas técnicas mencionadas en la sección anterior, si bien ofrecen en muchos casos un aporte valioso, presentan algunas falencias con respecto a los objetivos planteados en esta tesis. Algunas de los problemas a destacar son:

- *Falta de interpretabilidad y capacidad explicativa.* Las RNs, por ejemplo, son implementaciones de tipo "caja negra" donde el sistema aprende a partir de ejemplos la relación que existe entre las entradas y la salida, sin ofrecer un conocimiento interpretable. Esta característica no permite obtener, acerca de las recomendaciones que genera, una explicación razonable que pueda satisfacer a un experto.
- *Dificultad para incluir conocimiento estructurado.* Si bien en muchos casos es posible contar con conocimiento obtenido de los expertos para facilitar y mejorar el aprendizaje, cuando se utilizan RNs no se puede aprovechar este conocimiento.
- *Dificultad para adaptarse a la naturaleza dinámica del mercado.* Muchas de las aplicaciones propuestas se basan en un aprendizaje por lotes, y dificultan la adaptación del modelo obtenido ante la aparición de nueva información. Este enfoque puede ser aplicable a sistemas estáticos cuyas leyes de comportamiento no varían con el tiempo [Schulenburg 2001], pero éste no es el caso del mercado, para el cual es preferible utilizar técnicas de aprendizaje incremental que permitan modificar los modelos obtenidos a medida que se incorpora nueva información.
- *Dificultad para automatizar la toma de decisiones.* Si bien algunas técnicas aprenden conceptos valiosos (clusters de series de tiempo, reglas de inversión exitosas), es difícil convertir este tipo de conocimiento en una estrategia de inversión coherente, que pueda decidir en cualquier situación cuál es la acción más conveniente. Las reglas de inversión, si se obtienen en forma aislada, pueden superponerse o contradecirse en determinadas situaciones o bien no cubrir todas las situaciones. En ese caso correspondería a un experto o a algún algoritmo, tomar la decisión adecuada. Esta dificultad no sólo afecta la automatización sino que no permite evaluar, en forma aislada, la utilidad financiera de los conceptos aprendidos.

A partir de a estas observaciones, basaremos el aprendizaje de Els en la utilización de *Sistemas de Clasificadores* (SCs), pues proporcionan una herramienta que combina una forma de *representación del conocimiento interpretable* en base a conjuntos de reglas, la posibilidad de aprender esa representación en forma *incremental*, mediante mecanismos de asignación de crédito propios del AR, la utilización de *AGs para la obtención del conjunto de reglas más adecuado* y la posibilidad de extender la representación mediante la *lógica difusa* (SCDs), permitiendo un *mejor tratamiento de información imprecisa o ambigua*.

2.9 Observaciones finales

En este capítulo hemos estudiado varias técnicas computacionales utilizadas para tareas de aprendizaje. Por un lado se han descrito una serie de técnicas y conceptos que serán aplicados de aquí en adelante para resolver el aprendizaje de Els según los objetivos propuestos (Algoritmos Genéticos, Sistemas Basados en Reglas Difusas, Aprendizaje por Refuerzo, Sistemas de Clasificadores).

Por otro lado, se han presentado varios ejemplos en los que se han aplicado técnicas de AA para el tratamiento de problemas del área financiera.

Si bien estas aplicaciones han demostrado un relativo éxito, también es cierto que en muchos casos, no cubren algunos requerimientos importantes (interpretabilidad, incorporación de conocimiento estructurado, aprendizaje incremental). En ese sentido, algunas de las técnicas detalladas pueden realizar aportes valiosos al aprendizaje de Els.

El Aprendizaje por Refuerzo, provee un modelo para el aprendizaje de políticas de inversión completas, en forma no supervisada e incremental a partir de información parcial. En ese marco, los Sistemas de Clasificadores pueden aportar, además, la obtención de reglas interpretables y generales para expresar las estrategias. La extensión de estos sistemas mediante lógica difusa (Sistemas de Clasificadores Difusos, Sistemas Basados en Reglas Difusas) puede permitir además un mejor tratamiento de variables continuas y de la información imprecisa o ambigua.

3 XCS: Un Sistema de Clasificadores adecuado para el aprendizaje de Estrategias de Inversión

Como ya hemos visto en la sección 2.6, un Sistema de Clasificadores (SCs) es un Sistema de Aprendizaje que busca maximizar el refuerzo obtenido del ambiente, en base a la evolución de una población de reglas mediante Algoritmos Genéticos (AGs).

La idea fue originalmente desarrollada por John Holland [Holland 1975] y especificaba un marco de trabajo que incluía la generalización de las condiciones de los clasificadores y la distribución del refuerzo mediante un algoritmo de "bucket brigade".

Tal como explicamos en el capítulo anterior, los SCs resultan una alternativa adecuada para el aprendizaje de Els, pues permiten la obtención de un conjunto de reglas interpretables a partir de un aprendizaje incremental, basándose sólo en los refuerzos recibidos. A partir de la formulación inicial de Holland, se han desarrollado diferentes variantes de SCs adaptándolos para distintos tipos de problemas.

En este capítulo nos dedicaremos a analizar en forma particular al algoritmo XCS (eXtended Classifier System), un tipo de SCs que consideramos adecuado para el aprendizaje de Els. Este algoritmo fue propuesto por Stewart Wilson [Wilson 1995] y surge a partir de la evolución de ZCS (Zero-th order Classifier System) [Wilson 1994], una propuesta anterior del mismo autor que simplificaba algunos aspectos de los SCs tradicionales.

XCS preserva la estructura de los SCs definida por Holland, a la vez que introduce una serie de modificaciones importantes, tales como el cálculo de la *aptitud en base a la precisión*, la *aplicación del AG sobre nichos* y la *distribución del refuerzo* con un esquema similar al de Q-learning).

Estas características, como veremos más adelante, lo vuelven atractivo para el aprendizaje de Els, pues además de proveer una forma de *conocimiento interpretable* (los clasificadores), nos permiten *obtener políticas de decisión que abarquen todo el espacio del problema* y ofrecen un *mecanismo de generalización* poderoso, que es útil para obtener conjuntos de reglas compactos y para evitar el sobreaprendizaje característico de los problemas con información ruidosa.

A lo largo de este capítulo analizaremos en detalle este algoritmo, comparándolo tanto con los sistemas clasificadores tradicionales (de los cuales hereda su estructura general), como con Q-Learning, con el que está fuertemente relacionado.

Analizaremos además, los fundamentos teóricos en los que se basan las mejoras introducidas por XCS y justificaremos la elección del algoritmo para el aprendizaje de Els

En la sección 3.1 detallamos las principales diferencias con respecto a los SCs tradicionales, analizamos la estructura y parámetros de los clasificadores y explicamos algunos conceptos relacionados con la *generalización* (uno de los objetivos principales de XCS).

En la sección 3.2 explicamos en detalle el funcionamiento del algoritmo tanto desde el punto de vista de sus componentes como desde el punto de vista algorítmico.

En la sección 3.3 exponemos una serie de extensiones que se han realizado a la estructura básica de XCS, con el fin de adaptarlo a diferentes tipos de problemas y resumimos la notación y parámetros utilizados hasta el momento.

En la sección 3.4 se explica la relación de XCS con Q-learning y se muestra la equivalencia (para determinados casos) de ambos algoritmos

En la sección 3.5 y, teniendo en cuenta lo visto en secciones anteriores, se exponen una serie de ventajas para la aplicación de XCS al Aprendizaje de Els.

Finalmente, en la sección 3.6 mostraremos un resumen y las conclusiones de lo visto en este capítulo.

3.1 Marco de trabajo

En esta sección explicaremos algunos conceptos importantes para entender los fundamentos y el funcionamiento de XCS. En principio, nos referiremos a una de las características que distinguen a XCS de los SCs tradicionales: el *cálculo de la aptitud de los clasificadores en base a su precisión*. Luego, detallaremos los parámetros y estructura de los clasificadores, y por último, analizaremos otro aspecto importante de este algoritmo: su *capacidad de generalización*.

3.1.1 Aptitud basada en la precisión

Una de las características distintivas de XCS, es el *cálculo de la aptitud del clasificador en base a su precisión*. A diferencia de los SCs tradicionales (ver sección 2.6) los clasificadores más aptos no son los que reciben un mayor refuerzo, sino *aquellos que predicen con más exactitud el refuerzo recibido*.

El objetivo de este enfoque es el de obtener mapeos completos del espacio del problema, incluyendo en este mapeo las zonas que reciben menor refuerzo.

Esto emparenta al algoritmo con otras técnicas de aprendizaje por refuerzo, como Q-Learning, que obtienen mapeos completos y precisos del ambiente (el refuerzo para todos los pares condición/ acción), diferenciándose de esta forma de los SCs tradicionales, cuyo objetivo es la búsqueda de los clasificadores que reciben el mayor refuerzo. Además de proveer mayor información (se conoce el efecto de aplicar cualquier acción posible), esta característica ayuda al sistema a escapar de mínimos locales [Wilson 1995].

Para ejemplificar la ventaja de basar la aptitud de los clasificadores en su precisión, analizaremos un ejemplo concreto.

Supongamos que nuestro problema consiste en elegir entre una serie de operaciones financieras en función del estado del mercado y que las ganancias observadas en cada caso son:

Estado	Acción	Ganancia
E1	Op1	100
E1	Op2	-100
E2	Op1	100
E2	Op2	-100
E3	Op1	-10
E3	Op2	10
E4	Op1	-10
E4	Op2	10

Figura 3.1 Ganancias asociadas a cada par (estado,acción)

XCS: Un Sistema de Clasificadores adecuado para el aprendizaje de Estrategias de Inversión

La política óptima que el algoritmo debería aprender al interactuar con este ambiente es:

Si Estado = Situación 1 o Estado = Situación 2 $\rightarrow$ aplicar Op1

Si Estado = Situación 3 o Estado = Situación 4 $\rightarrow$ aplicar Op2

Si la aptitud de los clasificadores se basara en el refuerzo recibido, es evidente que los clasificadores (E1,Op1) y (E2,Op1) tendrían un valor de aptitud mucho mayor que el resto (reciben un refuerzo más grande) y en un ambiente más complejo podrían llegar a desplazar otros clasificadores valiosos como (E3,Op2) y (E4,Op2), que si bien proponen la mejor acción posible, reciben refuerzos más bajos. De esta forma, basar la aptitud en el refuerzo recibido puede excluir aquellas regiones del problema donde los refuerzos son bajos.

Mientras que en los SCs tradicionales la *fortaleza* del clasificador cumple un doble rol (se utiliza para seleccionar las mejores acciones, y para el cálculo de la aptitud), en XCS, en cambio, se utilizan tres parámetros diferentes: *predicción*, *error de predicción* y *aptitud*.

La *predicción* es la estimación del refuerzo y se calcula en base a los valores de refuerzo asignados al clasificador; el *error de predicción* mide el error en la estimación de la predicción y la *aptitud* es una función inversa del error de predicción (o dicho de otro modo depende directamente de su precisión).

3.1.2 Clasificadores

XCS mantiene una población de clasificadores que representan su conocimiento acerca del problema. Cada clasificador es una regla de tipo condición-acción-predicción y para representarlo utilizaremos la notación:

$$c: a \rightarrow p$$

que significa: "si en la *condición* c se aplica la *acción* a la *recompensa* será p "

- La *condición* $c \in \{0,1,\#\}^L$, representa los estados en los cuales el clasificador puede ser aplicado (o dicho de otra forma: los estados con los cuales empareja). La condición c empareja con un estado $s \in \{0,1\}^L$ si:

$$c_i = \# \text{ o } c_i = s_i \text{ para } 1 \leq i \leq L$$

El símbolo '#' sirve como "comodín" y se utiliza para generalizar sobre los estados. Por ejemplo la condición "1#1" empareja con los estados "111" y "101".

- La *acción* $a \in \{a_1, \dots, a_n\}$ especifica la acción que propone el clasificador.
- La *predicción* p estima la *recompensa* que se recibirá si se aplica el clasificador.

XCS: Un Sistema de Clasificadores adecuado para el aprendizaje de Estrategias de Inversión

Además se asocian al clasificador una serie de parámetros adicionales:

- El *error de predicción* ε , estima el error de la predicción p .
- La *aptitud* f es el valor de aptitud utilizado por el AG, y como ya anticipamos, depende directamente de la precisión en la predicción (o sea que su valor disminuye a medida que aumenta el error).
- La *experiencia* x es un contador de la cantidad de veces que el clasificador se aplicó.
- El *tamaño del Action-Set* as . El action-set es el conjunto de clasificadores sobre el que se ejecuta el AG y agrupa a los clasificadores que se activan en una determinada situación (aquellos que proponen la acción que ejecuta el sistema).

El valor de este parámetro es el promedio del tamaño de los action-set en los que participó el clasificador y, como veremos más adelante, es utilizado por XCS para asignar aproximadamente la misma cantidad de clasificadores a cada región del ambiente.

- El *timestamp* ts registra el último paso de tiempo en el cual el clasificador participó en de un action-set.
- La *cantidad de clasificadores* nc . XCS, utiliza una estructura de datos denominada *macroclasificador*, que representa un conjunto de clasificadores con igual condición y acción. De este modo, cada vez que se genera un nuevo clasificador, en vez de insertarlo directamente en la población, XCS busca en su *lista de macroclasificadores*, para ver si existe alguno con la misma condición y acción, en cuyo caso aumenta el parámetro nc del macroclasificador existente. En forma análoga se resuelve la eliminación de clasificadores (decrementando la cantidad). A medida que la población evoluciona, el componente de descubrimiento tiende a producir más copias de los clasificadores más aptos. Como consecuencia de esto, se generan macroclasificadores cada vez más numerosos y se reduce la cantidad total de macroclasificadores, disminuyendo el costo computacional. De aquí en adelante y por simplicidad, sólo utilizaremos el término *clasificador* (mencionando su valor de cantidad) para referirnos a esta estructura de datos.

La notación que utilizaremos de aquí en más, para referirnos al valor de un parámetro para un clasificador c será *Parámetro* ^{c} (por ejemplo ε^c se refiere al error del clasificador c). Si además queremos referirnos al valor del parámetro en un instante determinado, utilizaremos la notación *Parámetro* _{t} ^{c} (por ejemplo p_t^c , se refiere a la predicción del clasificador c en el ciclo t del algoritmo).

En cuanto a los términos utilizados, es importante destacar la utilización del término *recompensa* y diferenciarlo del término *refuerzo*. Dado que, en forma análoga a Q-learning, XCS busca maximizar el *refuerzo acumulado con descuento*, la recompensa representa el valor de refuerzo acumulado que se espera al aplicar el clasificador.

3.1.3 Generalización

Uno de los objetivos importantes de XCS es la generalización, esto es, poder representar el comportamiento del ambiente por medio de clasificadores que agrupen situaciones en forma compacta.

Esto permite un mejor manejo de los problemas complejos (la generalización evita representar en forma explícita todos los pares condición / acción) y la obtención de conjuntos de clasificadores menos numerosos y de más fácil interpretación.

El comportamiento del ambiente, se define formalmente a través de un mapeo $M: S \times A \rightarrow P$, que asigna a cada par (estado, acción) un valor de recompensa y puede representarse, a su vez, mediante un conjunto de regularidades categóricas. Una regularidad categórica [Lanzi 2000] es una expresión de la forma $(\{s_1, s_2, \dots, s_n\}, a) \rightarrow p$, ($s_i \in S$, $a \in A$) que nos dice que "si en los estados $\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$, se aplica la acción a , la recompensa recibida será p ". De esta forma, se determina una región $(\{s_1, s_2, \dots, s_n\}, a)$ de pares (estado, acción) que comparten un mismo valor de recompensa.

En XCS, los clasificadores pueden expresar regularidades categóricas, cubriendo regiones del ambiente mediante la utilización de los símbolos '#'. Por ejemplo, el clasificador $1\# : 0 \rightarrow p$, representa la regularidad categórica $(\{10, 11\}, 0) \rightarrow p$.

En principio, uno de los objetivos del algoritmo es la obtención de clasificadores precisos, que "generalicen lo más posible". Más formalmente, decimos que un clasificador c es *más general* que otro c' , si la región cubierta por c' esta incluida en la región cubierta por c .

Con la representación utilizada por XCS, un clasificador c es más general que c' , si ambos proponen la misma acción y además $c_i = \#$ o $c_i = c'_i$ para $1 \leq i \leq L$.

En ese caso también decimos que c' es *más específico* que c (por ejemplo, el clasificador ' $1\#\#0 : a_2$ ' es más general que ' $11\#0 : a_2$ ' y éste último es más específico que el anterior)

Distinguiremos tres tipos de generalizaciones que puede expresar un clasificador con respecto a su ambiente: *sobregeneralización*, *generalización óptima* y *generalización subóptima*.

- Un clasificador *sobregeneraliza* cuando agrupa pares (estado, acción) que reciben diferente refuerzo (es decir que realiza una generalización incorrecta).
- Un clasificador realiza una *generalización óptima* cuando no sobregeneraliza y además no puede ser más general (es decir no puede abarcar más estados sin sobregeneralizar).
- Un clasificador realiza una *generalización subóptima* cuando generaliza correctamente, pero podría ser más general.

XCS: Un Sistema de Clasificadores adecuado para el aprendizaje de Estrategias de Inversión

Supongamos que los refuerzos para cada estado del ambiente son:

Estado	Refuerzo si acción =1
00	200
01	200
10	100
11	100

Figura 3.2 Refuerzos para los diferentes estados del ambiente

Los tipos de generalización observados serán:

Clasificador	Condición	Acción	Refuerzos	Tipo de generalización
A	##	1	200,100,200,100,...	sobregeneralización
B	0#	1	200,200,200,200,...	óptima
C	10	1	200,200,200,200,...	subóptima
D	11	1	200,200,200,200,...	subóptima

Figura 3.3 Tipos de Generalización

XCS tiende a castigar las sobregeneralizaciones asignándoles un valor de aptitud bajo (recordemos que éste se calcula en base a la precisión, que es una función inversa del error de predicción).

Los cálculos de la precisión se pueden ver en la tabla siguiente:

Clasificador	Condición	Acción	p	ε	Precisión
A	##	1	150	50	0
B	0#	1	200	0	1
C	10	1	100	0	1
D	11	1	100	0	1

Figura 3.4 Clasificadores

Además, XCS favorece las generalizaciones óptimas sobre las subóptimas, pues aunque ambas tienen la misma aptitud, las generalizaciones óptimas se aplican en más situaciones y por lo tanto tienen más oportunidades reproductivas (como veremos más adelante, el AG se ejecuta en cada ciclo, sobre los clasificadores que emparejan con los estados observados).

3.2 Descripción del algoritmo

El funcionamiento de XCS (al igual que el de los SCs tradicionales) se basa en el modelo del Aprendizaje por Refuerzo (AR).

Este modelo plantea el aprendizaje por medio de la interacción con un *ambiente*, del cual se reciben percepciones acerca del *estado* actual y *refuerzos* ocasionados por la ejecución de determinadas *acciones*.

Durante la ejecución del algoritmo, el ambiente provee en cada paso de tiempo t , una serie de percepciones $s_t \in \{0,1\}^L$, donde L es la cantidad de bits que se requieren para representar las situaciones mediante cadenas binarias. Como respuesta el sistema ejecuta una acción $a_t \in \{a_1, \dots, a_n\}$ y recibe un valor de refuerzo r_t .

La interacción con el ambiente puede dividirse, a su vez, en una serie de *problemas*.

Por ejemplo en el caso del "ratón y el queso" (ver sección 2.4.2), en el cual se busca que un ratón aprenda a encontrar el queso moviéndose en una grilla; cada problema concluye con el cumplimiento de la meta. De esta forma el aprendizaje se realiza mediante la ejecución sucesiva de una serie de problemas, a partir de las cuales el ratón aprende a encontrar el queso lo más rápidamente posible.

En este sentido, XCS distingue entre dos tipos de problemas: *single-step* y *multi-step* (ver sección 2.4.2).

En el caso *single-step* (por ejemplo un problema de clasificación) cada problema abarca un solo *paso*, mientras que en el caso *multi-step* (por ejemplo el problema del ratón) los problemas pueden abarcar varios *pasos*.

Al igual que para los SCs tradicionales (ver sección 2.6), podemos distinguir tres componentes principales : el *Sistema de Rendimiento*, el *Sistema de Asignación de Crédito* y el *Sistema de Descubrimiento*.

A continuación analizaremos en detalle cada uno de estos componentes.

3.2.1 El Sistema de Rendimiento

El sistema de rendimiento XCS es similar al de los SCs tradicionales, excepto que no existe lista de mensajes ni ningún tipo de memoria interna.

El string de entrada (representando el estado del ambiente) se envía directamente desde la interfaz de entrada al módulo que genera el conjunto de clasificadores asociados y la acción seleccionada por el sistema se envía directamente a la interfaz de salida.

El sistema opera de la siguiente forma (véase la Figura 3.5) :

1. Se obtiene un string de entrada.
2. Se forma el *Match-Set* [M] con los clasificadores de la población [P] que emparejan el string de entrada.
3. Se calcula un vector de predicciones *VP*, que define para cada acción *a*, presente en los clasificadores de [M], la predicción del refuerzo esperado por la aplicación de la acción.

Para cada acción *a*, el valor se calcula como el promedio, ponderado por la aptitud, de las predicciones de los clasificadores de [M] que invocan la acción.

$$VP(a) = \frac{\sum_{c \in [M] | a^c = a} f^c * p^c}{\sum_c f^c}$$

4. Se selecciona una acción *a_t* en base al criterio de exploración / explotación utilizado (mejor predicción, aleatorio, probabilidad basada en la predicción, etc.).
5. Se forma el *Action-Set* [A] con los clasificadores de [M] que invocan la acción *a_t*.
6. Se envía la acción a la interfaz de salida.

XCS: Un Sistema de Clasificadores adecuado para el aprendizaje de Estrategias de Inversión

3. *Actualización de la predicción.* La predicción p de cada clasificador en $[A]$ se actualiza según la fórmula:

Si $x_t < 1/\beta$

$$p_t \leftarrow (1 - 1/x_t) * p_{t-1} + P / x_t$$

si no

$$p_t \leftarrow p_{t-1} + \beta(P - p_{t-1})$$

4. *Actualización de la aptitud.* La actualización de la aptitud se realiza en tres pasos:

4.1 *Cálculo de la precisión.* La precisión k se calcula como :

si $\varepsilon > \varepsilon_0$

$$k = \alpha * (\varepsilon - \varepsilon_0)^{-\eta}$$

si no

$$k = 1.0$$

Como vemos esta función toma valor 1 para $\varepsilon \leq \varepsilon_0$ y es decreciente para $\varepsilon > \varepsilon_0$. Las constantes ε_0 , α y η son parámetros generales de algoritmo que regulan el cálculo de la precisión: ε_0 es la cota que define el *criterio de precisión* (un clasificador se considera preciso cuando su error no supera este valor); α y η , regulan la forma de la función (un valor grande para η hace que la precisión decrezca con más velocidad a medida que aumenta el error)

4.2 *Cálculo de la precisión relativa.* La precisión relativa k' , se calcula como la precisión del clasificador sobre la sumatoria de las precisiones de todos los clasificadores en $[A]$.

$$k' = k / \sum_{[A]} k$$

4.3 *Cálculo de la aptitud.* El valor de aptitud se actualiza según la tasa de aprendizaje:

$$f_t \leftarrow f_{t-1} + \beta(f_{t-1} - k')$$

3.2.3 El Sistema de Descubrimiento

El Sistema de Descubrimiento es el encargado de agregar nuevos clasificadores a la población.

En XCS, existen dos formas de insertar nuevos clasificadores: mediante la aplicación del *Algoritmo Genético* (que genera nuevos clasificadores a partir de los existentes, utilizando operadores genéticos) y mediante el *Cubrimiento* (que crea nuevos clasificadores cuando no existe en la población, ninguno que empareje con una situación observada).

El Algoritmo genético

Una característica importante de XCS es la aplicación del AG sobre un conjunto de clasificadores bien definido. El *nicho* sobre el cual se aplica el AG es el *action-set* [A] y está formado, por aquellos clasificadores de la población, que se activan en un ciclo del algoritmo.

Además la frecuencia con la que se aplica el AG se controla mediante un umbral θ_{AG} : esto significa que el AG se ejecuta, sólo si la experiencia promedio de [A] es menor que $t - \theta_{AG}$. De esta forma se evita el predominio en la población de las situaciones más frecuentes.

La elección de [A] como nicho para la aplicación del AG, se basa en la idea de que la competencia se realice entre clasificadores que cubran un determinado *subespacio de la solución*, de forma tal que se obtengan generalizaciones precisas para diferentes subespacios, cubriendo todo el espacio del problema.

De esta forma, un clasificador predominará en la población si en todos los subespacios que cubre es el más preciso (y por lo tanto el de mejor aptitud) y además cubre más situaciones que sus competidores (tiene más oportunidades reproductivas).

El objetivo final es obtener una partición minimal del espacio, con un número pequeño clasificadores (idealmente uno) cubriendo cada partición.

El AG opera del siguiente modo:

1. Se seleccionan dos clasificadores para reproducción con una probabilidad proporcional a la aptitud y se genera una copia de cada uno de ellos.
2. Se aplican los operadores genéticos sobre los nuevos clasificadores. La operación de cruce ocurre con una probabilidad $prob_c$ y consiste en seleccionar al azar un punto de cruce para las condiciones de ambos clasificadores y generar una nueva condición combinando las porciones respectivas. Los parámetros p , f y ϵ de los nuevos clasificadores se calculan como el promedio de los valores respectivos para los padres.

XCS: Un Sistema de Clasificadores adecuado para el aprendizaje de Estrategias de Inversión

La mutación ocurre con una probabilidad $prob_m$ por cada bit de las condiciones y consiste en cambiar los bits seleccionados de forma tal que emparejen con el estado actual. Por ejemplo, si el estado es '11000' y la condición del clasificador es '11#00', la mutación de los bits 1 y 3 genera la condición '#1000'. Esta metodología garantiza que las condiciones de los clasificadores siempre emparejan con algún estado observado y que por lo tanto no se pueden generar clasificadores inválidos, aún cuando la codificación lo permita.

3. Se eliminan clasificadores de $[P]$, si la inserción de los nuevos clasificadores aumenta el tamaño de la población por encima del límite N . Los clasificadores a eliminar se seleccionan con una probabilidad proporcional al parámetro as (que mantiene una estimación del tamaño de los action-set en los que participó el clasificador). De esta forma se tiende a alojar una cantidad similar de clasificadores a cada action-set.

Un refinamiento de este método consiste en penalizar los clasificadores de baja aptitud, de modo tal que, si la aptitud f de un clasificador es menor a $\delta * \bar{f}$ (donde $\bar{f}$ es la aptitud promedio de la población y δ un umbral predefinido), la probabilidad de eliminación se multiplica por $\bar{f} / \delta$. Por ejemplo, si δ es 0.1 y un clasificador tiene un valor de aptitud menor a $0.1 * \bar{f}$, la probabilidad de eliminación resulta 10 veces mayor para ese clasificador.

Cubrimiento

Otra forma de introducir nuevos clasificadores a la población, es mediante el cubrimiento.

Esto sucede cuando se presenta un estado que no empareja con ningún clasificador de la población (por ejemplo al comienzo de la ejecución del algoritmo, si éste se inicia con una población vacía).

Cuando esto ocurre, se genera para cada acción posible un clasificador de la forma:

$$s : a \rightarrow p_{ini}$$

donde a es una de las acciones posibles, s es el estado observado y p_{ini} es el valor inicial para la predicción. Se utilizan valores análogos para la aptitud (f_{ini}) y el error de predicción (ε_{ini}).

Para cada uno de estos clasificadores se aplica, además, un mecanismo de generalización que reemplaza cada bit por un símbolo '#' con una probabilidad $prob_{\#}$.

XCS: Un Sistema de Clasificadores adecuado para el aprendizaje de Estrategias de Inversión

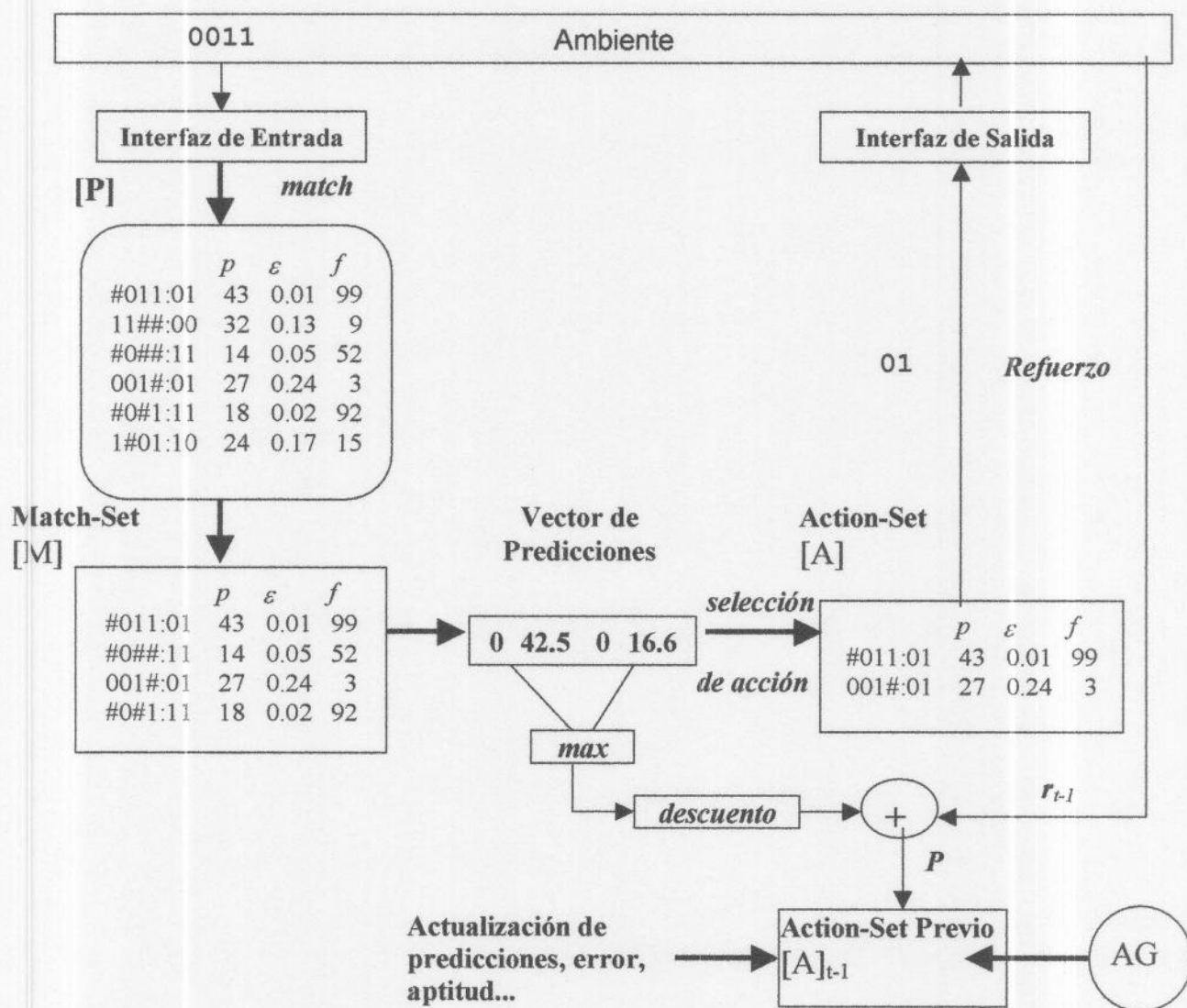


Figura 3.5 Funcionamiento de XCS

3.2.4 Pseudocódigo

Para comprender de qué manera se integran sus diferentes componentes e ilustrar detalles de implementación, analizaremos XCS desde el punto de vista algorítmico, describiendo los bloques funcionales más importantes.

El funcionamiento global de XCS podría resumirse en los siguientes pasos:

-
- 1 Inicializar el ambiente
 - 2 Inicializar el programa de refuerzo
 - 3 Inicializar XCS
 - 4 Ejecutar el Experimento
-

Antes de ejecutar el ciclo principal o *experimento* del algoritmo, se requieren una serie de inicializaciones.

Deben inicializarse los parámetros del ambiente (definición de los estados y su representación, cantidad de acciones, etc.) y los asociados al programa de refuerzo (valores de refuerzo que se asignarán en cada situación, etc.). Además deben inicializarse los parámetros de XCS y definirse una *población inicial* (el método más usual es comenzar con una población inicial vacía).

La ejecución del experimento varía según se trate de un problema de tipo multi-step o single-step.

Experimento multi-step

```
1  $r_{t-1} \leftarrow 0$ 
2  $[A]_{t-1} \leftarrow \emptyset$ 
3 Mientras no se cumpla el criterio de finalización
4    $s_t \leftarrow$  situación actual
5   generar el match-set  $[M]$  para la población  $[P]$  y la situación  $s_t$ 
6   generar el vector de predicciones  $VP$  a partir de  $[M]$ 
7   seleccionar una acción  $a_t$ 
8   generar el action-set  $[A]_t$  a partir de  $[M]$  y  $a_t$ 
9   ejecutar la acción  $a_t$ 
10  obtener el refuerzo  $r_t$ 
11  si  $[A]_{t-1}$  es no vacío
12     $P \leftarrow r_{t-1} + \gamma \max(VP)$ 
13    actualizar  $[A]_{t-1}$  utilizando el valor de  $P$ 
14    ejecutar el AG sobre  $[A]_{t-1}$ , considerando la situación  $s_{t-1}$ 
15  si se llegó al fin del problema
16     $P \leftarrow r_t$ 
17    actualizar  $[A]_t$  utilizando el valor de  $P$ 
18    ejecutar el AG sobre  $[A]_t$ , considerando la situación  $s_t$ 
19     $[A]_{t-1} \leftarrow \emptyset$ 
20  si no
21     $[A]_{t-1} \leftarrow [A]_t$ 
22     $s_{t-1} \leftarrow s_t$ 
```

XCS: Un Sistema de Clasificadores adecuado para el aprendizaje de Estrategias de Inversión

La ejecución de un experimento single-step es un poco más sencilla.

Experimento single-step

```
1 Mientras no se cumpla el criterio de finalización
2    $s_t \leftarrow$  situación actual
3   generar el match-set [M] para la población [P] y la situación  $s_t$ .
4   generar el vector de predicciones VP a partir de [M]
5   seleccionar una acción  $a_t$ 
6   generar el action-set  $[A]_t$  a partir de [M] y  $a_t$ 
7   ejecutar la acción  $a_t$ 
8   obtener el refuerzo  $r_t$ 
9    $P \leftarrow r_t$ 
10  actualizar  $[A]_t$  utilizando el valor de P
11  ejecutar el AG sobre  $[A]_t$ , considerando la situación  $s_t$ 
```

La generación del match-set [M] toma como parámetro el estado s y genera un conjunto [M] de clasificadores que emparejan con s . En caso de que para alguna acción a no existan clasificadores en [P] que emparejen con s y propongan la acción a , se generarán nuevos clasificadores (cubrimiento).

Generación del match-set [M] en base al estado s

```
1  $[M] \leftarrow \emptyset$ 
2 mientras [M] sea vacío
3   para cada clasificador  $cl$  en [P]
4     si  $cl$  empareja con  $s$ 
5       agregar  $cl$  a [M]
6
7   Si existe una acción  $a$  que no se encuentra en ningún clasificador de [M]
8     cubrimiento: generar un clasificador  $cl$  que empareje con
9        $s$  y que proponga la acción  $a$ 
10    agregar  $cl$  a [P] y eliminar clasificadores de [P] si es necesario
11     $[M] \leftarrow \emptyset$ 
```

XCS: Un Sistema de Clasificadores adecuado para el aprendizaje de Estrategias de Inversión

El cubrimiento genera un nuevo clasificador que empareje con el estado s y la acción a .

Cubrimiento para el estado s y la acción a

```
1 crear un nuevo clasificador  $c1$ 
2 asignar a la condición  $c$  de  $c1$  el string  $s$ 
3 asignar a  $c1$  la acción  $a$ 
4 Para cada bit  $i$  de la condición  $c$ 
5     si random  $[0,1) < \text{prob}_\#$ 
6          $c_i \leftarrow \text{'\#'}$ 
7     si no
8          $c_i \leftarrow s_i$ 
9  $p^{c1} \leftarrow p_{ini}$ 
10  $\epsilon^{c1} \leftarrow \epsilon_{ini}$ 
11  $f^{c1} \leftarrow f_{ini}$ 
12  $x^{c1} \leftarrow 0$ 
13  $ts^{c1} \leftarrow \text{contador de tiempo actual } t$ 
14  $as^{c1} \leftarrow 1$ 
15  $nc^{c1} \leftarrow 1$ 
16 retornar  $c1$ 
```

El algoritmo genético se aplica sobre el action-set $[A]$: genera nuevos clasificadores mediante la cruce y mutación y elimina clasificadores, en caso de superarse el tamaño máximo de $[P]$.

Aplicación del Algoritmo Genético sobre $[A]$

```
1  $t \leftarrow \text{contador de tiempo actual}$ 
2 calcular  $\overline{ts}$ : el promedio del parámetro  $ts$  para los clasificadores de  $[A]$ 
3 si  $t - \overline{ts} < \theta_{AG}$ 
4     retornar

5 seleccionar dos clasificadores  $p1$  y  $p2$  en  $[A]$  con probabilidad proporcional
   a la aptitud
6 crear dos nuevos clasificadores  $c1$  y  $c2$  copiando a  $p1$  y  $p2$  respectivamente
7  $nc^{c1} = nc^{c2} \leftarrow 1$ 
8  $x^{c1} = x^{c2} \leftarrow 0$ 
9 si random  $[0,1) < \text{prob}_c$ 
10     cruzar los clasificadores  $c1$  y  $c2$ 
11      $p^{c1} = p^{c2} \leftarrow (p^{p1} + p^{p2})/2$ 
12      $\epsilon^{c1} = \epsilon^{c2} \leftarrow (\epsilon^{p1} + \epsilon^{p2})/2$ 
13      $f^{c1} = f^{c2} \leftarrow (f^{p1} + f^{p2})/2$ 
14  $f^{c1} \leftarrow f^{c1} * 0.1$ 
15  $f^{c2} \leftarrow f^{c2} * 0.1$ 
16 aplicar el operador de mutación sobre  $c1$  y  $c2$ 
17 insertar  $c1$  y  $c2$  en  $[P]$ 
18 eliminar clasificadores de  $[P]$  si es necesario
```

XCS: Un Sistema de Clasificadores adecuado para el aprendizaje de Estrategias de Inversión

Finalmente, la inserción y la eliminación operan teniendo en cuenta el parámetro nc (cantidad de clasificadores).

Inserción de un clasificador c en $[P]$

```
1  por cada clasificador  $c'$  en  $[P]$ 
2      si  $c'$  y  $c$  tienen la misma condición y acción
3          incrementar  $nc^{c'}$ 
4      retornar
5  agregar  $c$  a  $[P]$ 
```

Eliminación de clasificadores de $[P]$

```
1  calcular  $\bar{f}$ : el valor promedio de la aptitud para los clasificadores en  $[P]$ 
2  para cada clasificador  $cl$  en  $[P]$ 
3       $voto_{cl} \leftarrow as^{cl} * nc^{cl}$ 
4      si  $f^{cl} < \bar{f} * \delta$ 
5           $voto_{cl} \leftarrow voto_{cl} * \bar{f} / (f^{cl} / nc^{cl})$ 
6  elegir un clasificador  $cl$  con probabilidad proporcional a  $voto_{cl}$ 
7  si  $nc^{cl} = 1$ 
8      borrar  $cl$  de  $[P]$ 
9  si no
10     decrementar  $nc^{cl}$ 
```

3.3 Extensiones

Hasta aquí hemos descripto la estructura básica del algoritmo, tal como fue planteado inicialmente.

Su aplicación a diferentes tipos de problemas y las dificultades no resueltas por esta propuesta básica, han generado una serie de adaptaciones o extensiones, algunas de las cuales explicaremos a continuación.

3.3.1 Eliminación de clasificadores subsumidos

El mecanismo de *eliminación de clasificadores subsumidos* fue propuesto por Wilson [Wilson 1998] como una forma de orientar la búsqueda genética hacia la obtención de clasificadores precisos cada vez más generales [Kovacs 1996].

Funciona verificando que un nuevo clasificador c' , generado por el AG, no se encuentre *subsumido* en otro clasificador de la población [P]. Es decir, que no exista un clasificador c con la *experiencia suficiente* (x^c mayor que una constante x_{sub}), que sea *totalmente preciso* (precisión = 1.0) y *más general* que c' . En ese caso, en vez de insertar c' en la población, se aumenta el parámetro cantidad de c .

Este mecanismo es efectivo pues refuerza la tendencia a la generalización de XCS, impidiendo la generación de clasificadores subsumidos en otros más generales. Sin embargo existe el peligro de que, en ambientes que modifiquen su comportamiento, la eliminación de subsumidos impida la creación de nuevos clasificadores que representen en forma precisa el nuevo comportamiento [Wilson 1999].

3.3.2 Operador de especificación

La tendencia de XCS hacia la obtención de generalizaciones óptimas (precisas y maximales) no puede garantizarse para cualquier ambiente.

Existen situaciones, sobre todo aquellas en las que se utiliza el refuerzo con descuento, en las que las sobregeneralizaciones no pueden ser eliminadas aún cuando tengan una precisión baja [Wilson 1999].

La eliminación de estos clasificadores imprecisos, depende de la existencia de competidores más precisos en cada Action-Set del que participan. En determinados casos, en los que la cantidad de regularidades categóricas es elevada (no se pueden obtener generalizaciones que abarquen regiones "grandes" del problema), los Action-Set van a ser pequeños y el AG (que opera sobre [A]) puede tardar mucho tiempo en encontrar clasificadores precisos para cada situación. Esto puede resultar en una degradación de la performance del algoritmo a causa de las sobregeneralizaciones.

Para situaciones de este tipo Lanzi [Lanzi 1997] propone un *operador de especificación*.

Este operador funciona chequeando el error promedio $\varepsilon_{[A]}$ de los clasificadores en [A]. Si este valor supera al error promedio $\varepsilon_{[P]}$ de toda la población, en un factor determinado (por ejemplo el doble), entonces se selecciona un clasificador de [A] (con probabilidad proporcional a su precisión) y se lo *especifica* mutando (con una probabilidad $prob_{esp}$) cada uno de sus símbolos '#' en '0' o '1', según corresponda.

La idea es agregar clasificadores más específicos para reducir el error de las regiones donde existen más sobregeneralizaciones. Este mecanismo funciona bien en las situaciones descritas y además, como se aplica localmente (en cada Action-Set) no limita la capacidad de generalización sobre el resto de las regiones [Wilson 1999].

3.3.3 Compactación de la población

Uno de los objetivos de XCS es el de obtener un conjunto lo más pequeño posible de clasificadores que cubran el espacio del problema. Esto se logra, como ya vimos, favoreciendo los clasificadores generales y precisos.

Muchas veces la complejidad del problema, la existencia de pocas generalizaciones, o la lentitud de los clasificadores más aptos para excluir a sus competidores, hacen que la población [P] incluya, además de los clasificadores que representan la "solución" del problema, una gran cantidad de clasificadores irrelevantes, que podrían ser eliminados sin afectar la performance del sistema.

En [Kovacs 1997] se propone un mecanismo de *condensación*, que consiste en ejecutar el AG inhibiendo la cruza y la mutación, una vez que se supone alcanzada la performance óptima del sistema. De esta forma se evita la generación de nuevos clasificadores y se acelera la exclusión de los clasificadores menos aptos. Wilson [Wilson 2001c] propone además, una heurística de *compactación* para extraer un conjunto minimal de clasificadores sin deteriorar la performance del sistema.

El algoritmo de compactación ejecuta los siguientes pasos:

-
- 1 Ordenar los clasificadores de la población $[P]$ en forma descendente según el parámetro nc .
Si c_i es el i -ésimo clasificador se llamará M_n al conjunto de clasificadores $c_i \mid 0 \leq i \leq n$.
 - 2 Definir un conjunto D que contenga todas las situaciones observadas.
Definir un conjunto C (inicialmente vacío) que contendrá la población compactada.
 - 3 Encontrar n^* , el menor $n \mid$ la performance de M_n sea igual a la de $[P]$.
 - 4 mientras M_{n^*} no sea vacío y D no sea vacío
 - 5 Encontrar el clasificador $c \in M_{n^*}$, que haya emparejado más situaciones en D y agregarlo al conjunto C .
 - 6 Eliminar de D las situaciones que emparejaron con c .
 - 7 Eliminar de M_{n^*} al clasificador c .
-

La idea de ordenar según la 'cantidad de clasificadores', se basa en que los clasificadores más numerosos son, en general, aquellos que forman parte de la población óptima.

En el Paso 3, se eliminan los clasificadores menos numerosos, chequeando la performance del sistema después de cada eliminación (si después de eliminar un clasificador, la performance empeora, entonces se detiene el proceso).

En el ciclo comprendido entre los pasos 4 y 7, se trata de ir "recortando" regiones del espacio del problema a medida que se detectan "buenos" clasificadores que las cubren.

3.3.4 Adaptación para refuerzos no determinísticos

Originalmente XCS, no está preparado para problemas en los cuales el refuerzo no depende en forma determinística del estado y la acción. Es decir aquellos problemas en los que para un par (estado, acción) se obtienen refuerzos distintos en momentos diferentes.

Este es justamente el caso del problema que abordamos (aprendizaje de Els), en el cual de alguna forma tratamos de predecir el comportamiento del mercado. No podemos pretender una estrategia que "acierta siempre" pues es evidente que este comportamiento tiene un alto grado de aleatoriedad.

El problema de XCS para enfrentar este tipo de ambientes, reside en considerar sólo el *error de generalización* como causa de imprecisión en los clasificadores y no tomar en cuenta el "ruido" o error intrínseco del ambiente [Lanzi 1999a].

En [Lanzi 1999a] se describe una extensión a XCS para problemas en los cuales el ambiente no es determinístico. Este trabajo considera un grado de incertidumbre similar para todas las regiones del ambiente y sólo considera el error aplicado a las acciones: cada vez que se selecciona una acción, existe una probabilidad ϵ de que efectivamente se ejecute esa acción y una probabilidad $1 - \epsilon$ de que se ejecute una diferente. El aprendizaje de Els, sin embargo, plantea un escenario diferente en el cual es de esperar que los *refuerzos* (ganancias) se vean afectados por un alto grado de ruido o aleatoriedad y que este nivel de ruido sea diferente para distintas regiones del ambiente. Es por eso que, utilizando algunas ideas de la extensión propuesta en [Lanzi 1999a], desarrollaremos una extensión ad-hoc que se utilizará para el aprendizaje de Els.

En principio analizaremos de qué forma afecta el no determinismo de los refuerzos a la performance de XCS y luego plantearemos una solución.

Para ilustrar este problema supongamos que tenemos el siguiente ambiente (con las entradas uniformemente distribuidas) :

Estado	Refuerzo si acción =1		Refuerzo si acción = 0	
	Prob(r=0)	Prob(r=1)	Prob(r=0)	Prob(r=1)
00	0.6	0.4	0.4	0.6
01	0.1	0.9	0.9	0.1
10	0.2	0.8	0.8	0.2
11	0.4	0.6	0.6	0.4

Figura 3.6 Ambiente con refuerzos no determinísticos

En un ambiente de este tipo, el concepto de sobregeneralización (generalización con error no nulo) debe ser relajado para permitir algún tipo de generalización.

En este caso, decimos que un clasificador sobregeneraliza si su error *no es el menor posible* para la región que cubre. Dicho de otro modo, si existe un conjunto de clasificadores que cubre exactamente la misma región y obtiene un error menor.

Supongamos que en el caso del ejemplo (con solo dos niveles de refuerzo 0 y 1), medimos el error según la *Tasa de Error* (la cantidad de veces que el clasificador no acierta el refuerzo que va a recibir) y que en la población tenemos los clasificadores de la Figura 3.7.

Clasificador		ϵ	Generalización
A	0# : 1 $\rightarrow$ 1	0.35	Sobregeneralización
B	00 : 1 $\rightarrow$ 0	0.40	Óptima
C	01 : 1 $\rightarrow$ 1	0.10	Óptima
D	1# : 1 $\rightarrow$ 1	0.30	Óptima
E	10 : 1 $\rightarrow$ 1	0.20	Subóptima
F	10 : 1 $\rightarrow$ 1	0.40	Subóptima

Figura 3.7 Tipos de Generalización

En ese caso decimos que el clasificador A sobregeneraliza, pues tiene un error del 35%, mientras que el conjunto de clasificadores {B,C} predicen con un error del 25% sobre la misma región.

Por otro lado el clasificador D generaliza en forma óptima, tiene un error de 30% que es el mismo error de predicción para el conjunto {E,F}.

Uno de los fundamentos de XCS es que una sobregeneralización, al tener un error mayor que las generalizaciones precisas, tendrá un valor de aptitud más bajo y tenderá a desaparecer de la población. Como se ve en la tabla, esto no se cumple necesariamente en el caso no determinístico: los clasificadores A y B compiten en el mismo nicho (ambos emparejan el estado 00) y en este caso A (que sobregeneraliza) supera en aptitud a B (que generaliza correctamente).

La otra característica importante de XCS es que las generalizaciones óptimas predominan sobre las subóptimas pues, aunque tienen la misma aptitud emparejan más estados y tienen más oportunidades reproductivas. Como se ve en la tabla, esto tampoco se cumple necesariamente en el caso no determinístico: los clasificadores D y E compiten en el mismo nicho (ambos emparejan el estado 10) y en este caso D (generalización óptima) tiene una aptitud inferior al de E (generalización subóptima).

Extensión para refuerzos no determinísticos

Para resolver este problema y siguiendo la idea de Lanzi y Colombetti [Lanzi 1999a] agregamos un parámetro μ al clasificador que estima el error mínimo posible para la región que cubre.

Este error mínimo sería el que se obtiene sin generalizar sobre la región, es decir que si se cubre la región con clasificadores *específicos* (aquellos que no pueden ser menos generales o para decirlo sencillamente que no tienen símbolos '#'), el error que se obtiene es el mínimo posible.

Nuestra propuesta se basa en mantener un conjunto de clasificadores Φ que pueden no participar de la población [P], y son utilizados para el cálculo del error mínimo de los clasificadores de [P].

Cada vez que se desee mejorar la precisión sobre una región determinada (ya sea porque se detectan clasificadores con error muy elevado o porque se observa una mala performance sobre la región), se generan clasificadores específicos que cubran la región (si estos no existían ya en la población) y se agregan al conjunto Φ . Estos clasificadores pueden no participar del AG y sólo es necesario actualizar sus parámetros de predicción (p) y error (ϵ) cada vez que emparejan con los valores de entrada.

Es decir, en el paso 5 del *Sistema de Rendimiento* debemos agregar:

Seleccionar (si existe) el clasificador $\phi \in \Phi$ que empareja con los valores de entrada e invoca la acción seleccionada

Al ser estos clasificadores específicos sólo uno de ellos se emparejará con la entrada.

Luego en el paso 2 del *Sistema de Asignación de Crédito*, debemos actualizar el parámetro μ de error mínimo, con la fórmula:

$$\mu \leftarrow (1 - 1/x) \mu + \epsilon^\phi / x$$

De este modo, μ tiende a ser un promedio (ponderado por la cantidad de situaciones que emparejan) de los errores de los clasificadores más específicos.

En el caso del ejemplo (donde asumimos distribución uniforme de las entradas), el valor de μ para los clasificadores que generalizan es:

$$\begin{aligned}\mu^A &= \epsilon^B + \epsilon^C / 2 = (0.4 + 0.1)/2 = 0.25 \\ \mu^D &= \epsilon^E + \epsilon^F / 2 = (0.2 + 0.4)/2 = 0.3\end{aligned}$$

XCS: Un Sistema de Clasificadores adecuado para el aprendizaje de Estrategias de Inversión

El cálculo para todos los clasificadores del ejemplo, se puede ver en la Figura 3.8.

Clasificador	ϵ	μ	$\epsilon - \mu$
A 0#:1 $\rightarrow$ 1	0.35	0.25	0.1
B 00:1 $\rightarrow$ 0	0.4	0.4	0
C 01:1 $\rightarrow$ 1	0.1	0.1	0
D 1#:1 $\rightarrow$ 1	0.3	0.3	0
E 10:1 $\rightarrow$ 1	0.2	0.2	0
F 11:1 $\rightarrow$ 1	0.4	0.4	0

Figura 3.8 Cálculo del parámetro μ (error mínimo)

Como vemos, si se utiliza $(\epsilon - \mu)$ como estimador del error de generalización, en el cálculo de la precisión y la aptitud, se evitan los problemas antes mencionados (las sobregeneralizaciones tienen error más alto y las generalizaciones óptimas tienden a tener un error pequeño).

Esta modificación, tiene el costo evidente de aumentar la complejidad al menos en cuanto a la utilización de memoria pues se necesita almacenar el conjunto Φ que en el peor caso incluiría todos los clasificadores específicos posibles. En el caso de nuestra aplicación, esta cantidad de clasificadores es manejable y, por lo tanto, no nos preocuparemos por el tamaño de Φ . Por otro lado el costo de procesamiento no aumenta (sólo se agrega la búsqueda en Φ que puede resolverse linealmente con respecto a la longitud del string de entrada).

Para otro tipo de ambientes en los que esta solución no sea factible, pueden utilizarse en Φ clasificadores que generalicen, para evitar el aumento de tamaño y aumentar la posibilidad de reutilizar clasificadores de la población [P].

Para ilustrar esta estrategia, supongamos que se quiere cubrir la región 1###:1. Se puede empezar incluyendo en Φ los clasificadores 11##:1 y 10##:1, si la región no mejora y estos clasificadores tienen un error no despreciable puede reemplazarse alguno de ellos con dos nuevos clasificadores (por ejemplo, reemplazando 11##:1 por 111#:1 y 110#:1) y así sucesivamente hasta lograr el comportamiento deseado o superar la capacidad definida para el conjunto Φ .

3.3.5 Resumen de la notación y parámetros del algoritmo

A continuación haremos una síntesis de la notación y parámetros utilizados por el algoritmo y sus extensiones.

Parámetros de los clasificadores

Parámetro	Significado
p	predicción
ε	error de la predicción
X	experiencia
F	aptitud
nc	cantidad de clasificadores
as	tamaño promedio de los match-set en los que participa
ts	ultima ejecución del AG
μ	error mínimo

Parámetros generales del algoritmo

Parámetro	Significado
N	Tamaño máximo de la población
$prob_c$	probabilidad de aplicar la operación de cruza sobre dos clasificadores
$prob_m$	probabilidad de aplicar la operación de mutación sobre un bit de la condición
$prob_{\#}$	probabilidad de reemplazar por '#' en el cubrimiento
$prob_{esp}$	probabilidad de aplicar la operación de especificación sobre un bit de la condición
X_{sub}	Experiencia mínima requerida por un clasificador para subsumir a otros clasificadores.
ε_0	Umbral para el error, por debajo del cual un clasificador se considera preciso
β	Tasa de aprendizaje
γ	Factor de descuento para problemas de tipo multi-step.
α	Constante que regula el cálculo de la precisión
η	Constante que regula el cálculo de la precisión
δ	Umbral para considerar el error en la eliminación de clasificadores
θ_{AG}	Constante que regula la frecuencia de ejecución del AG
p_{ini}	predicción inicial de los nuevos clasificadores
ε_{ini}	error de predicción inicial de los nuevos clasificadores
f_{ini}	aptitud inicial de los nuevos clasificadores

$$P = r_{t-1} + \gamma \max_a (p \mid (s_t, a, p) \in R_Q) \quad (1)$$

y en función de la tabla Q como :

$$P = r_{t-1} + \gamma \max_a (Q(s_t, a)) \quad (2)$$

Ahora analicemos la actualización de la predicción en XCS, para el clasificador $c0 = s_{t-1} : a_{t-1} \rightarrow p$, que emparejaba con estado anterior.

Este clasificador equivale a la entrada $Q(s_{t-1}, a_{t-1}) = p$ de Q learning.

Tomando la fórmula definida en la sección 3.2.2, (para una tasa de aprendizaje β cercana a 0) y reemplazando P por (2), tenemos que el clasificador actualiza su parámetro p con la fórmula:

$$p \leftarrow (1 - 1/x) * p + (r_{t-1} + \gamma \max_a (Q(s_t, a))) / x$$

donde x es la *experiencia* del clasificador (o desde el punto de Q-learning $visitas_n(s_{t-1}, a_{t-1})$).

Si ahora reemplazamos p por $Q(s_{t-1}, a_{t-1})$, tenemos:

$$Q(s_{t-1}, a_{t-1}) \leftarrow (1 - 1/x) * Q(s_{t-1}, a_{t-1}) + (r_{t-1} + \gamma \max_a (Q(s_t, a))) / x$$

que es la fórmula de actualización de Q-learning tal como se definió en la sección 2.5.

Con lo visto hasta ahora, concluimos que (en el caso de no aplicarse generalización) Q-learning y XCS son equivalentes, difiriendo sólo en la forma de representación de la tabla (una tabla propiamente dicha en el caso de Q-learning, un conjunto de clasificadores en el caso de XCS)

Con la incorporación del mecanismo de generalización se busca manejar una representación más compacta de la tabla, generalizando sobre los estados.

Como ya hemos visto en la sección 3.1.3 se busca agrupar estados que, para una acción determinada, reciban valores iguales o similares de refuerzo; de este modo se intenta resolver los problemas de eficiencia y escalabilidad que presentan los algoritmos como Q-learning en problemas complejos.

Si bien el mecanismo de generalización de XCS se ha aplicado con éxito a una variedad de problemas, permitiendo manejar en forma eficiente ambientes complejos y obtener conjuntos compactos de clasificadores, su utilización ya no asegura la equivalencia con Q-learning y la convergencia hacia una política óptima

3.5 Ventajas de XCS para el aprendizaje de estrategias

A partir de lo expuesto, consideramos que, por diferentes razones, XCS puede resultar útil para satisfacer los objetivos planteados en esta tesis.

- Al generar mapeos completos de el espacio $S \times A$ (combinaciones de estados y acciones), nos permitirá obtener *estrategias capaces de decidir la acción más conveniente en todos los casos*.
- *Las estrategias generadas son interpretables*, pues se representan por medio de un conjunto de clasificadores y además el mecanismo de generalización nos asegura una representación compacta.
- *Es posible incorporar conocimiento externo*. Si bien en este trabajo no se hará uso de esta posibilidad, nuestros métodos de aprendizaje podrán ser fácilmente extendidos para incluir reglas definidas por expertos.
- *La generalización es útil para evitar el sobreaprendizaje* característico de los problemas con información ruidosa. En ese caso la generalización puede funcionar como un mecanismo de "pruning" evitando el sobreajuste a los datos de entrenamiento.
- *La posibilidad de realizar el aprendizaje en forma incremental* o "en línea" es útil, pues el mercado evoluciona permanentemente modificando su comportamiento a medida que recibe nueva información. Si bien para este trabajo carecemos de un ambiente para la aplicación de el aprendizaje en línea, los métodos de aprendizaje utilizados podrán ser aplicados en esa situación, sin mayores modificaciones.

3.6 Observaciones finales

En este capítulo hemos presentado el algoritmo XCS, un tipo de SCs cuyas características distintivas son el *cálculo de la aptitud en base a la precisión*, la *aplicación del AG sobre el action-set* y una *distribución del refuerzo similar a la de Q-learning*.

Estas características proveen al algoritmo de una serie de propiedades que resultan útiles para el aprendizaje de Els (interpretabilidad del conocimiento obtenido, mapeos completos del espacio del problema, generalización).

A lo largo de este capítulo analizamos en detalle este algoritmo, comparándolo tanto con los sistemas clasificadores tradicionales (de los cuales hereda su estructura general), como con Q-Learning. Analizamos además, los fundamentos teóricos en los que se basan las mejoras introducidas por XCS y las diferentes extensiones que se han realizado al algoritmo. Finalmente, a partir del análisis de las propiedades de XCS, justificamos la elección del algoritmo para el aprendizaje de Els.

4 Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS: Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

Tal como hemos mencionado en capítulos anteriores, desde hace muchos años se han realizado diferentes investigaciones que intentan esclarecer y buscar soluciones aceptables para la predicción del comportamiento del mercado.

Las técnicas aplicadas van desde las herramientas tradicionales (Análisis Técnico y Análisis Fundamental) hasta la utilización de técnicas de Aprendizaje Automático (AA) como las Redes Neuronales (RNs).

Si bien, en algunos casos estas técnicas obtienen buenos resultados, hemos destacado una serie de dificultades para su aplicación práctica: requerimiento de conocimiento experto, falta de interpretabilidad, dificultad para adaptarse a los cambios del mercado, etc.

Utilizando el marco provisto por el algoritmo XCS en este capítulo definiremos diferentes modelos de aprendizaje de Estrategias de Inversión (EIs), buscando resolver las dificultades planteadas.

La idea es experimentar con dos enfoques distintos para el aprendizaje de EIs. Por un lado, plantearemos un modelo basado en el *Incremento del Capital* (IC) generado por la estrategia y, por otro, definiremos un modelo basado en la *Predicción de la Tendencia* (PT) de los precios.

- El *Modelo IC* se centra en las ganancias obtenidas por la estrategia y utiliza el marco del Aprendizaje por Refuerzo (AR) para modelar al inversor como un agente que recibe refuerzos relacionados con los incrementos de capital que generan sus decisiones. En este contexto el objetivo es aprender una política óptima que maximice la suma de los refuerzos.
- El *Modelo PT*, tiene como objetivo predecir la tendencia futura de los precios, de modo tal que se puedan obtener ganancias a partir de esa predicción. El planteo realizado se relaciona con la aproximación de funciones, definiendo la tendencia futura como una función de la información actual sobre el mercado. En este sentido, hemos definido dos variantes distintas: una asociada a la aproximación de funciones discretas que busca predecir el signo de la tendencia, y otra asociada a la aproximación de funciones continuas que busca predecir no sólo el signo, sino también la magnitud de la tendencia futura.

Para evaluar las Els aprendidas y poder analizar las características de los diferentes modelos y sus variantes, diseñamos una serie de experiencias cuyos resultados se analizan desde diferentes perspectivas (ganancia, precisión y complejidad).

En la sección 4.1 repasamos brevemente la problemática abordada y las dificultades de diferentes técnicas que se han aplicado con anterioridad.

En la sección 4.2 presentamos los lineamientos básicos de nuestro método de aprendizaje definiendo las características de las Els, la forma de representar la información sobre el mercado y los diferentes modelos de aprendizaje que se utilizarán. Por un lado, plantearemos un modelo basado en el *Incremento del Capital* (IC) generado por la EI, relacionado con problemas de Aprendizaje por Refuerzo (AR), y por otro lado plantearemos un modelo basado en la *Predicción de la Tendencia* del precio (PT), relacionado con la aproximación de funciones.

En la sección 4.3 describimos en detalle el modelo IC, definiéndolo dentro del marco del AR y mostrando los algoritmos relacionados.

En la sección 4.4 describimos en detalle el modelo PT (basado en la *Predicción de la Tendencia*) y sus diferentes variantes (aproximación de valores discretos y aproximación de valores continuos) .

En la sección 4.5 definimos las diferentes experiencias realizadas y mostramos los resultados obtenidos.

En la sección 4.6 realizamos un análisis de los resultados comparando las diferentes alternativas utilizadas.

4.1 Problemática

En el Capítulo 1 hemos explicado dos técnicas de uso tradicional entre los inversores, el *Análisis Fundamental* (AF) y el *Análisis Técnico* (AT), y hemos planteado algunas dificultades para su aplicación:

- *Requieren conocimiento experto.*
- *Involucran un alto grado de subjetividad.*
- *La cantidad de métodos de decisión es muy grande.*

Por otro lado, en el Capítulo 2 hemos analizado diferentes técnicas de Aprendizaje Automático y sus aplicaciones al mercado de capitales. También aquí hemos detectado que algunas de estas técnicas presentan inconvenientes:

- *Falta de interpretabilidad.*
- *Imposibilidad de incorporar conocimiento estructurado.*
- *Dificultad para adaptarse a los cambios continuos del mercado.*

Teniendo en cuenta estas dificultades propondremos diferentes modelos para el aprendizaje de Els, que se implementarán mediante el algoritmo XCS.

La selección de XCS como técnica para realizar el aprendizaje se basa en las características particulares de este algoritmo que nos permiten obtener un conocimiento interpretable y la posibilidad de aprovechar su capacidad de generalización para obtener un conjunto de reglas compacto. Además, la utilización de este algoritmo permite la extensión de los métodos que se describen en esta tesis, para el aprendizaje incremental o en línea y para la incorporación de conocimiento estructurado, mediante reglas definidas por expertos.

4.2 Aprendizaje Automático de Estrategias

En esta sección explicaremos los lineamientos básicos de nuestro método para el aprendizaje de Els.

Los puntos más importantes de la metodología que utilizaremos son, la *definición de las características de las Els*, el *desarrollo de diferentes modelos para el aprendizaje* y la *utilización de Indicadores Técnicos* para representar la información sobre el mercado.

Las Els se definen en base a lo ya expuesto en la sección 1.4.1. Tal como explicamos en esa sección, las estrategias *operan con una sola especie e invierten todo su capital en cada compra o venta*, por lo tanto en todo momento, el inversor que aplica la estrategia sólo puede estar en dos estados posibles: o *tiene la acción en cartera* (compró y todavía no vendió) o *no tiene la acción en cartera* (no compró). Siguiendo este modelo las estrategias obtenidas se aplicarán a una sola especie y en cada día del período de inversión, podrán tomar alguna de las siguientes decisiones: *comprar* (si tiene la acción en cartera), *vender* (en caso de tenerla) o *no hacer nada* (*retener* en caso de tener la acción, *no comprar* en caso de no tenerla).

4.2.1 Modelos para el aprendizaje de Els

Aprovechando la flexibilidad que ofrece XCS, plantearemos dos modelos diferentes para el aprendizaje de Els y diseñaremos experiencias para comparar los resultados.

Por un lado, planteamos un *Modelo Basado en el Incremento del Capital* (IC) relacionado con los problemas clásicos del Aprendizaje por Refuerzo (AR) y los Procesos de Decisión de Markov (PDM). Por otro lado, planteamos un *Modelo Basado en la Predicción de la Tendencia* (PT) relacionado con la aproximación de funciones continuas y discretas.

- El *Modelo IC* representa el problema dentro del marco del AR. En este planteo tenemos un agente (el inversor) que interactúa con un ambiente (el mercado) del cual recibe percepciones (información acerca del comportamiento de los precios) y refuerzos (ganancias o pérdidas) en base a las decisiones tomadas.

Los refuerzos son valores que indican el efecto inmediato de tomar una decisión en una determinada situación y se relacionan con la ganancia o pérdida que se observa en forma inmediata. En este marco el objetivo es aprender una política de decisiones óptima que maximice la sumatoria de los refuerzos recibidos.

- Para el *Modelo PT* el objetivo principal es la predicción de la tendencia o variación futura de los precios. La idea de este enfoque es poder contar con una herramienta de predicción en base a la cual poder definir estrategias que aprovechen ese conocimiento.

A diferencia del *Modelo IC* que se centra en la ganancia obtenida por el inversor, este enfoque se centra en la predicción de los precios y plantea el aprendizaje como problema de aproximación de funciones en el cual la característica que queremos predecir (la tendencia futura) es una función de la información de entrada (el comportamiento anterior de los precios).

Existen, diferentes alternativas para representar la función que se quiere aprender, esta puede ser una *función discreta*, en cuyo caso se trata de clasificar los valores de entrada en clases preestablecidas (minimizando las entradas mal clasificadas) o una *función continua*, en cuyo caso se trata de minimizar alguna medida de error entre la predicción y el valor observado [Mitchell 1997] En nuestro caso utilizaremos las dos variantes: con el enfoque discreto buscaremos clasificar la tendencia futura según ésta sea positiva (suba de precios) o negativa (baja de precios), con el enfoque continuo buscaremos aproximar una medida más precisa de la tendencia.

4.2.2 Representación de la información sobre el mercado

La información que utilizarán las Els para la toma de decisiones se basará en los valores de un conjunto de *Indicadores Técnicos (ITs)* (ver sección 1.3.2.3)

La idea es que las condiciones de los clasificadores (que expresan una determinada descripción sobre el comportamiento del mercado) se construyan en base a la conjunción de *predicados lógicos sobre los valores de los indicadores*. De esta forma se obtiene un *conocimiento interpretable y familiar para los inversores*, y se aprovecha la *capacidad de los ITs para capturar patrones de comportamiento de los precios*.

Por ejemplo, un clasificador podría expresar el siguiente enunciado:

SI "el Precio de Hoy es mayor que la Media Móvil a 5 días" y "la Media Móvil a 5 días es menor que la Media Móvil a 10 días" *ENTONCES* comprar.

Para implementar esta idea, utilizaremos expresiones lógicas, del tipo:

$$I_1(t) > c_1 \text{ y } I_2(t) > c_2(t) \text{ y } \dots \text{ y } I_n(t) > c_n$$

donde, t es el día en que se encuentra el inversor, I_i es un indicador técnico y c_i una constante.

Cada término de la condición se codificará con un '1' (verdadero) o un '0' (falso), (en caso de que se generalice sobre los estados, el término también puede tomar el valor '#' que significa "cualquier valor").

Ejemplo

Supongamos que utilizamos el conjunto de indicadores $\{I_1, I_2, I_3\}$, donde :

$I_1(t) = \text{Precio}_t - \text{Precio}_{t-1}$, $I_2(t) = \text{Precio}_{t-1} - \text{Precio}_{t-2}$, $I_3(t) = \text{Precio}_{t-2} - \text{Precio}_{t-3}$ y además $c_i = 0$ para $1 \leq i \leq 3$.

En la Figura 4.1, se puede observar la codificación (en base a esos indicadores) de una serie de precios.

t	Precios	Estado	Significado
	1.0		
	1.5		
	1.2		
0	1.4	101	$\text{Precio}_t - \text{Precio}_{t-1} > 0$ y $\text{Precio}_{t-1} - \text{Precio}_{t-2} \leq 0$ y $\text{Precio}_{t-2} - \text{Precio}_{t-3} > 0$
1	1.8	110	$\text{Precio}_t - \text{Precio}_{t-1} > 0$ y $\text{Precio}_{t-1} - \text{Precio}_{t-2} \leq 0$ y $\text{Precio}_{t-2} - \text{Precio}_{t-3} \leq 0$
2	2.0	111	$\text{Precio}_t - \text{Precio}_{t-1} > 0$ y $\text{Precio}_{t-1} - \text{Precio}_{t-2} > 0$ y $\text{Precio}_{t-2} - \text{Precio}_{t-3} > 0$
3	1.8	011	$\text{Precio}_t - \text{Precio}_{t-1} \leq 0$ y $\text{Precio}_{t-1} - \text{Precio}_{t-2} > 0$ y $\text{Precio}_{t-2} - \text{Precio}_{t-3} > 0$
4	1.5	001	$\text{Precio}_t - \text{Precio}_{t-1} \leq 0$ y $\text{Precio}_{t-1} - \text{Precio}_{t-2} \leq 0$ y $\text{Precio}_{t-2} - \text{Precio}_{t-3} > 0$
5	1.2	000	$\text{Precio}_t - \text{Precio}_{t-1} \leq 0$ y $\text{Precio}_{t-1} - \text{Precio}_{t-2} \leq 0$ y $\text{Precio}_{t-2} - \text{Precio}_{t-3} \leq 0$

Figura 4.1 Codificación de las condiciones de los clasificadores

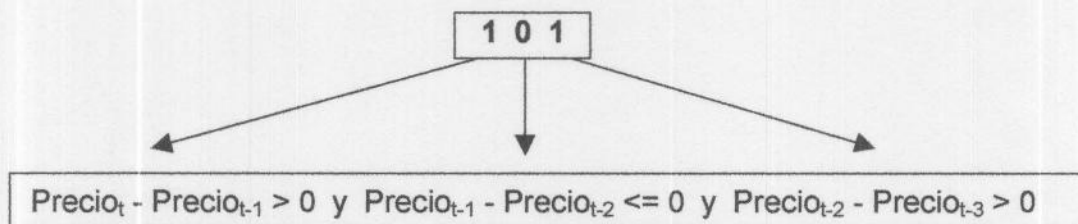


Figura 4.2 Codificación de una condición utilizando indicadores técnicos

4.3 Modelo basado en el Incremento del Capital (IC)

El primer modelo de aprendizaje que utilizaremos, se centrará en los incrementos de capital generados por la aplicación de la EI. En este enfoque, utilizaremos el marco del AR, para modelar la toma de decisiones de inversión como un Proceso de Decisión de Markov (PDM) (ver sección 2.4.1) en el cual el inversor recibe, cada vez que toma una decisión, refuerzos relacionados con el incremento de su capital. El objetivo será aprender una política óptima que maximice los refuerzos acumulados.

Para este modelo, utilizaremos la variante *multi-step* de XCS, realizando el aprendizaje a partir de la ejecución reiterada de una serie de *problemas* compuestos por varios *pasos*. En cada uno de estos problemas el inversor operará sobre todo el Período de Inversión *PI*, recorriendo secuencialmente los días del período. Cada problema se compone, a su vez, de una serie de $|PI|$ *pasos* (uno por cada día del período), en cada uno de los cuales el inversor debe detectar el estado en el que se encuentra (valores de los indicadores técnicos que describen el comportamiento del precio), tomar una decisión y recibir el refuerzo correspondiente.

Para definir el modelo, en el marco del aprendizaje por refuerzo, especificaremos el conjunto de estados, las acciones y el esquema de refuerzo utilizado.

- **Estados:** con el objetivo de considerar los costos de transacción, el estado incluirá (además de el comportamiento anterior del precio) la posición del inversor. De esta forma el estado para el día t se representará a partir de la expresión: $I_1(t) > c_1$ y y $I_n(t) > c_n$ y *EnCartera*, donde *EnCartera* toma valor VERDADERO o FALSO (según el inversor tenga la acción en su poder o no) y se codifica con un '1' o un '0' respectivamente. El resto de la expresión se codifica tal como se describió en la sección 4.2.2.
- **Acciones:** las decisiones que deberá tomar el inversor serán "vender ó mantener" (si *EnCartera* = VERDADERO); o bien "comprar ó no comprar" (si *EnCartera* = FALSO). Estas opciones se codificarán como :
 - 0 para vender/ no comprar
 - 1 para mantener/ comprar
- El **refuerzo** para cada acción en el día t , se asignará de la siguiente forma :

$$R(t,0) = \begin{cases} \log(1 - K) : \text{EnCartera} = \text{VERDADERO} \\ 0 : \text{EnCartera} = \text{FALSO} \end{cases}$$

$$R(t,1) = \begin{cases} \log(\text{Precio}_{t+1}) - \log(\text{Precio}_t) : \text{EnCartera} = \text{VERDADERO} \\ \log(\text{Precio}_{t+1}) - \log(\text{Precio}_t) - \log(K + 1) : \text{EnCartera} = \text{FALSO} \end{cases}$$

donde K es una constante que representa el costo de transacción.

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS: Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

Estos refuerzos tienen una relación directa con el incremento inmediato del capital del inversor, tal como se definió en 1.4.2. En el Apéndice C, se justifica en forma teórica la elección de este esquema de refuerzo demostrándose que (sin considerar el factor de descuento γ), maximizar el *refuerzo acumulado* equivale a maximizar el rendimiento total de la estrategia. En cuanto al factor de descuento γ , éste puede tener diferentes interpretaciones. En principio podemos decir que su utilización está justificada pues siempre es preferible obtener ganancias lo antes posible, esto puede obedecer a diferentes motivos como la inflación, la posibilidad de aprovechar oportunidades de inversión o la necesidad de liquidez.

Ejemplo

Para graficar la aplicación de este modelo, supongamos que utilizamos los indicadores y la serie de precios de la Figura 4.1.

Un posible episodio se ilustra en la Figura 4.3 y la Figura 4.4.

t	Precio	Estado	Acción	Refuerzo
	1.0			
	1.5			
	1.2			
0	1.4	1010	1 (comprar)	$\log(1.8) - \log(1.4) - \log(1+K)$
1	1.8	1101	1 (retener)	$\log(2.0) - \log(1.8)$
2	2.0	1111	0 (vender)	$\log(1-K)$
3	1.8	0110	0 (no comprar)	0

Figura 4.3 Aplicación del Modelo IC

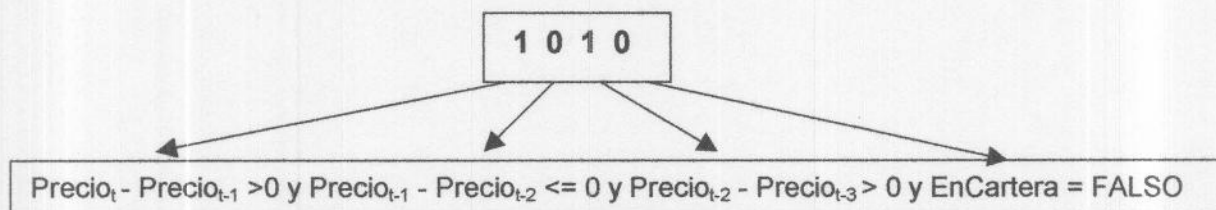


Figura 4.4 Codificación de una condición para el Modelo IC

La estrategia de inversión se obtendrá a partir de las predicciones de los distintos clasificadores que emparejen con la situación observada, tomando en cada caso, la acción que predice el mayor refuerzo (véase la Figura 4.5).

Clasificador	Predicción	Estrategia
1010:0	1.8	SI $\text{Precio}_t > \text{Precio}_{t-1}$ y $\text{Precio}_{t-1} \leq \text{Precio}_{t-2}$ y $\text{Precio}_{t-2} > \text{Precio}_{t-3}$ y $\text{EnCartera} = \text{FALSO}$
1010:1	2.5	ENTONCES comprar
1111:0	1.5	SI $\text{Precio}_t > \text{Precio}_{t-1}$ y $\text{Precio}_{t-1} > \text{Precio}_{t-2}$ y $\text{Precio}_{t-2} > \text{Precio}_{t-3}$ y $\text{EnCartera} = \text{VERDADERO}$
1111:1	0.8	ENTONCES vender

Figura 4.5 Estrategia para el modelo IC

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS: Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

Pseudocódigo

A continuación se detalla un pseudocódigo del algoritmo de aprendizaje.

```
1  $r_{t-1} \leftarrow 0$ 
2  $[A]_{t-1} \leftarrow \emptyset$ 
3  $t \leftarrow 1$ 
4 EnCartera=FALSO
5 exploracion=VERDADERO

6 Mientras no se cumpla el criterio de finalización
7     Calcular los valores de los indicadores para el día  $t$ 
8     Codificar el estado  $s_t$ 
9     generar el match-set  $[M]$  para la población  $[P]$  y la situación  $s_t$ 
10    generar el vector de predicciones  $VP$  a partir de  $[M]$ 
11    seleccionar la acción  $a_t$ 
12    generar el action-set  $[A]_t$  a partir de  $[M]$  y  $a_t$ 
13    ejecutar la acción  $a_t$ 
14    obtener el refuerzo  $r_t$ 

15    si exploración = FALSO
16        actualizar el promedio del refuerzo recibido en los
            últimos  $T_{eval}$  pasos

17    si  $a_t = 0$ 
18        EnCartera = FALSO
19    si no
20        EnCartera = VERDADERO

21    si  $[A]_{t-1}$  es no vacío
22         $P \leftarrow r_{t-1} + \gamma \max(VP)$ 
23        actualizar  $[A]_{t-1}$  utilizando el valor de  $P$ 
24        ejecutar el AG sobre  $[A]_{t-1}$ 

25    si  $t = |PI|$ 
26         $P \leftarrow r_t$ 
27        actualizar  $[A]_t$  utilizando el valor de  $P$ 
28        ejecutar el AG sobre  $[A]_t$ 
29         $[A]_{t-1} \leftarrow \emptyset$ 
30         $t \leftarrow 1$ 
31        si  $\text{random}[0,1) < 0.5$ 
32            exploración = VERDADERO
33        si no
34            exploración = FALSO
35    si no
36         $[A]_{t-1} \leftarrow [A]_t$ 
37         $s_{t-1} \leftarrow s_{t-1}$ 
38         $t \leftarrow t + 1$ 
```

Paso 6: el criterio de finalización se cumple cuando transcurren T_{eval} iteraciones sin observarse mejoras en el promedio del refuerzo (actualizado en el Paso 16) o cuando se cumple un límite máximo de iteraciones.

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS: Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

Paso 11: la selección de la acción depende de la política que se haya elegido para el problema actual (pasos 31 a 34). Si se elige realizar un problema de *exploración*, la acción se selecciona en forma aleatoria. Si se elige realizar un problema de *explotación*, se selecciona la mejor acción posible, o sea: $\text{argmax}(VP(a))$.

Paso 16: en este paso se actualiza un promedio del refuerzo recibido en los últimos T_{eval} pasos de *explotación* (aquellos pasos en los que se selecciona la mejor acción posible). Este promedio se utiliza para monitorear la performance del sistema y es utilizado en el criterio de finalización.

Pasos 17 a 20: se actualiza la posición del inversor según haya realizado una venta (acción '0') o una compra (acción '1').

Paso 25 a 34: se chequea la finalización del *problema* corriente (cuando se llega al último día del período de inversión) y si es así se reinician las variables.

Pasos 31 a 34: se realiza la selección de la política se selección de acciones para el problema siguiente. Se elige en forma equiprobable entre realizar un problema de exploración o explotación.

Observaciones

Tal como hemos indicado, el modelo planteado representa en forma adecuada al inversor tal como se lo definió en la sección 1.4.1.

El modelo del AR y la utilización del *refuerzo diferido* nos otorga la ventaja de *trabajar sin un horizonte fijo*, permitiendo al inversor aprovechar todas las oportunidades de ganancia, ya sean estas a corto o largo plazo.

Además, *las transacciones se llevan a cabo tomando decisiones "día a día"*. Esto se asemeja al comportamiento de los inversores reales: en vez de tomar una decisión "irrevocable" a largo plazo (por ejemplo "comprar y mantener 10 días"), éstos reciben un flujo de información constante y actualizan sus hipótesis sobre el comportamiento futuro a medida que procesan dicha información.

Como vemos en la Figura 4.6, una tendencia alcista suave, puede aprovecharse realizando una transacción a largo plazo. El modelo "premia" la compra con la ganancia total de la transacción a través del refuerzo acumulado; de esta forma toma la decisión de comprar aún cuando en lo inmediato genere una pequeña pérdida (por el costo de realizar la operación de compra).

Se analizaron otras alternativas para la función de refuerzo, buscando trabajar con valores discretos.

Una posibilidad sería, por ejemplo, reemplazar el refuerzo que recibe el inversor cada día por los valores -1,0,1 en caso de que la variación del capital al día siguiente resulte negativa, nula o positiva. Esta pérdida de información puede producir algunas distorsiones.

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS: Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

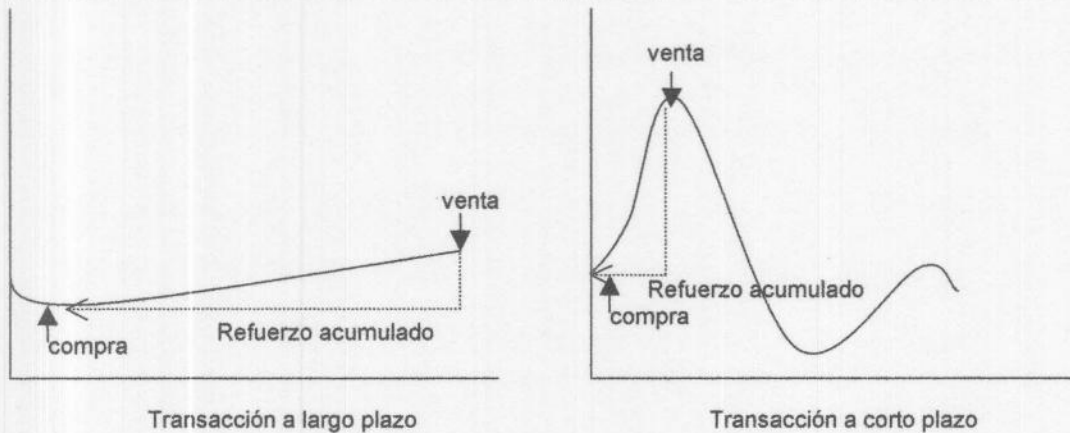


Figura 4.6 Distribución del refuerzo en el modelo IC

Observemos, por ejemplo, la transacción a corto plazo de la Figura 4.6: si esta transacción durase un solo día, el refuerzo total recibido durante ese lapso sería nulo (la compra incrementa el capital, la venta lo disminuye al pagar el costo de la operación), con lo cual resultaría lo mismo (en términos de refuerzo) realizar o no la compra. El problema surge de no considerar la magnitud de las ganancias o pérdidas. Una variante para remediar este problema sería considerar sólo como positivas o negativas aquellas variaciones que superen un cierto umbral, aunque en ese caso una transacción a largo plazo como la que se muestra en la figura acumularía un refuerzo nulo (las variaciones diarias del capital son pequeñas aunque la sumatoria resulte significativa).

Otro planteo sería el de otorgar los valores de refuerzo al finalizar cada transacción, según esta genere o no ganancias. El problema de este enfoque, es que el problema ya no sería de tipo markoviano, esto se puede observar en la Figura 4.7:

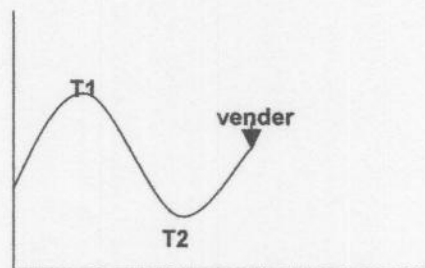


Figura 4.7 Asignación del refuerzo al finalizar la transacción.

En este caso el refuerzo recibido por vender dependerá de las acciones previas (si compró en T1 el refuerzo sería negativo pues la transacción generó una pérdida, por el contrario, si compró en T2 el refuerzo sería positivo).

4.4 Modelo basado en la Predicción de la Tendencia (PT)

Con este modelo tomaremos un enfoque diferente al de la sección anterior. La idea será aprender a *predecir la tendencia* del precio para un horizonte predefinido, para luego utilizar esa información en una estrategia más compleja. Es decir, el objetivo primario será aprender una función $Tendencia_h$ que prediga (a partir del valor de un conjunto de indicadores técnicos) el valor $TF(t, h)$ (la tendencia futura del precio para el horizonte h).

$$Tendencia_h(Ind1(t), Ind2(t), \dots) \cong TF(t, h)$$

Una vez obtenida la aproximación, podrían definirse diferentes estrategias que utilicen esta información para invertir, por ejemplo:

$$EI(t) = \begin{cases} \text{comprar / retener} & : Tendencia_h(Ind1(t), Ind2(t), \dots) > 0 \\ \text{vender / no comprar} & : Tendencia_h(Ind1(t), Ind2(t), \dots) < 0 \end{cases}$$

También podrían combinarse diferentes horizontes y considerar información adicional proveniente de otras fuentes, para definir la estrategia.

En general, el esquema para la obtención de la estrategia para este modelo puede verse en la Figura 4.8.

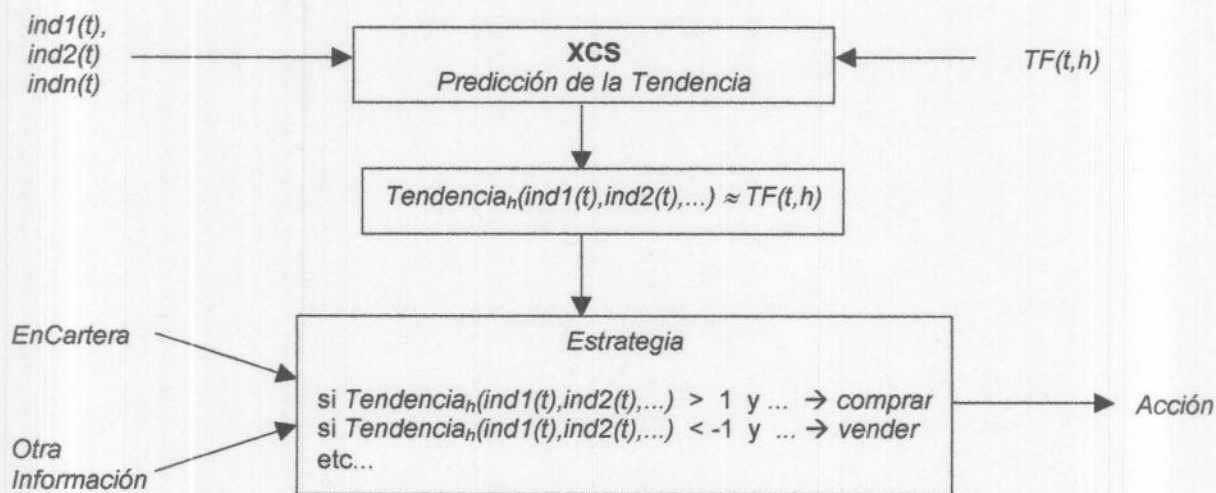


Figura 4.8 Modelo basado en la Predicción de la Tendencia

Tal como explica Wilson [Wilson 2001b], la arquitectura de XCS, puede adaptarse en forma sencilla para la aproximación de funciones.

Su propuesta para aproximar la función $f(x_1, x_2, \dots, x_m) = y$, consiste en observar en cada paso t los valores de entrada $x_1^t, x_2^t, \dots, x_m^t$ y el valor de salida y^t , tomando el valor y^t como valor de refuerzo.

Siguiendo este esquema, se define una única acción ficticia y se toma la predicción calculada por XCS (obtenida a partir de las predicciones de los clasificadores del match-set [M]) como la aproximación del valor de salida.

Dado que XCS, utiliza la precisión para el cálculo de la aptitud de los clasificadores, y tiende a predecir acertadamente el refuerzo, el algoritmo debería converger en un conjunto de clasificadores que aproximen correctamente el valor de salida.

Dentro del marco del aprendizaje de Els, implementaremos este esquema de la siguiente forma:

- Los valores de entrada se representarán por medio de expresiones lógicas tal como se describió en la sección 4.2.2.
- Sólo se definirá una acción ficticia que se codificará con el valor 0.
- El "refuerzo" será el valor de un estimador de la tendencia futura $TF(t, h)$, que calcule una medida de la variación de precio para el período $t..t+h$.
- Para evaluar lo aprendido se utilizará una medida de error ME, que estimará el error en función de la predicción realizada por los clasificadores y el valor observado $T(t, h)$.

A continuación se detalla un pseudocódigo del algoritmo de aprendizaje.

```
1 Definir un estimador de tendencia futura  $TF(t, h)$ 
2 Definir una medida de error ME para evaluar la performance del
  algoritmo.

3 Mientras no se cumpla el criterio de parada
4   Seleccionar un día  $t \in PI$  en forma aleatoria
5   Calcular los valores de los diferentes indicadores para el día  $t$ 
6   Codificar el estado  $s_t$  a partir de los indicadores calculados
7   Formar el Match set [M] que empareje con el estado  $s_t$ 
8    $P \leftarrow TF(t, h)$ 
9   Calcular la predicción  $p_t$  (en base a las predicciones de [M])
10  Actualizar los clasificadores de [M] con el valor  $P$ .
11  Ejecutar el AG sobre [M]
12  Actualizar el promedio del error para las últimas  $T_{eval}$  iteraciones
    con el valor  $ME(P, p_t)$ 
```

Paso 3: El criterio de parada se cumplirá cuando se exceda el límite máximo de iteraciones o cuando ocurran más de una cierta cantidad de iteraciones sin observarse mejoras en el promedio del error que se actualiza en el Paso 12.

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS: Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

Paso 4: La selección de puntos de la serie se llevará a cabo en forma aleatoria. En caso de realizarse el aprendizaje en línea, se seleccionarían secuencialmente a medida que transcurren.

Paso 8: El valor de “refuerzo” es el valor de la tendencia futura que se quiere aproximar.

Pasos 10 y 11: Dado que existe una sola acción “ficticia” (sólo nos interesa la predicción del refuerzo) el match-set [M] y el action-set [A] son equivalentes.

Paso 12: en este paso se actualiza un promedio del error (la diferencia entre la predicción realizada por el sistema y el valor de tendencia futura observado) en los últimos T_{eval} pasos. Este promedio se utiliza para monitorear la performance del sistema y es utilizado en el criterio de finalización.

En cuanto a la definición de la *estimación de la tendencia*, la *medida de error* y la *El* que se obtendrá a partir de la predicción de la tendencia, adoptaremos dos enfoques diferentes: utilizando *Valores de Tendencia Discretos* (se busca predecir sólo el signo de la tendencia) y utilizando *Valores de Tendencia Continuos* (se considera además, la magnitud) .

- **Valores de Tendencia discretos**

En este caso la *estimación de tendencia* tomará sólo dos valores distintos, según la variación del precio sea positiva o negativa.

$$TF(t, h) = \begin{cases} -1 : \text{VarProm}(t, h) < -u \\ 1 : \text{VarProm}(t, h) > u \\ \text{nulo} : \text{en otro caso} \end{cases}$$

donde :

$$\text{VarProm}(h, t) = 100 * \sum_{1 \leq i \leq h} \frac{\text{Precio}_{t+i} - \text{Precio}_t}{\text{Precio}_t}$$

y u es un umbral que define si una ganancia es significativa (para los experimentos tomaremos $u = 1$, o sea 1% de variación del precio).

Es decir, a partir de sólo dos valores discretos de refuerzo, se buscará aprender a clasificar las situaciones según la variación del precio futura sea positiva o negativa (considerando sólo los casos en los cuales la magnitud de la ganancia sea significativa).

El estimador de tendencia *VarProm* se definió promediando las variaciones a 1,2,...h días, con el fin de filtrar el “ruido” (oscilaciones del precio) de la tendencia

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS: Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

La *medida de error* utilizada será la Tasa de Error (TE), es decir la cantidad de casos en los cuales se predice un tipo de ganancia incorrecto, sobre el total de casos considerados.

$$TE = \frac{\sum_{t \in P'} e_t}{|P'|}$$

donde P' es el conjunto de puntos de la serie para los cuales la variación de tendencia es significativa ($|T(t,h)| > u$) y

$$e_t = \begin{cases} 1: p_t > 0 \text{ y } T(h,t) < 0 \\ 1: p_t < 0 \text{ y } T(h,t) > 0 \\ 0: \text{en otro caso} \end{cases}$$

La *estrategia de inversión* que tomará las decisiones a partir de la predicción de la tendencia será:

$$EI(t) = \begin{cases} \text{comprar / retener} & : \text{Tendencia}_h(\text{Ind1}(t), \text{Ind2}(t), \dots) > 0 \\ \text{vender / no comprar} & : \text{Tendencia}_h(\text{Ind1}(t), \text{Ind2}(t), \dots) < 0 \end{cases}$$

- Valores de Tendencia continuos.

En este caso la *estimación de la tendencia futura* utilizada será :

$$TF(t,h) = \text{VarProm}(t,h)$$

donde $\text{VarProm}(t,h)$ es el promedio de variaciones de precio definido en el punto anterior.

La *medida de error* utilizada será el error absoluto medio (EAM) es decir, el promedio de las diferencias observadas entre la predicción y el valor de la variación.

$$EAM = \frac{\sum_{t \in P} |p_t - TF(t,h)|}{|P|}$$

Se seleccionó esta medida porque es la medida que utiliza XCS para estimar el error de la predicción de cada clasificador (tal como se vió en la sección 3.2.2, el error ε se actualiza a partir de $|p - r_t|$ es decir, el valor absoluto de la diferencia entre el refuerzo y la predicción).

La idea de predecir la magnitud de la variación de la tendencia, es utilizar esta información para decidir las operaciones de compra. El objetivo es no cambiar de posición si se predice una variación *poco significativa* pues en ese caso el costo de transacción no justificaría realizar la operación.

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS:
Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

La *estrategia de inversión* que tomará las decisiones a partir de la predicción de la tendencia será:

$$EI(t) = \begin{cases} \text{comprar} : \text{Tendencia}_h(\text{Ind1}(t), \text{Ind2}(t), \dots) > u \\ \text{vender} : \text{Tendencia}_h(\text{Ind1}(t), \text{Ind2}(t), \dots) < -u \\ \text{en otro caso} : \text{no hacer nada} \end{cases}$$

donde u es el umbral para el cambio de posición y regula las operaciones de modo tal que éstas se efectúen, sólo cuando se predice un cambio significativo de tendencia.

Ejemplo

Supongamos que trabajamos con los indicadores y la serie de precios utilizada como ejemplo en la Figura 4.3 y que obtenemos (utilizando valores de tendencia discretos y un horizonte de 1 día) el siguiente conjunto de clasificadores:

Condición	Predicción	Estrategia
101	1	SI Precio _t - Precio _{t-1} > 0 y Precio _{t-1} - Precio _{t-2} ≤ 0 y Precio _{t-2} - Precio _{t-3} > 0 ENTONCES comprar/retener
110	1	SI Precio _t - Precio _{t-1} > 0 y Precio _{t-1} - Precio _{t-2} > 0 y Precio _{t-2} - Precio _{t-3} ≤ 0 ENTONCES comprar/retener
111	-1	SI Precio _t - Precio _{t-1} > 0 y Precio _{t-1} - Precio _{t-2} > 0 y Precio _{t-2} - Precio _{t-3} > 0 ENTONCES vender/ no comprar
0##	-1	SI Precio _t - Precio _{t-1} ≤ 0 ENTONCES vender / no comprar

Figura 4.9 Clasificadores y estrategia para el modelo PT

La aplicación de la estrategia obtenida sobre la misma serie de precios será :

t	Precios	Estado	Clasificador	Decisión
	1.0			
	1.5			
	1.2			
0	1.4	101	101:0 → 1	comprar
1	1.8	110	110:0 → 1	retener
2	2.0	111	111:0 → -1	vender
3	1.8	011	0##:0 → -1	no comprar
4	1.5	001	0##:0 → -1	no comprar
5	1.2	000	0##:0 → -1	no comprar

} Transacción

Figura 4.10 Aplicación de la EI en el modelo PT

Observaciones

A diferencia del modelo IC, en este modelo *se utiliza un horizonte fijo para la toma de decisiones.*

Esto tiene algunas desventajas: tal como se aprecia en la Figura 4.6, un horizonte corto no detecta tendencias suaves, mientras que un horizonte largo puede desperdiciar ganancias obtenibles mediante transacciones de corta duración. Es por eso que realizaremos experiencias con diferentes horizontes y analizaremos los resultados obtenidos.

Por otro lado el modelo PT *permite utilizar la función aprendida en estrategias más complejas* (por ejemplo combinando la estimación de la Tendencia con otros indicadores) y genera un indicador (la predicción de la tendencia) que es de fácil utilización por parte de los inversores. Estos pueden, utilizar la predicción de diferente forma según su aversión al riesgo: los más "audaces" comprarán ante la menor expectativa de aumento de precio, los más "precavidos" esperaran estimaciones de cambios más significativos.

Desde el punto de vista de la metodología de aprendizaje, *nos permite experimentar con diferentes mecanismos de selección de puntos de la serie* (aleatorio ó secuencial), valores de tendencia (discretos o continuos) y combinaciones de valores de entrada y horizontes. En este último aspecto es interesante destacar que, tal como hacen los analistas técnicos, es conveniente utilizar diferentes indicadores según el horizonte considerado: para un horizonte largo es más adecuado utilizar, por ejemplo, medias móviles "más largas" e inversamente, para horizontes cortos es conveniente prestar atención a la información más reciente sobre el mercado.

4.5 Experiencias

Realizaremos diferentes *experiencias* aplicando los dos modelos definidos en este capítulo (IC y PT) y sus diferentes variantes (Ver Tabla 4.1). Para cada una de estas experiencias definiremos:

- *El modelo utilizado (IC o PT) y las variantes que existan en cada caso.* Utilizaremos la notación IC-n (ej. IC-1) para referirnos a las experiencias con el modelo IC y PT-n (ej. PT-3) para referirnos a las experiencias que utilizan el modelo PT.
- *El conjunto de indicadores elegido:* realizaremos experiencias con diferentes conjuntos de Indicadores Técnicos, que definiremos más adelante en la sección 4.5.2.
- *Los parámetros seleccionados para el modelo elegido* (costos de transacción, horizontes, etc.).
- *Los parámetros elegidos para el algoritmo* (los diferentes parámetros y extensiones de XCS).

Modelo IC			
Experiencia	Indicadores	K	
IC-1	IND1	0	
IC-2	IND1	0.005	
IC-3	IND3	0.005	
Modelo PT			
Experiencia	Indicadores	Tendencia	Horizonte
PT-1	IND1	discreta	1
PT-2	IND2	discreta	3
PT-3	IND2	discreta	6
PT-4	IND1	continua	1
PT-5	IND2	continua	3
PT-6	IND2	continua	6

Tabla 4.1 Resumen de las experiencias realizadas

Además para cada experiencia, observaremos los resultados obtenidos según se aplique o no *el mecanismo de generalización de XCS*.

La generalización de XCS puede inhibirse eliminando la generación de símbolos “#” en las condiciones de los clasificadores y eliminando la ejecución del AG, obteniéndose un algoritmo equivalente a Q-learning (tal como se vio en la sección 3.4) La idea de realizar experiencias sin generalizar es comparar los resultados obtenidos en ambos casos en cuanto a performance financiera, precisión y complejidad.

4.5.1 Metodología de aprendizaje

La metodología de aprendizaje se basa en la utilización, para cada experimento, de un *período de entrenamiento* (durante el cual se realiza el aprendizaje de las estrategias) y un *período de prueba*, utilizado para evaluar las estrategias obtenidas.

Tal como se explicó en la sección 1.4.3, para cada especie, los períodos se definen tomando, aproximadamente, el 80% inicial de la serie como período de entrenamiento y el resto (20% final) como período de prueba (ver Tabla 4.2).

Especie	Descripción	Período de Entrenamiento	#días	Período de Prueba	#días
ACIN	Acindar	19/04/92 - 30/04/98	1476	04/05/98 - 13/10/00	610
ERCA	Siderca	29/01/92 - 26/02/99	1712	01/03/99 - 17/10/00	415
GALI	Banco Galicia	19/11/92 - 06/04/99	1596	07/04/99 - 17/10/00	399
FRAN	Banco Francés	29/01/92 - 22/02/99	1717	23/02/99 - 17/10/00	430
TEAR	Telefónica	29/01/92 - 25/02/99	1708	26/02/99 - 17/10/00	410
TECO	Telecom	03/04/92 - 24/02/99	1635	25/02/99 - 17/10/00	410

Tabla 4.2 Conjuntos de datos utilizados en las experiencias

La idea es analizar de qué forma el aprendizaje en base a al comportamiento histórico, puede aplicarse al comportamiento futuro (en el Apéndice B, se brindan más detalles acerca de la implementación de las diferentes experiencias y algoritmos).

La *etapa de entrenamiento* consiste en el recorrido de la serie de precios de entrenamiento de la especie en forma reiterada, hasta alcanzar una medida de performance aceptable o alcanzarse el límite máximo de iteraciones. La medida de performance que se evalúa durante el entrenamiento varía según el modelo aplicado (*ganancias acumuladas* para el modelo IC, *error de predicción* para el modelo PT).

La *etapa de prueba* consiste en aplicar las estrategias obtenidas en la etapa anterior, sobre el período de prueba.

Cabe aclarar que, si bien planteamos la separación del proceso de aprendizaje de la evaluación con el fin de simplificar los algoritmos y el análisis de los resultados, estas dos etapas podrían llevarse a cabo simultáneamente si fuera necesario realizar el aprendizaje *en línea*.

4.5.2 Selección de indicadores

Para las experiencias utilizaremos dos tipos de indicadores técnicos, de uso frecuente en el AT, que fueron definidos en la sección 1.3.2.3: *Osciladores Porcentuales (OSCP)* e *Índice de Fuerza Relativa (IFR)*.

Los osciladores comparan diferentes medias móviles, mientras que el *IFR* es un indicador que detecta condiciones de sobre-compra o sobre-venta, en base a las alzas y bajas producidas. En la Figura 4.11 se describen los diferentes conjuntos de ITs utilizados en las experiencias.

IND1	IND2	IND3
$OSCP(t, 1, 5)$	$OSCP(t, 1, 5)$	$OSCP(t, 1, 5)$
$OSCP(t-1, 1, 5)$	$IFR(t, 10)$	$OSCP(t, 5, 10)$
$IFR(t, 10)$	$OSCP(t, 5, 10)$	$OSCP(t, 10, 20)$
$OSCP(t, 5, 10)$	$OSCP(t, 10, 20)$	$OSCP(t, 20, 40)$
$OSCP(t, 10, 20)$	$IFR(t, 20)$	
	$OSCP(t, 20, 40)$	

Figura 4.11 Conjuntos de Indicadores

El conjunto de indicadores IND1 será utilizado para la predicción de tendencias a muy corto plazo (1 día), mientras que IND2 e IND3 serán utilizados para la predicción de tendencias para más de 3 y 6 días.

Como ya mencionamos en la sección 4.2.2, las condiciones de los clasificadores se codifican asociando a cada bit un IT, de forma tal que el bit toma valor '0' si el IT toma un valor menor o igual a un umbral u y '1' si el valor es mayor.

En el caso de los osciladores utilizaremos un umbral $u=0$, es decir que el bit correspondiente un oscilador será un '0' si el oscilador es mayor que 0 (es decir cuando la media móvil corta es menor que la media móvil larga) y '1' en caso contrario.

En el caso del IFR (que toma valores en el rango $[0,100]$) utilizaremos un umbral $u=50$. Es decir que el bit correspondiente a un IFR tomará un valor '0' en el caso de que el indicador sea menor a 50 (las bajas superan a las alzas) y '1' en caso contrario.

4.5.3 Evaluación

La evaluación de las estrategias se realizará según diferentes criterios: la *performance financiera*, la *precisión* y la *cantidad de clasificadores*.

- El *criterio financiero* se relaciona principalmente con la ganancia generada por la estrategia y se compone de una serie de medidas definidas en la sección 1.4.4.1, que permiten evaluar la ganancia, el riesgo y otras características de la estrategia. Estas medidas se obtienen simulando la aplicación de las estrategias obtenidas en los diferentes períodos (*prueba y entrenamiento*) y se *comparan con las obtenidas por la estrategia B&H* (ver sección 1.4.4.2) utilizada como referencia.
- La *evaluación de la precisión* se aplica en el caso del modelo PT y mide el error en la estimación de la Tendencia Futura.
- La *cantidad de clasificadores* obtenidos se utilizará para evaluar la complejidad de la estrategia y la capacidad de generalización del método de aprendizaje.

4.5.3.1 Performance financiera

Se utilizarán las medidas definidas en la sección 1.4.4.1, tanto para el período de entrenamiento como para el de prueba (Ver Tabla 4.3).

Medida	Descripción
RM	Rendimiento Mensual Promedio
DS	Desviación Standard de RM
RT	Rendimiento Total para el Período
#T	Cantidad de Transacciones
T+	Proporción de Transacciones Exitosas
T _{prom}	Ganancia Promedio por Transacción

Tabla 4.3 Medidas de Performance Financiera

Estas medidas se expondrán a través de tablas, que mostrarán, para cada estrategia, los valores obtenidos para cada medida en el período seleccionado. Para facilitar la visualización del rendimiento de las EIS, se resaltarán en **negrita** los valores de RM superiores al 1% y se mostrarán en **rojo** los rendimientos menores al -1%.

Además, tal cómo se explicó en la sección 1.4.4.2, se comparan los resultados para las medidas *RT*, *RM*, y *DS* con los obtenidos por la estrategia "Buy & Hold" (B&H), consistente en comprar al principio del período y vender al final (véase la Tabla 4.4).

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS: Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

Tal como vimos en 1.4.4.2, superar esta estrategia significa mejorar la performance de la especie. Este sería un buen resultado aún cuando nuestra estrategia genere pérdidas, pues significa que se evitaron pérdidas superiores (las sufridas por la especie).

B&H				
Especie	Período	RM	DS	RT
ACIN	Entrenamiento	0.888	16.23	-26.63
	Prueba	-1.187	20.38	-62.94
ERCA	Entrenamiento	-0.412	14.41	-74.58
	Prueba	5.737	14.9	130.94
FRAN	Entrenamiento	0.703	16.02	-39.04
	Prueba	1.794	12.41	13.84
GALI	Entrenamiento	1.18	16.37	3.05
	Prueba	-1.495	15.52	-40.02
TEAR	Entrenamiento	1.048	14.22	3.78
	Prueba	1.818	12.13	22.98
TECO	Entrenamiento	1.391	12.3	69.43
	Prueba	-0.426	13.14	-33.69

Tabla 4.4 Resultados para la estrategia B&H

4.5.3.2 Precisión

Para el caso del modelo PT, además de evaluar la performance financiera de la estrategia aplicada, utilizaremos las medidas de error correspondientes (tasa de errores para valores discretos, error absoluto medio para valores continuos) para evaluar la precisión en la predicción de la tendencia.

Estas medidas se expondrán a través de tablas, que mostrarán, para cada estrategia, los valores obtenidos para cada medida en el período seleccionado. Para facilitar el análisis de los resultados, cada vez que se comparen diferentes Els se resaltarán en **negrita** el menor error obtenido por las distintas estrategias.

4.5.3.3 Cantidad de clasificadores

La cantidad de clasificadores (#C) nos da una medida de la complejidad de la EI y de la capacidad de generalización del método de aprendizaje.

Para evaluar la *capacidad de generalización* del método de aprendizaje, compararemos la cantidad de clasificadores obtenida por el método utilizando el mecanismo de generalización con respecto a la cantidad de clasificadores obtenida sin habilitar la generalización. Para facilitar el análisis de los resultados, cada vez que se comparen diferentes Els, se resaltarán en **negrita** la menor cantidad de clasificadores obtenida.

4.5.4 Experiencias con el modelo IC

En esta sección agruparemos los resultados obtenidos para las experiencias con el modelo IC.

Llevaremos a cabo tres experiencias diferentes. Las *experiencias IC-1 y IC-2* utilizan los indicadores IND1 y difieren en cuanto al valor de K (costo de transacción) utilizado: $K=0$ para IC-1 y $K=0.005$ para IC-2. La idea es analizar la influencia del costo de transacción K , en las estrategias obtenidas.

En la *experiencia IC-3* se utilizan los indicadores IND3, con el fin de analizar los resultados obtenidos en función de los indicadores utilizados.

En algunos casos mostraremos los clasificadores obtenidos para ilustrar las El aprendizadas.

Además cada una de estas experiencias se aplicarán dos variantes de XCS: *aplicando el mecanismo de generalización e inhibiendo el mecanismo de generalización*. En este caso, el objetivo es analizar el funcionamiento de la generalización para este modelo.

En cuanto a los parámetros y extensiones de XCS, se aplicarán todas las extensiones del algoritmo descritas en la sección 3.3 (eliminación de subsumidos, especificación, compactación de la población, adaptación para ambiente no determinístico) y se utilizarán, para todos los experimentos los siguientes parámetros:

Parámetro	Valor
N	800
$prob_c$	0.8
$prob_m$	0.04
$prob_{\#}$	0.7
$prob_{esp}$	0.5
X_{sub}	500
ε_0	0.1
β	0
γ	0.995
α	0.1
η	5
δ	0.1
θ_{AG}	50
p_{ini}	0
ε_{ini}	0
f_{ini}	0.01

Tabla 4.5 Parámetros de XCS para las experiencias con el modelo IC

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS:
Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

Experiencia IC-1

En esta experiencia, se utilizará el conjunto de indicadores IND1 y se considerará un costo de transacción nulo ($K=0$).

La idea es poder comparar con los resultados obtenidos para otros valores de K y analizar la influencia de este parámetro.

Se aplicará el algoritmo habilitando y deshabilitando el mecanismo de generalización.

Sin Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	2.046	11.57	191.39	171	0.84	0.45	128
	Prueba	1.202	11.94	19.85	68	0.52	0.4	
ERCA	Entrenamiento	-0.42	12.36	-64.28	400	-0.11	0.46	128
	Prueba	-0.87	7.42	-27.18	110	-0.23	0.44	
FRAN	Entrenamiento	2.416	10.39	408.56	246	0.8	0.44	120
	Prueba	1.422	9.21	20.15	66	0.34	0.35	
GALI	Entrenamiento	2.619	12.35	370.25	231	0.89	0.39	128
	Prueba	0.205	8.39	-1.96	53	0.06	0.32	
TEAR	Entrenamiento	2.144	9.28	319.48	235	0.77	0.4	128
	Prueba	0.777	7.32	12.18	64	0.26	0.39	
TECO	Entrenamiento	1.995	9.51	254.12	196	0.81	0.47	128
	Prueba	1.48	10.11	19.35	45	0.52	0.47	

Tabla 4.6 Experiencia IC-1 : resultados financieros, sin aplicar generalización.

Con Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	2.032	11.98	169.17	54	3.04	0.43	19
	Prueba	0.984	12.35	8.8	25	1.24	0.16	
ERCA	Entrenamiento	-2.036	7.37	-87.37	163	-1.06	0.47	8
	Prueba	-0.074	3.38	-6.29	41	-0.12	0.44	
FRAN	Entrenamiento	-0.548	7.06	-49.3	122	-0.41	0.39	6
	Prueba	0.149	5.75	-0.01	29	0.08	0.52	
GALI	Entrenamiento	3.242	13.73	592.74	207	1.29	0.38	33
	Prueba	1.689	9.89	26.85	49	0.65	0.37	
TEAR	Entrenamiento	2.243	8.7	382.25	185	1.05	0.4	14
	Prueba	2.898	10.06	65.57	47	1.3	0.4	
TECO	Entrenamiento	0.682	9.14	24.85	104	0.59	0.43	12
	Prueba	-1.789	10.32	-35.77	24	-1.59	0.38	

Tabla 4.7 Experiencia IC-1 : resultados financieros, aplicando generalización.

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS:
Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

Experiencia IC-2

En esta experiencia, se utilizará el conjunto de indicadores IND1 y se considerará un costo de transacción de 0.5% ($K=0.005$).

Se aplicará el algoritmo habilitando y deshabilitando el mecanismo de generalización.

Sin Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	2.603	10.04	386.44	80	2.48	0.39	128
	Prueba	1.59	11.3	43.03	29	1.92	0.34	
ERCA	Entrenamiento	1.395	7.62	148.53	126	0.94	0.51	128
	Prueba	3.847	11.55	87.37	36	2.06	0.47	
FRAN	Entrenamiento	2.955	11.46	631.36	168	1.38	0.52	120
	Prueba	0.679	7.84	5.86	41	0.24	0.34	
GALI	Entrenamiento	3.883	12.51	1124.65	172	1.78	0.44	128
	Prueba	2.072	8.01	39.94	40	0.97	0.38	
TEAR	Entrenamiento	3.169	10.4	757	110	2.55	0.38	128
	Prueba	1.193	9.8	12.73	37	0.53	0.41	
TECO	Entrenamiento	2.69	9.35	509.66	32	7.2	0.59	128
	Prueba	-1.12	9.2	-34.72	9	-3.8	0.44	

Tabla 4.8 Experiencia IC-2: resultados financieros sin aplicar generalización.

Con Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	1.598	11.46	97.42	53	2.49	0.36	35
	Prueba	0.644	15.27	-13.29	20	1.22	0.25	
ERCA	Entrenamiento	0.651	11.82	-13.91	26	1.8	0.62	26
	Prueba	3.736	9.3	88.48	4	18.45	1	
FRAN	Entrenamiento	1.582	9.96	154.24	46	2.75	0.74	15
	Prueba	0.009	7.22	-13.09	9	-1.1	0.44	
GALI	Entrenamiento	3.543	13.07	816.92	168	1.71	0.38	37
	Prueba	2.615	9.44	51.83	37	1.31	0.41	
TEAR	Entrenamiento	2.289	8.42	410.06	195	1.02	0.43	26
	Prueba	2.776	9.97	61.92	53	1.1	0.36	
TECO	Entrenamiento	2.724	10.54	494.49	101	2.35	0.38	14
	Prueba	1.214	9.74	14.27	28	0.63	0.39	

Tabla 4.9 Experiencia IC-2: resultados financieros aplicando generalización

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS:
Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

Clasificador	Significado
#####1 : 0 → 2.05	EnCartera : vender
#####0 : 0 → 2.55	no EnCartera : no comprar
1#11## : 1 → 3.04	$OSCP(t,1,5) \geq 0$ y $IFR(t,10) \geq 0$ y $OSCP(t,5,10) \geq 0$: retener
1##0#1 : 1 → 3.08	$OSCP(t,1,5) \geq 0$ y $OSCP(t,5,10) < 0$ y EnCartera : retener
00000# : 1 → 1.81	$OSCP(t,1,5) < 0$ y $OSCP(t-1,1,5) < 0$ y $IFR(t,10) < 0$ y $OSCP(t,5,10) < 0$ y $OSCP(t,10,20) < 0$: retener
1####0 : 1 → 2.71	$OSCP(t,1,5) \geq 0$ y no EnCartera : comprar
00#0## : 1 → 1.96	$OSCP(t,1,5) < 0$ y $OSCP(t-1,1,5) < 0$ y $OSCP(t,5,10) < 0$: retener
01##0# : 1 → 1.23	$OSCP(t,1,5) < 0$ y $OSCP(t-1,1,5) \geq 0$ y $OSCP(t,10,20) < 0$: retener
#0###1 : 1 → 2.49	$OSCP(t-1,1,5) < 0$ y EnCartera : retener
#1#1#1 : 1 → 3.02	$OSCP(t-1,1,5) \geq 0$ y $OSCP(t,5,10) \geq 0$ y EnCartera : retener
00##00 : 1 → 1.53	$OSCP(t,1,5) < 0$ y $OSCP(t-1,1,5) < 0$ y $OSCP(t,10,20) < 0$ y no EnCartera : comprar
0###10 : 1 → 1.7	$OSCP(t,1,5) < 0$ y $OSCP(t,10,20) \geq 0$ y no EnCartera : comprar
0#00## : 1 → 1.86	$OSCP(t,1,5) < 0$ y $IFR(t,10) < 0$ y $OSCP(t,5,10) < 0$: retener
01###1 : 1 → 1.8	$OSCP(t,1,5) < 0$ y $OSCP(t-1,1,5) \geq 0$ y EnCartera : retener

Tabla 4.10 Clasificadores para la especie TECO (con generalización)

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS:
Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

Experiencia IC-3

En esta experiencia, se utilizará el conjunto de indicadores IND3 y se considerará un costo de transacción de 0.5% ($K=0.005$).

Se aplicará el algoritmo habilitando y deshabilitando el mecanismo de generalización.

Sin Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	2.961	13.9	337.35	94	2.86	0.36	64
	Prueba	2.748	13.69	86.89	48	1.87	0.33	
ERCA	Entrenamiento	1.51	8.18	147.07	226	0.56	0.42	64
	Prueba	4.145	15.09	85.19	53	1.42	0.47	
FRAN	Entrenamiento	2.797	11.71	500.7	125	1.83	0.5	64
	Prueba	2.735	9.21	57.07	32	1.67	0.44	
GALI	Entrenamiento	3.266	12.24	699.91	81	3.22	0.44	64
	Prueba	1.717	6.94	32.8	24	1.36	0.38	
TEAR	Entrenamiento	1.789	7.95	266.34	74	2.08	0.43	64
	Prueba	3.07	10.09	63.57	20	2.85	0.55	
TECO	Entrenamiento	1.508	10.13	125.44	85	1.38	0.56	64
	Prueba	2.461	11.65	17.93	17	1.49	0.59	

Tabla 4.11 Experiencia IC-3: resultados financieros sin aplicar generalización.

Con Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	1.642	9.77	141.92	50	2.81	0.4	21
	Prueba	0.212	7.95	2.2	23	0.56	0.26	
ERCA	Entrenamiento	1.147	9.03	80.44	43	2.46	0.42	18
	Prueba	4.21	14.69	72.39	10	7.01	0.5	
FRAN	Entrenamiento	-0.487	10.46	-59.28	24	-3.17	0.5	7
	Prueba	2.746	9.7	58.9	5	10.47	0.6	
GALI	Entrenamiento	3.42	12.87	717.12	126	2.13	0.4	29
	Prueba	1.646	7.63	30.04	31	1	0.39	
TEAR	Entrenamiento	1.631	7.65	227.17	98	1.51	0.39	23
	Prueba	0.774	7.48	7.87	28	0.43	0.32	
TECO	Entrenamiento	1.689	6.74	225.67	116	1.19	0.49	32
	Prueba	2.139	9.03	40.32	25	1.54	0.44	

Tabla 4.12 Experiencia IC-3: resultados financieros aplicando generalización

4.5.5 Experiencias con el modelo PT

En esta sección mostraremos los resultados obtenidos para las experiencias con el modelo PT.

Agruparemos estas experiencias en aquellas que utilizan *valores de tendencia discretos* (PT-1,PT2,PT3) y las que utilizan *valores de tendencia continuos*

(PT-4,PT-5,PT-6). En cada caso las predicciones de tendencia se realizarán para horizontes de 1,3 y 6 días y se aplicarán dos variantes de XCS: *aplicando el mecanismo de generalización e inhibiendo el mecanismo de generalización*.

En cuanto a los parámetros y extensiones de XCS, se aplicarán todas las extensiones del algoritmo descritas en la sección 3.3 (eliminación de subsumidos, especificación, compactación de la población, adaptación para ambiente no determinístico) y se utilizarán para todos los experimentos los siguientes parámetros:

Parámetro	Valor
N	800
prob_c	0.8
prob_m	0.04
$\text{prob}_\#$	0.7
prob_{esp}	0.5
X_{sub}	500
ε_0	0.1
β	0.005
α	0.1
η	5
δ	0.1
θ_{AG}	50
p_{ini}	0
ε_{ini}	0
f_{ini}	0.01

Tabla 4.13 Parámetros de XCS para las experiencias con el modelo PT

4.5.5.1 Experiencias utilizando valores de tendencia discretos

Experiencia PT-1

En esta experiencia, se utilizará el conjunto de indicadores IND1 y se buscará predecir el signo de la ganancia para el día siguiente (horizonte=1), utilizando valores de tendencia discretos.

Especie	Generalización	TE_{ent}	TE_{prueba}	#C
ACIN	NO	0.424	0.458	32
	SI	0.426	0.434	14
ERCA	NO	0.411	0.428	32
	SI	0.417	0.416	7
FRAN	NO	0.415	0.451	30
	SI	0.418	0.421	13
GALI	NO	0.406	0.414	32
	SI	0.406	0.418	13
TEAR	NO	0.413	0.421	31
	SI	0.417	0.421	10
TECO	NO	0.399	0.437	31
	SI	0.399	0.437	12

Tabla 4.14 Experiencia PT-1: Evaluación de la precisión

Sin Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	2.02	12.28	161.02	173	0.98	0.42	32
	Prueba	0.169	12.87	-10.7	71	0.18	0.32	
ERCA	Entrenamiento	1.443	14.31	27.47	224	0.5	0.47	32
	Prueba	3.232	14.64	45.83	61	0.87	0.44	
FRAN	Entrenamiento	2.672	10.16	551.46	249	0.89	0.45	30
	Prueba	0.846	9.71	5	69	0.14	0.3	
GALI	Entrenamiento	2.813	9.34	550.49	226	0.96	0.45	32
	Prueba	0.463	7.55	4.11	51	0.16	0.33	
TEAR	Entrenamiento	2.641	8.64	574.58	193	1.18	0.43	31
	Prueba	2.809	9.59	63.78	52	1.14	0.37	
TECO	Entrenamiento	2.226	10.12	312.12	216	0.83	0.47	31
	Prueba	0.879	11.33	4.98	51	0.24	0.43	

Tabla 4.15 Experiencia PT-1: resultados financieros sin aplicar generalización.

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS:
Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

Con Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	2.439	13.16	222.57	139	1.29	0.41	14
	Prueba	2.187	13.42	59.83	55	1.56	0.29	
ERCA	Entrenamiento	0.783	10.59	12.25	222	0.3	0.37	7
	Prueba	4.56	14.15	103.94	56	1.54	0.48	
FRAN	Entrenamiento	2.795	10.56	600.59	237	0.99	0.44	13
	Prueba	2.689	9.06	52.44	60	0.8	0.35	
GALI	Entrenamiento	2.808	9.35	547.52	227	0.95	0.45	13
	Prueba	0.323	7.57	1.37	51	0.11	0.33	
TEAR	Entrenamiento	2.531	8.89	505.65	186	1.18	0.41	10
	Prueba	3.158	10.15	73.86	47	1.43	0.38	
TECO	Entrenamiento	2.226	10.12	312.12	216	0.83	0.47	12
	Prueba	0.879	11.33	4.98	51	0.24	0.43	

Tabla 4.16 Experiencia PT-1: resultados financieros aplicando generalización.

Clasificador	Estrategia
1#### : 0 → 0.2	OSCP(t,1,5) ≥ 0 → comprar/retener
01### : 0 → -0.34	OSCP(t,1,5) < 0 y OSCP(t-1,1,5) ≥ 0 → no comprar/vender
#0#11 : 0 → 0.26	OSCP(t-1,1,5) < 0 y OSCP(t,5,10) ≥ 0 y OSCP(t,10,20) ≥ 0 → comprar/retener
00#10 : 0 → -0.29	OSCP(t,1,5) < 0 y OSCP(t-1,1,5) < 0 y OSCP(t,5,10) ≥ 0 y OSCP(t,10,20) < 0 → no comprar/vender
00100 : 0 → 0.34	OSCP(t,1,5) < 0 y OSCP(t-1,1,5) < 0 y IFR(t,10) ≥ 50 y OSCP(t,5,10) < 0 y OSCP(t,10,20) < 0 → comprar/retener
0#00# : 0 → -0.07	OSCP(t,1,5) < 0 y IFR(t,10) < 50 y OSCP(t,5,10) < 0 → no comprar/vender
#01#1 : 0 → 0.2	OSCP(t-1,1,5) < 0 y IFR(t,10) ≥ 50 y OSCP(t,10,20) ≥ 0 → comprar/retener

Tabla 4.17 Clasificadores y estrategia para la especie ERCA (con generalización)

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS:
Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

Experiencia PT-2

En esta experiencia, se utilizará el conjunto de indicadores IND2 y se buscará aproximar el signo de la ganancia para dentro de 3 días (horizonte=3), utilizando valores de tendencia discretos.

Especie	Generalización	TE_{ent}	TE_{prueba}	#C
ACIN	NO	0.399	0.463	56
	SI	0.404	0.459	16
ERCA	NO	0.415	0.467	59
	SI	0.417	0.444	22
FRAN	NO	0.409	0.5	58
	SI	0.414	0.514	27
GALI	NO	0.4	0.453	61
	SI	0.405	0.449	20
TEAR	NO	0.393	0.488	56
	SI	0.398	0.474	22
TECO	NO	0.389	0.51	55
	SI	0.396	0.503	18

Tabla 4.18 Experiencia PT-2: Evaluación de la precisión

Sin Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	3.532	11.75	669.24	85	3.84	0.44	56
	Prueba	0.503	11.7	-1.48	46	0.43	0.3	
ERCA	Entrenamiento	0.996	9.71	55.46	177	0.55	0.47	59
	Prueba	3.109	12.68	58.03	39	1.54	0.41	
FRAN	Entrenamiento	1.698	11.81	137.57	186	0.77	0.48	58
	Prueba	-0.054	5.03	-5.04	37	-0.05	0.43	
GALI	Entrenamiento	2.602	13.41	320.05	181	1.15	0.5	61
	Prueba	-0.609	7.62	-15.22	48	-0.21	0.4	
TEAR	Entrenamiento	2.406	9.45	464.4	165	1.27	0.48	56
	Prueba	0.316	8.75	1.46	43	0.22	0.33	
TECO	Entrenamiento	3.178	10.23	817.6	159	1.66	0.5	55
	Prueba	0.093	10.8	-9.02	40	-0.03	0.35	

Tabla 4.19 Experiencia PT-2: Resultados financieros sin aplicar generalización

Con Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	3.511	10.87	734.33	66	4.91	0.5	16
	Prueba	1.409	12.23	27.37	39	1.17	0.33	
ERCA	Entrenamiento	1.681	9.58	186.02	168	0.89	0.47	22
	Prueba	3.698	13.1	75.48	35	2.03	0.43	
FRAN	Entrenamiento	1.938	10.8	213	136	1.2	0.51	27
	Prueba	-0.326	4.03	-9.34	24	-0.28	0.38	
GALI	Entrenamiento	2.532	12.33	339.16	162	1.29	0.47	20
	Prueba	0.348	8.15	0.93	42	0.18	0.4	
TEAR	Entrenamiento	2.271	8.94	389.26	155	1.24	0.49	22
	Prueba	0.769	8.7	11.1	38	0.49	0.39	
TECO	Entrenamiento	2.761	9.21	608.85	178	1.3	0.51	18
	Prueba	0.601	10.58	0.66	39	0.22	0.41	

Tabla 4.20 Experiencia PT-2: Resultados financieros aplicando generalización

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS:
Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

Clasificador	Estrategia
###10 : 0 → 0.23	$IFR(t,20) \geq 0$ y $OSCP(t,20,40) < 0 \rightarrow$ comprar/retener
#0#00 : 0 → -0.26	$OSCP(t,5,10) < 0$ y $IFR(t,20) < 0$ y $OSCP(t,20,40) < 0 \rightarrow$ no comprar/vender
#0#111 : 0 → -0.43	$IFR(t,10) < 0$ y $OSCP(t,10,20) \geq 0$ y $IFR(t,20) \geq 0$ y $OSCP(t,20,40) \geq 0 \rightarrow$ no comprar/vender
#100#1 : 0 → 0.41	$IFR(t,10) \geq 0$ y $OSCP(t,5,10) < 0$ y $OSCP(t,10,20) < 0$ y $OSCP(t,20,40) \geq 0 \rightarrow$ comprar/retener
#0#00# : 0 → -0.16	$IFR(t,10) < 0$ y $OSCP(t,10,20) < 0$ y $IFR(t,20) < 0 \rightarrow$ no comprar/vender
01100# : 0 → -0.28	$OSCP(t,1,5) < 0$ y $IFR(t,10) \geq 0$ y $OSCP(t,5,10) \geq 0$ y $OSCP(t,10,20) < 0$ y $IFR(t,20) < 0 \rightarrow$ no comprar/vender
#111## : 0 → 0.18	$IFR(t,10) \geq 0$ y $OSCP(t,5,10) \geq 0$ y $OSCP(t,10,20) \geq 0 \rightarrow$ comprar/retener
#0#101 : 0 → 0.19	$IFR(t,10) < 0$ y $OSCP(t,10,20) \geq 0$ y $IFR(t,20) < 0$ y $OSCP(t,20,40) \geq 0 \rightarrow$ comprar/retener
1110## : 0 → 0.15	$OSCP(t,1,5) \geq 0$ y $IFR(t,10) \geq 0$ y $OSCP(t,5,10) \geq 0$ y $OSCP(t,10,20) < 0 \rightarrow$ comprar/retener
010##1 : 0 → 0.41	$OSCP(t,1,5) < 0$ y $IFR(t,10) \geq 0$ y $OSCP(t,5,10) < 0$ y $OSCP(t,20,40) \geq 0 \rightarrow$ comprar/retener
110101 : 0 → -0.28	$OSCP(t,1,5) \geq 0$ y $IFR(t,10) \geq 0$ y $OSCP(t,5,10) < 0$ y $OSCP(t,10,20) \geq 0$ y $IFR(t,20) < 0$ y $OSCP(t,20,40) \geq 0 \rightarrow$ no comprar/vender
101#11 : 0 → 1.0	$OSCP(t,1,5) \geq 0$ y $IFR(t,10) < 0$ y $OSCP(t,5,10) \geq 0$ y $IFR(t,20) \geq 0$ y $OSCP(t,20,40) \geq 0 \rightarrow$ comprar/retener
#101#1 : 0 → -0.21	$IFR(t,10) \geq 0$ y $OSCP(t,5,10) < 0$ y $OSCP(t,10,20) \geq 0$ y $OSCP(t,20,40) \geq 0 \rightarrow$ no comprar/vender
00#0#1 : 0 → -0.15	$OSCP(t,1,5) < 0$ y $IFR(t,10) < 0$ y $OSCP(t,10,20) < 0$ y $OSCP(t,20,40) \geq 0 \rightarrow$ no comprar/vender
0###11 : 0 → -0.22	$OSCP(t,1,5) < 0$ y $IFR(t,20) \geq 0$ y $OSCP(t,20,40) \geq 0 \rightarrow$ no comprar/vender

Tabla 4.21 Clasificadores y estrategia para la especie ACIN (con generalización)

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS:
Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

Experiencia PT-3

En esta experiencia, se utilizará el conjunto de indicadores IND2 y se buscará aproximar el signo de la ganancia para dentro de 6 días (horizonte=6), utilizando valores de tendencia discretos.

Especie	Generalización	TE_{ent}	TE_{prueba}	#C
ACIN	NO	0.39	0.473	56
	SI	0.392	0.467	19
ERCA	NO	0.416	0.446	59
	SI	0.422	0.455	25
FRAN	NO	0.401	0.498	58
	SI	0.404	0.522	20
GALI	NO	0.396	0.444	61
	SI	0.399	0.431	27
TEAR	NO	0.384	0.437	58
	SI	0.389	0.437	21
TECO	NO	0.385	0.541	55
	SI	0.386	0.528	18

Tabla 4.22 Experiencia PT-3: Evaluación de la precisión

Sin Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	3.295	11.37	628.05	84	3.81	0.46	56
	Prueba	0.015	11.95	-9.82	46	0.25	0.28	
ERCA	Entrenamiento	0.97	10.73	40.74	168	0.53	0.44	59
	Prueba	4.585	14.46	99.85	36	2.41	0.42	
FRAN	Entrenamiento	1.655	11.11	134.9	174	0.79	0.48	58
	Prueba	-0.424	4.66	-11.36	34	-0.26	0.41	
GALI	Entrenamiento	2.336	12.68	266.44	173	1.1	0.47	61
	Prueba	-0.925	8.35	-20.82	49	-0.36	0.39	
TEAR	Entrenamiento	0.756	12.44	-7.8	195	0.33	0.48	58
	Prueba	1.336	10.96	21.77	54	0.63	0.43	
TECO	Entrenamiento	2.737	10.79	522.19	145	1.54	0.47	55
	Prueba	-0.336	11.68	-18.99	33	-0.34	0.33	

Tabla 4.23 Experiencia PT-3: Resultados financieros sin aplicar generalización.

Con Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	3.83	11.52	952.72	71	4.94	0.48	19
	Prueba	0.944	11.31	22.02	41	0.98	0.32	
ERCA	Entrenamiento	0.972	9.18	59.43	170	0.58	0.43	25
	Prueba	4.007	14.38	81.91	38	2.02	0.42	
FRAN	Entrenamiento	1.886	10.67	193.98	144	1.07	0.49	20
	Prueba	-0.369	4.1	-10.18	24	-0.32	0.38	
GALI	Entrenamiento	2.255	12.8	240.69	167	1.1	0.46	27
	Prueba	-0.141	8.24	-8.03	45	-0.05	0.38	
TEAR	Entrenamiento	2.438	9.61	427.08	147	1.38	0.46	21
	Prueba	2.263	9.53	50.71	43	1.23	0.35	
TECO	Entrenamiento	2.71	10.76	510.8	143	1.55	0.48	18
	Prueba	0.199	11.16	-9.37	32	0	0.41	

Tabla 4.24 Experiencia PT-3: Resultados financieros aplicando generalización.

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS:
Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

Clasificador	Estrategia
1###1# : 0 → 0.25	$OSCP(t,1,5) \geq 0$ y $IFR(t,20) \geq 0 \rightarrow$ comprar/retener
#0#000 : 0 → -0.44	$IFR(t,10) < 0$ y $OSCP(t,10,20) < 0$ y $IFR(t,20) < 0$ y $OSCP(t,20,40) < 0 \rightarrow$ no comprar/vender
0#1#0# : 0 → -0.31	$OSCP(t,1,5) < 0$ y $OSCP(t,5,10) \geq 0$ y $IFR(t,20) < 0 \rightarrow$ no comprar/vender
1#0101 : 0 → -1.0	$OSCP(t,1,5) \geq 0$ y $OSCP(t,5,10) < 0$ y $OSCP(t,10,20) \geq 0$ y $IFR(t,20) < 0$ y $OSCP(t,20,40) \geq 0 \rightarrow$ no comprar/vender
0#1110 : 0 → -0.22	$OSCP(t,1,5) < 0$ y $OSCP(t,5,10) \geq 0$ y $OSCP(t,10,20) \geq 0$ y $IFR(t,20) \geq 0$ y $OSCP(t,20,40) < 0 \rightarrow$ no comprar/vender
11#### : 0 → 0.24	$OSCP(t,1,5) \geq 0$ y $IFR(t,10) \geq 0 \rightarrow$ comprar/retener
010##1 : 0 → -0.4	$OSCP(t,1,5) < 0$ y $IFR(t,10) \geq 0$ y $OSCP(t,5,10) < 0$ y $OSCP(t,20,40) \geq 0 \rightarrow$ no comprar/vender
##0#10 : 0 → 0.25	$OSCP(t,5,10) < 0$ y $IFR(t,20) \geq 0$ y $OSCP(t,20,40) < 0 \rightarrow$ comprar/retener
011111 : 0 → 0.34	$OSCP(t,1,5) < 0$ y $IFR(t,10) \geq 0$ y $OSCP(t,5,10) \geq 0$ y $OSCP(t,10,20) \geq 0$ y $IFR(t,20) \geq 0$ y $OSCP(t,20,40) \geq 0 \rightarrow$ comprar/retener
00010# : 0 → -0.14	$OSCP(t,1,5) < 0$ y $IFR(t,10) < 0$ y $OSCP(t,5,10) < 0$ y $OSCP(t,10,20) \geq 0$ y $IFR(t,20) < 0 \rightarrow$ no comprar/vender
010100 : 0 → 1.0	$OSCP(t,1,5) < 0$ y $IFR(t,10) \geq 0$ y $OSCP(t,5,10) < 0$ y $OSCP(t,10,20) \geq 0$ y $IFR(t,20) < 0$ y $OSCP(t,20,40) < 0 \rightarrow$ comprar/retener
100100 : 0 → 1.0	$OSCP(t,1,5) \geq 0$ y $IFR(t,10) < 0$ y $OSCP(t,5,10) < 0$ y $OSCP(t,10,20) \geq 0$ y $IFR(t,20) < 0$ y $OSCP(t,20,40) < 0 \rightarrow$ comprar/retener
10100# : 0 → -0.31	$OSCP(t,1,5) \geq 0$ y $IFR(t,10) < 0$ y $OSCP(t,5,10) \geq 0$ y $OSCP(t,10,20) < 0$ y $IFR(t,20) < 0 \rightarrow$ no comprar/vender
#00001 : 0 → 0.04	$IFR(t,10) < 0$ y $OSCP(t,5,10) < 0$ y $OSCP(t,10,20) < 0$ y $IFR(t,20) < 0$ y $OSCP(t,20,40) \geq 0 \rightarrow$ comprar/retener
0#0000 : 0 → -0.42	$OSCP(t,1,5) < 0$ y $OSCP(t,5,10) < 0$ y $OSCP(t,10,20) < 0$ y $IFR(t,20) < 0$ y $OSCP(t,20,40) < 0 \rightarrow$ no comprar/vender
001#11 : 0 → -0.43	$OSCP(t,1,5) < 0$ y $IFR(t,10) < 0$ y $OSCP(t,5,10) \geq 0$ y $IFR(t,20) \geq 0$ y $OSCP(t,20,40) \geq 0 \rightarrow$ no comprar/vender
#01#0# : 0 → -0.36	$IFR(t,10) < 0$ y $OSCP(t,5,10) \geq 0$ y $IFR(t,20) < 0 \rightarrow$ no comprar/vender

Tabla 4.25 Clasificadores y estrategia para la especie TECO

4.5.5.2 Experiencias utilizando valores de tendencia continuos.

Experiencia PT-4

En esta experiencia, se utilizará el conjunto de indicadores IND1 y se buscará aproximar la ganancia para el día siguiente (horizonte=1), utilizando valores de tendencia continuos. El umbral para cambio de posición será 0.25.

Especie	Generalización	EAM_{ent}	EAM_{prueba}	#C
ACIN	NO	2.168	2.271	32
	SI	2.18	2.278	11
ERCA	NO	2.052	1.709	32
	SI	2.051	1.704	10
FRAN	NO	2.068	1.57	30
	SI	2.077	1.552	12
GALI	NO	1.897	1.782	32
	SI	1.911	1.756	11
TEAR	NO	1.782	1.641	32
	SI	1.793	1.624	12
TECO	NO	1.779	1.685	32
	SI	1.783	1.688	12

Tabla 4.26 Experiencia PT-4: Evaluación de la precisión

Sin Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	2.322	12.21	223.39	196	0.83	0.48	32
	Prueba	0.329	12.66	-5.09	77	0.19	0.4	
ERCA	Entrenamiento	1.819	13.46	91.61	247	0.56	0.48	32
	Prueba	4.129	14.04	76.85	64	1.11	0.48	
FRAN	Entrenamiento	2.805	10.48	610.7	261	0.9	0.45	30
	Prueba	1.399	9.61	17.37	70	0.3	0.33	
GALI	Entrenamiento	3.498	12.41	882.1	220	1.28	0.43	32
	Prueba	0.99	8.29	13.92	49	0.37	0.37	
TEAR	Entrenamiento	2.807	9.32	636.91	197	1.22	0.45	32
	Prueba	2.705	9.35	61.17	54	1.07	0.41	
TECO	Entrenamiento	2.245	10.11	318.8	216	0.84	0.47	32
	Prueba	1.014	11.21	7.95	51	0.3	0.45	

Tabla 4.27 Experiencia PT-4: Resultados financieros sin aplicar generalización.

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS:
Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

Con Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	2.732	13.49	284.98	91	2.38	0.41	11
	Prueba	1.375	16.19	3.68	36	1.37	0.25	
ERCA	Entrenamiento	1.319	8.08	118.78	187	0.6	0.43	10
	Prueba	3.682	12.94	75.52	47	1.48	0.45	
FRAN	Entrenamiento	2.103	13.55	186.1	142	1.1	0.42	12
	Prueba	2.085	9.48	36.7	34	1.12	0.32	
GALI	Entrenamiento	3.514	13.14	789.23	170	1.67	0.38	11
	Prueba	2.738	9.59	54.99	37	1.38	0.41	
TEAR	Entrenamiento	2.798	10.54	609.57	93	2.71	0.38	12
	Prueba	1.762	11	24.47	25	1.33	0.32	
TECO	Entrenamiento	2.859	8.6	655.45	48	5.21	0.48	12
	Prueba	-0.112	6.47	-5.64	12	-0.31	0.5	

Tabla 4.28 Experiencia PT-4: Resultados financieros aplicando generalización.

Clasificador	Estrategia
00#0# : 0 → -0.14	OSCP(t,1,5) < 0 y OSCP(t-1,1,5) < 0 y OSCP(t,5,10) < 0 → no hacer nada
11111 : 0 → 0.14	OSCP(t,1,5) >= 0 y OSCP(t-1,1,5) >= 0 y IFR(t,10) >= 50 y OSCP(t,5,10) >= 0 y OSCP(t,10,20) >= 0 → no hacer nada
01### : 0 → -0.83	OSCP(t,1,5) < 0 y OSCP(t-1,1,5) >= 0 → vender
10### : 0 → 0.74	OSCP(t,1,5) >= 0 y OSCP(t-1,1,5) < 0 → comprar
111#0 : 0 → 0.63	OSCP(t,1,5) >= 0 y OSCP(t-1,1,5) >= 0 y IFR(t,10) >= 50 y OSCP(t,10,20) < 0 → comprar
11#0# : 0 → 0.09	OSCP(t,1,5) >= 0 y OSCP(t-1,1,5) >= 0 y OSCP(t,5,10) < 0 → no hacer nada
00#11 : 0 → 0.12	OSCP(t,1,5) < 0 y OSCP(t-1,1,5) < 0 y OSCP(t,5,10) >= 0 y OSCP(t,10,20) >= 0 → no hacer nada
00#10 : 0 → -0.99	OSCP(t,1,5) < 0 y OSCP(t-1,1,5) < 0 y OSCP(t,5,10) >= 0 y OSCP(t,10,20) < 0 → vender
110#0 : 0 → -0.09	OSCP(t,1,5) >= 0 y OSCP(t-1,1,5) >= 0 y IFR(t,10) < 50 y OSCP(t,10,20) < 0 → no hacer nada
11011 : 0 → -0.96	OSCP(t,1,5) >= 0 y OSCP(t-1,1,5) >= 0 y IFR(t,10) < 50 y OSCP(t,5,10) >= 0 y OSCP(t,10,20) >= 0 → vender

Tabla 4.29 Clasificadores y estrategia para la especie ERCA (con generalización)

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS:
Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

Experiencia PT-5

En esta experiencia, se utilizará el conjunto de indicadores IND2 y se buscará aproximar la ganancia para dentro de 3 días (horizonte=3), utilizando valores de tendencia continuos. El umbral para cambio de posición será 0.25.

Especie	Generalización	EAM_{ent}	EAM_{prueba}	#C
ACIN	NO	3.288	3.733	56
	SI	3.319	3.743	16
ERCA	NO	3.168	2.786	59
	SI	3.215	2.759	11
FRAN	NO	3.251	2.61	58
	SI	3.325	2.563	12
GALI	NO	3.1	3.017	61
	SI	3.164	2.971	15
TEAR	NO	2.675	2.692	58
	SI	2.725	2.705	21
TECO	NO	2.616	2.866	55
	SI	2.651	2.885	29

Tabla 4.30 Experiencia PT-5: Evaluación de la precisión

Sin Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	3.88	11.16	931.44	97	2.93	0.51	56
	Prueba	1.235	11.58	16.11	48	0.72	0.33	
ERCA	Entrenamiento	2.199	13.43	186.38	144	1.16	0.47	59
	Prueba	2.863	15.06	36.47	36	1.35	0.44	
FRAN	Entrenamiento	2.288	12.04	292.89	195	0.97	0.44	58
	Prueba	1.142	6.45	18.74	44	0.5	0.43	
GALI	Entrenamiento	2.723	13.27	368	183	1.18	0.49	61
	Prueba	-0.217	6.78	-7.61	49	-0.07	0.39	
TEAR	Entrenamiento	2.822	8.7	750.97	156	1.59	0.46	58
	Prueba	2.977	10.04	68.14	37	1.69	0.41	
TECO	Entrenamiento	2.648	10.25	502.1	162	1.34	0.48	55
	Prueba	-1.234	11.29	-35.79	40	-0.91	0.38	

Tabla 4.31 Experiencia PT-5: Resultados financieros sin aplicar generalización.

Con Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	3.328	12.46	533.02	67	4.48	0.43	16
	Prueba	1.164	11.67	20.38	35	1.11	0.31	
ERCA	Entrenamiento	1.513	11.18	115.77	136	0.94	0.47	11
	Prueba	6.459	14.56	172.9	37	3.2	0.54	
FRAN	Entrenamiento	1.806	8.66	239.78	155	1	0.46	12
	Prueba	1.206	5.31	21.1	37	0.61	0.41	
GALI	Entrenamiento	2.417	14.03	260.58	89	2.2	0.34	15
	Prueba	0.275	10.57	-3.93	25	0.03	0.28	
TEAR	Entrenamiento	2.288	7.15	460.42	149	1.32	0.49	21
	Prueba	1.135	8.21	20.41	41	0.61	0.39	
TECO	Entrenamiento	2.266	11.19	311.22	158	1.18	0.46	29
	Prueba	-0.333	11.58	-24.24	38	-0.46	0.37	

Tabla 4.32 Experiencia PT-5: Resultados financieros aplicando generalización.

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS:
Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

Clasificador	Estrategia
00#### : 0 → -0.18	$OSCP(t,1,5) < 0$ y $IFR(t,10) < 0$ → no hacer nada
0#1### : 0 → -0.51	$OSCP(t,1,5) < 0$ y $OSCP(t,5,10) \geq 0$ → vender
#0##0# : 0 → 0.08	$IFR(t,10) < 0$ y $IFR(t,20) < 0$ → no hacer nada
####10 : 0 → -0.18	$IFR(t,20) \geq 0$ y $OSCP(t,20,40) < 0$ → no hacer nada
1#1##1 : 0 → 0.78	$OSCP(t,1,5) \geq 0$ y $OSCP(t,5,10) \geq 0$ y $OSCP(t,20,40) \geq 0$ → comprar
110##0 : 0 → 0.33	$OSCP(t,1,5) \geq 0$ y $IFR(t,10) \geq 0$ y $OSCP(t,5,10) < 0$ y $OSCP(t,20,40) < 0$ → comprar
0#0### : 0 → -0.25	$OSCP(t,1,5) < 0$ y $OSCP(t,5,10) < 0$ → vender
1#000# : 0 → 0.79	$OSCP(t,1,5) \geq 0$ y $OSCP(t,5,10) < 0$ y $OSCP(t,10,20) < 0$ y $IFR(t,20) < 0$ → comprar
1#011# : 0 → 0.61	$OSCP(t,1,5) \geq 0$ y $OSCP(t,5,10) < 0$ y $OSCP(t,10,20) \geq 0$ y $IFR(t,20) \geq 0$ → comprar
1000## : 0 → 0.48	$OSCP(t,1,5) \geq 0$ y $IFR(t,10) < 0$ y $OSCP(t,5,10) < 0$ y $OSCP(t,10,20) < 0$ → comprar
11###1 : 0 → 0.81	$OSCP(t,1,5) \geq 0$ y $IFR(t,10) \geq 0$ y $OSCP(t,20,40) \geq 0$ → comprar/retener
1#1#0# : 0 → 0.72	$OSCP(t,1,5) \geq 0$ y $OSCP(t,5,10) \geq 0$ y $IFR(t,20) < 0$ → comprar

Tabla 4.33 Clasificadores y estrategia para la especie FRAN (con generalización)

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS:
Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

Experiencia PT-6

En esta experiencia, se utilizará el conjunto de indicadores IND2 y se buscará aproximar la ganancia para dentro de 6 días (horizonte=6), utilizando valores de tendencia continuos. El umbral para cambio de posición será 0.25.

Especie	Generalización	EAM_{ent}	EAM_{prueba}	#C
ACIN	NO	3.485	4.1	56
	SI	3.5	4.091	18
ERCA	NO	3.37	3.011	59
	SI	3.408	3.026	21
FRAN	NO	3.434	2.783	58
	SI	3.485	2.788	21
GALI	NO	3.337	3.287	61
	SI	3.378	3.219	21
TEAR	NO	2.853	2.898	58
	SI	2.899	2.906	21
TECO	NO	2.811	3.138	55
	SI	2.831	3.152	24

Tabla 4.34 Experiencia PT-6: Evaluación de la precisión

Sin Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	3.382	10.98	681.9	100	2.51	0.51	56
	Prueba	1.206	10.95	25.33	45	0.91	0.4	
ERCA	Entrenamiento	1.93	11.3	200.75	174	0.9	0.44	59
	Prueba	4.259	14.74	88.19	47	1.65	0.51	
FRAN	Entrenamiento	1.471	9.71	116.3	164	0.7	0.49	58
	Prueba	0.247	4.7	1.15	31	0.12	0.45	
GALI	Entrenamiento	3.16	12.74	596.63	152	1.65	0.47	61
	Prueba	0.784	6.06	12.38	37	0.41	0.35	
TEAR	Entrenamiento	2.822	8.7	688.65	156	1.54	0.46	58
	Prueba	2.977	10.04	71.56	37	1.75	0.41	
TECO	Entrenamiento	2.567	10.32	467.56	161	1.31	0.48	55
	Prueba	-1.011	11.18	-28.12	39	-0.64	0.36	

Tabla 4.35 Experiencia PT-6: Resultados financieros sin aplicar generalización.

Con Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	3.429	11.23	688.09	62	5.14	0.4	18
	Prueba	1.736	12.32	49.7	32	2.07	0.28	
ERCA	Entrenamiento	0.874	13.23	-4.27	75	0.81	0.45	21
	Prueba	5.712	15.21	143.61	15	8.21	0.6	
FRAN	Entrenamiento	0.69	7.45	37.37	118	0.46	0.48	21
	Prueba	-0.55	5.18	-14.03	23	-0.54	0.57	
GALI	Entrenamiento	2.009	12.22	196.69	121	1.35	0.43	21
	Prueba	-1.233	9.25	-26.39	32	-0.75	0.31	
TEAR	Entrenamiento	2.154	8.89	336.05	153	1.18	0.46	21
	Prueba	1.86	9.61	39.07	43	1.04	0.33	
TECO	Entrenamiento	2.718	10.74	516.49	141	1.58	0.48	24
	Prueba	-0.087	11.14	-14.13	31	-0.2	0.42	

Tabla 4.36 Experiencia PT-6: Resultados financieros aplicando generalización.

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS:
Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

Clasificador	Estrategia
#11#10 : 0 → -0.2	IFR(t,10) >= 0 y OSCP(t,5,10) >= 0 y IFR(t,20) >= 0 y OSCP(t,20,40) < 0 → no hacer nada
#0000# : 0 → -0.23	IFR(t,10) < 0 y OSCP(t,5,10) < 0 y OSCP(t,10,20) < 0 y IFR(t,20) < 0 → no hacer nada
#1##11 : 0 → 0.32	IFR(t,10) >= 0 y IFR(t,20) >= 0 y OSCP(t,20,40) >= 0 → comprar
##0110 : 0 → 0.6	OSCP(t,5,10) < 0 y OSCP(t,10,20) >= 0 y IFR(t,20) >= 0 y OSCP(t,20,40) < 0 → comprar
00#1## : 0 → 0.0	OSCP(t,1,5) < 0 y IFR(t,10) < 0 y OSCP(t,10,20) >= 0 → no hacer nada
1##001 : 0 → 1.27	OSCP(t,1,5) >= 0 y OSCP(t,10,20) < 0 y IFR(t,20) < 0 y OSCP(t,20,40) >= 0 → comprar
01##01 : 0 → -1.21	OSCP(t,1,5) < 0 y IFR(t,10) >= 0 y IFR(t,20) < 0 y OSCP(t,20,40) >= 0 → vender
0#1##0 : 0 → -0.11	OSCP(t,1,5) < 0 y OSCP(t,5,10) >= 0 y OSCP(t,20,40) < 0 → no hacer nada
111#0# : 0 → 2.28	OSCP(t,1,5) >= 0 y IFR(t,10) >= 0 y OSCP(t,5,10) >= 0 y IFR(t,20) < 0 → comprar
101#10 : 0 → 3.19	OSCP(t,1,5) >= 0 y IFR(t,10) < 0 y OSCP(t,5,10) >= 0 y IFR(t,20) >= 0 y OSCP(t,20,40) < 0 → comprar
#000#0 : 0 → -0.4	IFR(t,10) < 0 y OSCP(t,5,10) < 0 y OSCP(t,10,20) < 0 y OSCP(t,20,40) < 0 → vender
100##1 : 0 → 0.63	OSCP(t,1,5) >= 0 y IFR(t,10) < 0 y OSCP(t,5,10) < 0 y OSCP(t,20,40) >= 0 → comprar
010000 : 0 → 3.11	OSCP(t,1,5) < 0 y IFR(t,10) >= 0 y OSCP(t,5,10) < 0 y OSCP(t,10,20) < 0 y IFR(t,20) < 0 y OSCP(t,20,40) < 0 → comprar
##01#0 : 0 → 0.39	OSCP(t,5,10) < 0 y OSCP(t,10,20) >= 0 y OSCP(t,20,40) < 0 → comprar
00#00# : 0 → -0.29	OSCP(t,1,5) < 0 y IFR(t,10) < 0 y OSCP(t,10,20) < 0 y IFR(t,20) < 0 → vender
###000 : 0 → -0.08	OSCP(t,10,20) < 0 y IFR(t,20) < 0 y OSCP(t,20,40) < 0 → no hacer nada
1###01 : 0 → 1.2	OSCP(t,1,5) >= 0 y IFR(t,20) < 0 y OSCP(t,20,40) >= 0 → comprar
11#01# : 0 → 1.13	OSCP(t,1,5) >= 0 y IFR(t,10) >= 0 y OSCP(t,10,20) < 0 y IFR(t,20) >= 0 → comprar
00#011 : 0 → 1.46	OSCP(t,1,5) < 0 y IFR(t,10) < 0 y OSCP(t,10,20) < 0 y IFR(t,20) >= 0 y OSCP(t,20,40) >= 0 → comprar
1##0#1 : 0 → 1.45	OSCP(t,1,5) >= 0 y OSCP(t,10,20) < 0 y OSCP(t,20,40) >= 0 → comprar
1#1111 : 0 → 0.75	OSCP(t,1,5) >= 0 y OSCP(t,5,10) >= 0 y OSCP(t,10,20) >= 0 y IFR(t,20) >= 0 y OSCP(t,20,40) >= 0 → comprar

Tabla 4.37 Clasificadores y estrategia para la especie GALI (con generalización)

4.6 Análisis de resultados

A la luz de los resultados obtenidos en las diferentes experiencias, observamos que se obtienen en muchos casos *estrategias compactas que generan ganancias significativas*.

En esta sección estudiaremos en detalle las diferentes experiencias y realizaremos distintos análisis comparativos con el fin de entender la influencia de cada variante implementada en los resultados obtenidos.

- En la sección 4.6.1 analizamos la *influencia del costo de transacción* para el modelo IC, comparando los resultados de la experiencia IC-1 ($K=0$) y la experiencia IC-2 ($K=0.005$).
- En la sección 4.6.2 analizamos el *funcionamiento del mecanismo de generalización para el modelo IC*, comparando para distintas experiencias con ese modelo, los resultados obtenidos según se aplique o no la generalización.
- En la sección 4.6.3 analizamos los resultados para el modelo IC, *en función de los indicadores utilizados*, comparando los resultados de la experiencia IC-2 (conjunto de indicadores IND1) y la experiencia IC-3 (conjunto de indicadores IND3).
- En la sección 4.6.4 analizamos el *funcionamiento del mecanismo de generalización para el modelo PT*, comparando para distintas experiencias, los resultados obtenidos según se aplique o no la generalización.
- En la sección 4.6.5 comparamos los resultados para el modelo PT, *según se utilicen valores de tendencia discretos o continuos*.
- En la sección 4.6.6 analizamos la *influencia del horizonte para la predicción*, en el modelo PT, comparando experiencias que utilizan diferentes horizontes.
- En la sección 4.6.7 se realiza una *comparación de los dos modelos* (IC y PT) comparando los mejores resultados obtenidos para cada uno de ellos.
- En la sección 4.6.8 se hace un resumen de los puntos más salientes que revelaron los diferentes análisis realizados.

4.6.1 Modelo IC : Influencia del costo de transacción

En vista de los resultados obtenidos, podemos decir que *la consideración del costo de transacción en el aprendizaje influye de manera visible en el comportamiento de la estrategia obtenida.*

- Desde el punto de vista financiero

Si comparamos los resultados obtenidos para $k=0$ (sin considerar costo de transacción) y $k=0.005$ (costo de transacción = 0.5%), observamos que los rendimientos obtenidos al aplicar la estrategia obtenida en una situación "real" (que considere los costos de transacción) son mejores en el último caso (ver la Figura 4.12 y la Figura 4.13).

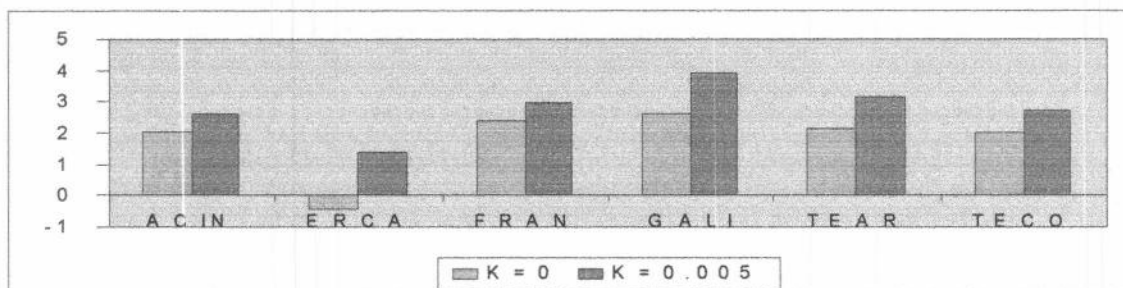


Figura 4.12 Comparación de rendimientos para distintos valores de K (entrenamiento)

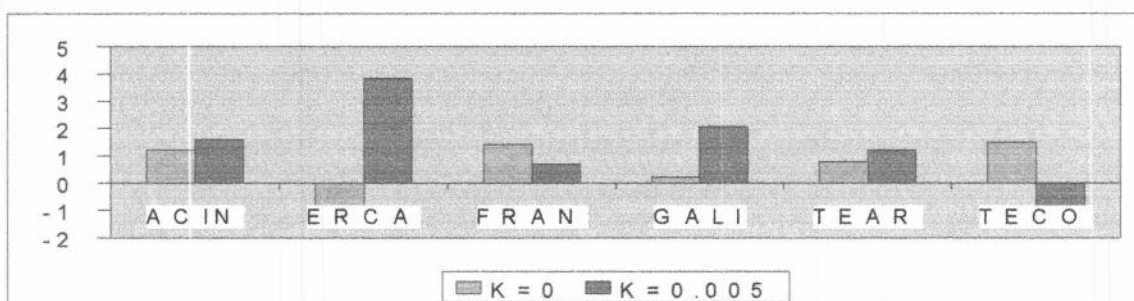


Figura 4.13 Comparación de rendimientos para distintos valores de K (prueba)

También observamos que la estrategia generada en la experiencia IC-1 (sin considerar costos de transacción) *genera más transacciones* que la estrategia IC-2 que considera el costo durante el aprendizaje (véase la Tabla 4.38).

Esto es razonable, pues en ausencia de costos de transacción, el modelo maximiza los beneficios realizando muchas transacciones de poca ganancia, por el contrario cuando se incluye el costo de transacción, hay que considerar una pequeña disminución del capital por cada operación.

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS:
Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

	#T Entrenamiento		#T Prueba	
	K=0	K=0.005	K=0	K=0.005
ACIN	171	80	68	29
ERCA	400	126	110	36
FRAN	246	168	66	41
GALI	231	172	53	40
TEAR	235	110	64	37
TECO	196	32	45	9

Tabla 4.38 Cantidad de transacciones para distintos valores de K

Esto sugiere la *conveniencia de considerar de alguna forma el costo de transacción en el modelo de aprendizaje*, de forma tal que las estrategias aprendidas puedan tener en la práctica, un mejor rendimiento.

Además el costo de transacción puede ser utilizado para regular el comportamiento de la estrategia, de modo tal que esta realice un menor número de transacciones. Esto puede ser útil para inversores que tengan restricciones en cuanto a la cantidad de transacciones (por ejemplo fondos de pensión) o que busquen estrategias con poco riesgo.

4.6.2 Modelo IC : Funcionamiento del mecanismo de generalización

A la luz de los resultados obtenidos aplicando generalización observamos que, si bien en algunos casos se logran estrategias más compactas sin resignar rendimiento financiero, en otros casos la generalización empeora la performance financiera.

- Desde el punto de vista financiero

En la Figura 4.14 y la Figura 4.15 (correspondientes a la experiencia IC-3) se observan algunos casos en los cuales la generalización produce *estrategias más compactas sin reducir la ganancia* en forma significativa (ERCA, GALI, TECO) y otros en los cuales se observa *una disminución importante del rendimiento para las estrategias que generalizan* (ACIN, FRAN).

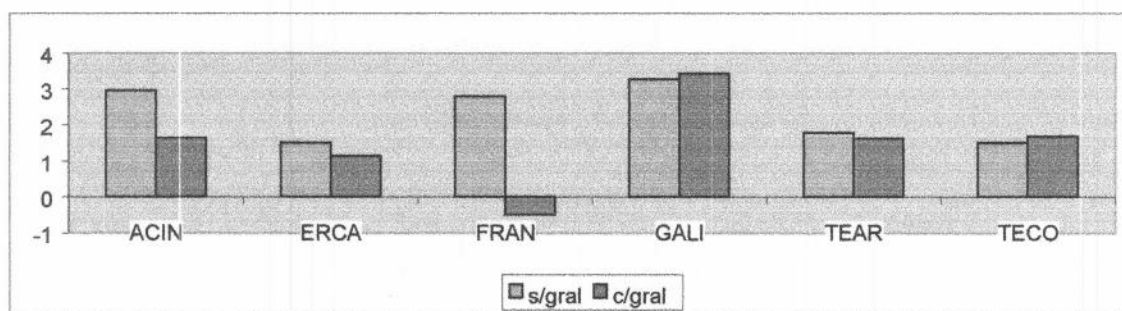


Figura 4.14 Comparación de rendimientos aplicando y sin aplicar generalización (IC-3 entrenamiento)

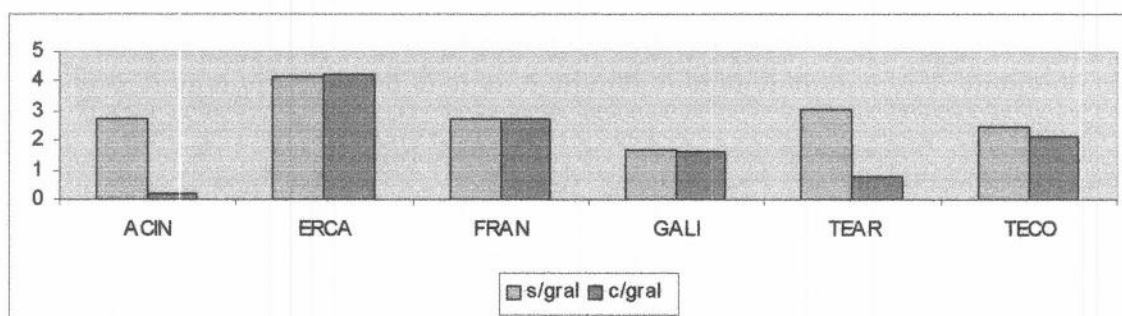


Figura 4.15 Comparación de rendimientos aplicando y sin aplicar generalización (IC-3 prueba)

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS: Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

La dificultad para generalizar en forma correcta (sin resignar rendimiento) se puede atribuir principalmente al esquema de refuerzo utilizado:

- Los valores de refuerzo acumulado para diferentes situaciones, no pueden ser agrupados en regiones definidas (zonas que agrupen valores de refuerzo similares y que estén lo suficientemente separadas entre sí).
- En algunos casos se observa que, para un mismo estado, la acción óptima tiene una predicción apenas mayor que la acción no óptima.
Por ejemplo, esto se puede dar si el inversor enfrenta un alza leve pero sostenida del precio. En ese caso comprar ese día o al día siguiente va a generar ganancias muy similares (la diferencia va a ser el incremento del precio de un día).
Tal como se observa en [Thrun 1999], cuando para una misma situación el refuerzo acumulado para diferentes acciones es similar, el error de generalización puede propagarse con la distribución del refuerzo afectando la convergencia del algoritmo hacia una política óptima.

- *Desde el punto de vista de la complejidad*

La generalización reduce en forma significativa la cantidad de clasificadores, permitiendo obtener estrategias más interpretables.

4.6.3 Modelo IC : Comparación de diferentes indicadores

Al comparar los resultados obtenidos para los diferentes indicadores utilizados (IND1 para la experiencia IC-1 IC-2, IND3 para la experiencia IC-3), notamos que los indicadores IND3 generan mejores resultados sobre el conjunto de prueba.

Si bien los indicadores IND1 contienen más información (incluye 5 ITs, mientras que IND3 incluye 4) y generan resultados mejores para el período de entrenamiento (véase la Figura 4.16), en el período de prueba los resultados obtenidos con IND3 son superiores (véase la Figura 4.17).

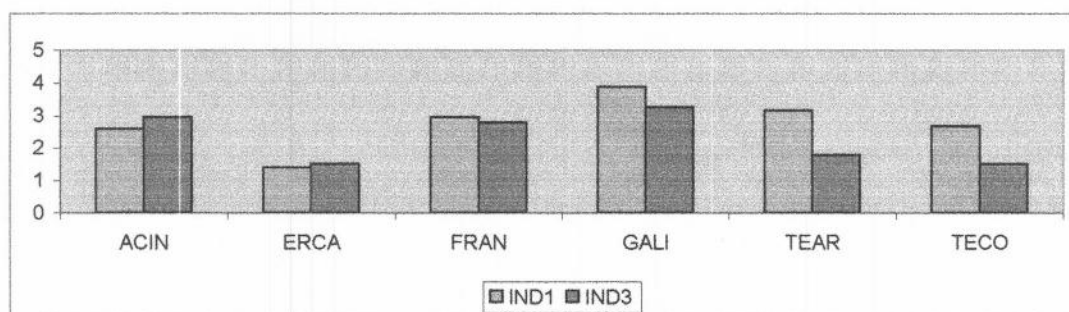


Figura 4.16 Comparación de rendimientos para diferentes indicadores (entrenamiento)

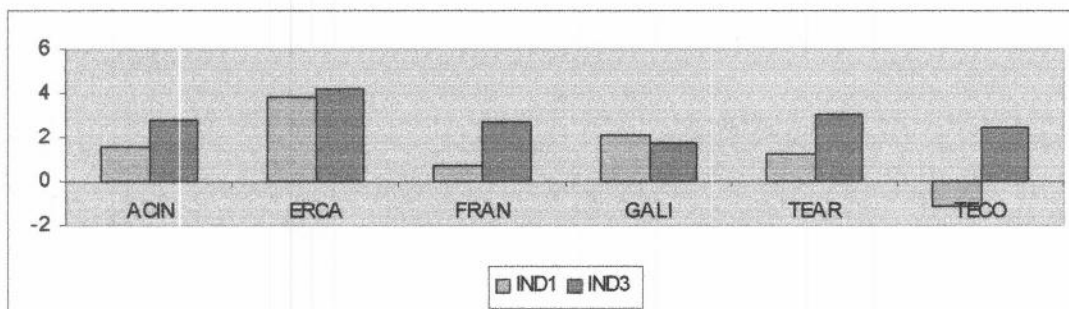


Figura 4.17 Comparación de rendimientos para diferentes indicadores (prueba)

Este comportamiento sugiere la conveniencia de seleccionar conjuntos de indicadores pequeños para evitar que un modelo más complejo genere un fenómeno de sobreaprendizaje, como producto del sobreajuste de las estrategias a los datos de entrenamiento.

4.6.4 Modelo PT : Mecanismo de generalización

Para el modelo PT, los resultados de la generalización son satisfactorios pues se obtienen conjuntos de clasificadores más compactos sin resignar precisión o ganancia.

- Desde el punto de la precisión

Para todas las experiencias, se observa que la generalización no produce un aumento significativo del error para el período de entrenamiento, mientras que para el período de prueba, en general obtiene un error menor (ver Tabla 4.14, Tabla 4.18, Tabla 4.22, Tabla 4.26, Tabla 4.30, Tabla 4.34).

- Desde el punto de vista financiero

La performance financiera en el período de entrenamiento no empeora con la generalización (ver Figura 4.18), mientras que en el período de prueba la generalización siempre obtiene rendimientos superiores y de signo positivo (ver Figura 4.19).

En los dos períodos la superioridad sobre la estrategia B&H es clara (sólo para la especie ERCA y el período de prueba se observa una leve superioridad de B&H).

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS: Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

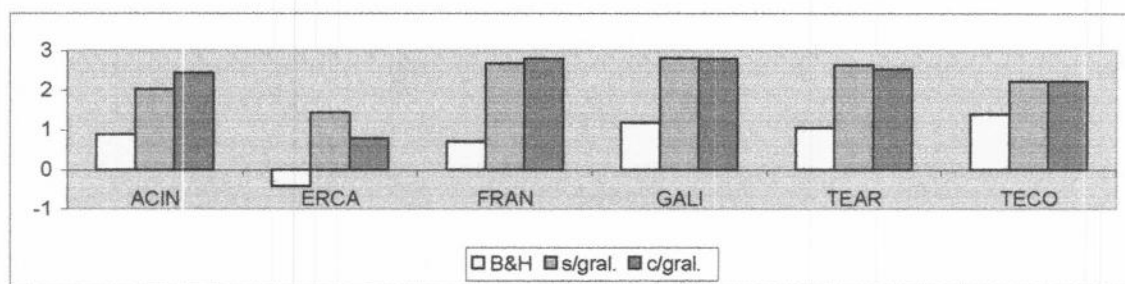


Figura 4.18 Comparación de rendimientos con y sin generalización (PT-1 entrenamiento)

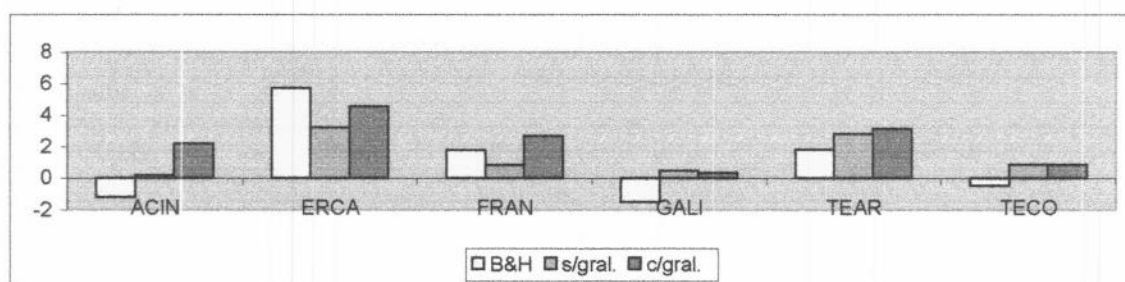


Figura 4.19 Comparación de rendimientos con y sin generalización (PT-1 prueba)

Además, otro beneficio de la generalización, es que *se generan estrategias que realizan menos transacciones* y que, por lo tanto pierden una porción menor de su capital en costos de transacción (ver Tabla 4.15 y Tabla 4.16, Tabla 4.19 y Tabla 4.20, Tabla 4.23 y Tabla 4.24, Tabla 4.27 y Tabla 4.28, Tabla 4.31 y Tabla 4.32, Tabla 4.35 y Tabla 4.36).

Dado que la generalización tiende a agrupar estados "contiguos" asignándoles una misma estimación de la ganancia, este agrupamiento hará que los cambios en la estimación (y por lo tanto en la posición del inversor) sean menos frecuentes.

- *Desde el punto de vista de la complejidad*

Como se puede observar en la Tabla 4.39, la generalización disminuye notablemente la cantidad de clasificadores.

	#C sin generalización	#C con generalización
ACIN	32	14
ERCA	32	7
FRAN	30	13
GALI	32	13
TEAR	31	10
TECO	31	12

Tabla 4.39 Comparación de la cantidad de clasificadores con y sin generalización (PT-1)

4.6.5 Modelo PT: Comparación entre valores de tendencia discretos y continuos

- Desde el punto de vista financiero

En general los resultados muestran un rendimiento similar sobre el período de entrenamiento para las dos variantes (véase la Figura 4.20). Sin embargo para el período de prueba, se observa en general *un mejor rendimiento cuando se utilizan valores discretos* (véase la Figura 4.21).

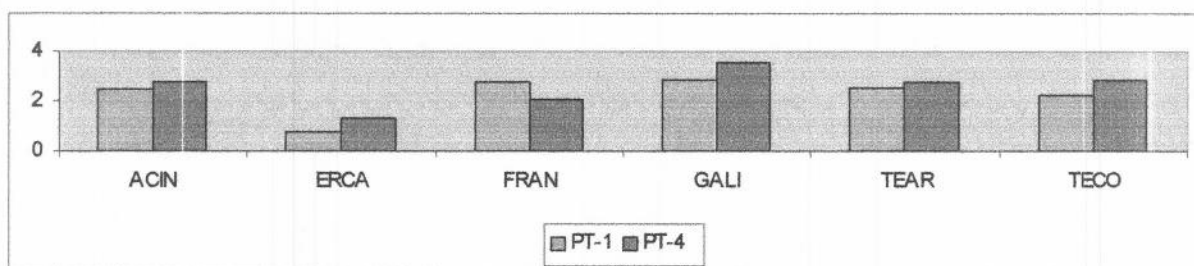


Figura 4.20 Comparación de rendimientos para valores de tendencia discretos y continuos (entrenamiento)

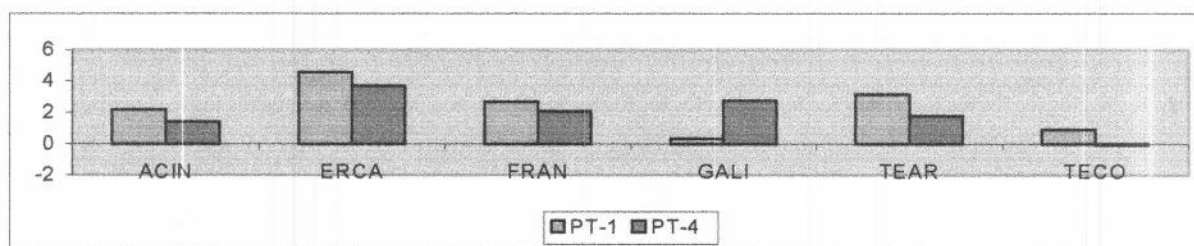


Figura 4.21 Comparación de rendimientos para valores de tendencia discretos y continuos (prueba)

Un inconveniente que podría tener la utilización de valores continuos es la *influencia de los valores extremos en el aprendizaje*: supongamos que para una misma situación se detectan variaciones de precios de 2%,1%,1%,1% y -10%. En ese caso el algoritmo (que intenta minimizar el error) estimará para esa situación una variación negativa de -1% (el promedio de los valores observados). Sin embargo, es posible que la variación de -10%, haya sido un hecho excepcional o infrecuente, en cuyo caso sería más razonable predecir una variación positiva (esto es lo que sucedería utilizando valores discretos).

4.6.6 Modelo PT : Influencia del horizonte

- *Desde el punto de vista de la precisión*

La precisión sobre el conjunto de prueba, es superior para el horizonte de un día (se observan tasas de error más pequeñas que para los horizontes de 3 y 6 días). Esto sugiere que (con los indicadores y técnicas utilizadas) es más fácil predecir un horizonte cercano (lo que va a suceder al día siguiente) que uno más lejano (lo que va a suceder en 6 días). Esta observación es coherente con las diferentes teorías del mercado vistas en la sección 1.2.

- *Desde el punto de vista financiero*

En principio, observamos que, a medida que aumenta el horizonte, las estrategias derivadas realizan menos transacciones. Esto es razonable pues los cambios de tendencia para un horizonte corto son más frecuentes que los cambios que consideran períodos más largos. En cuanto al rendimiento, observamos que, la utilización de un horizonte de un día genera mejores resultados sobre el conjunto de prueba.

Esto está directamente relacionado con la mejor precisión sobre dicho conjunto (al poder predecir mejor la tendencia, obtiene mejores ganancias).

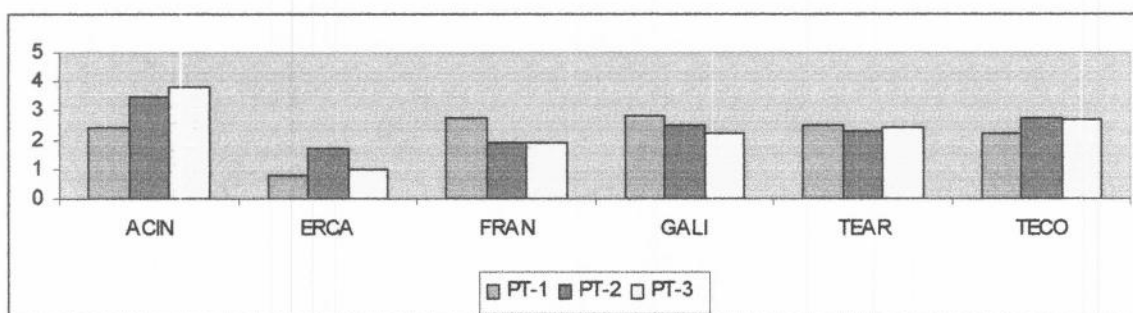


Figura 4.22 Comparación de rendimientos para diferentes horizontes (entrenamiento)

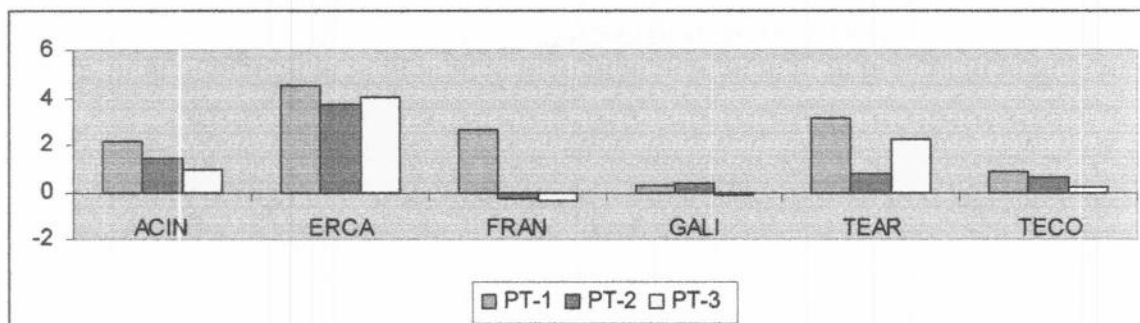


Figura 4.23 Comparación de rendimientos para diferentes horizontes (prueba)

4.6.7 Comparación de modelos

En general podemos decir que *los dos modelos pueden generar estrategias de buen rendimiento y superiores a la estrategia B&H.*

El modelo IC presenta algunas dificultades para la aplicación del mecanismo de generalización de XCS. Esto hace necesario seleccionar las variables de entrada (los indicadores) en forma más cuidadosa para evitar el *sobreaprendizaje* [Mitchell 1997]: como vimos en la sección 4.6.3, la utilización de representaciones más complejas puede producir un sobreajuste a los datos de entrenamiento y una mala performance durante la prueba.

El modelo PT, por su parte, aprovecha los mecanismos de generalización de XCS para obtener conjuntos de clasificadores más compactos y para realizar un *prunning* (selección de clasificadores más generales) que le permite evitar el sobreaprendizaje.

- Desde el punto de vista financiero

Observamos que los dos modelos generan ganancias durante los períodos de entrenamiento y prueba, dependiendo de la especie considerada la superioridad de uno u otro modelo.

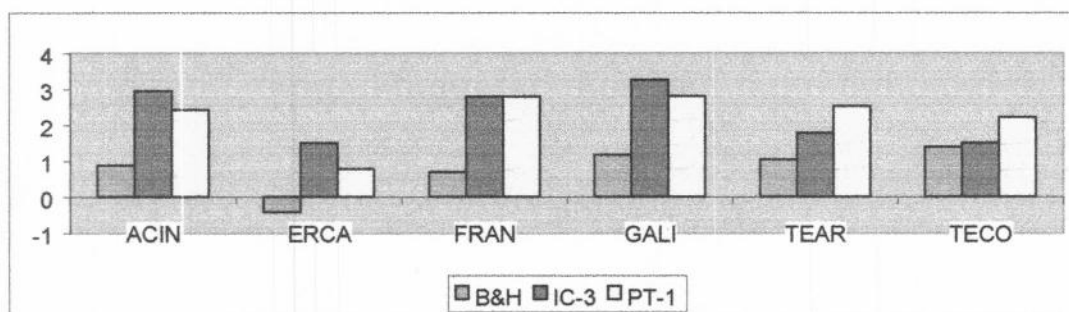


Figura 4.24 Comparación de los rendimientos para los diferentes modelos (entrenamiento)

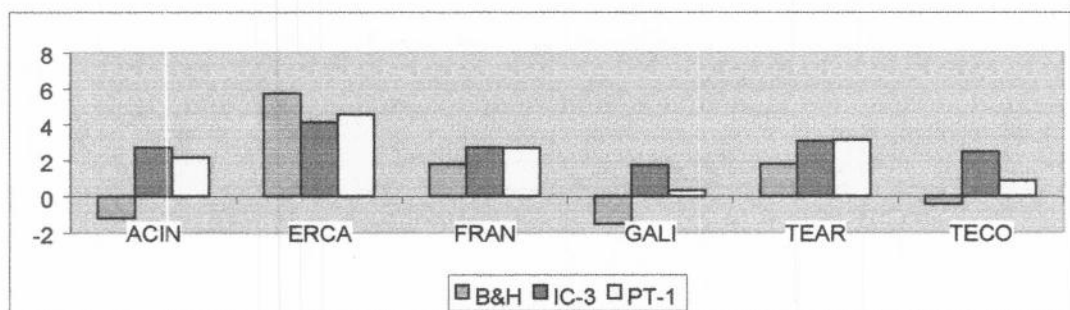


Figura 4.25 Comparación de los rendimientos para los diferentes modelos (prueba)

Además, vemos que en general, *los dos modelos superan en rendimiento a la estrategia B&H que se utiliza como benchmark* (Figura 4.24 y Figura 4.25).

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS: Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

Sólo para la especie ERCA (período de prueba), se observa una leve superioridad de B&H sobre las estrategias obtenidas. Esto es comprensible pues durante ese período, esta especie mantiene una tendencia alcista sostenida y por lo tanto la estrategia de “comprar y retener” resulta muy efectiva.

	B&H	IC-3	PT-1
ACIN	20,38	13,69	13,42
ERCA	14,9	15,09	14,15
FRAN	12,41	9,21	9,06
GALI	15,52	6,94	7,57
TEAR	12,13	10,09	10,15
TECO	13,14	11,65	11,33

Tabla 4.40 Comparación de DS para los diferentes modelos.

Otra media que comparamos es la desviación standard del rendimiento (DS). En este caso se observa que *las estrategias obtenidas presentan valores menores a los que obtiene a B&H*, esto significa que las Els aprendidas, no sólo tienen mejor rendimiento sino que además tienen un menor riesgo (véase Tabla 4.40).

- *Desde el punto de vista de la complejidad*

Dado que el modelo IC presenta algunas dificultades generalizar, las estrategias obtenidas son menos compactas que las generadas por el modelo PT.

4.6.8 Resumen

Para resumir detallaremos, en esta sección, algunos puntos del análisis que nos interesa destacar en forma particular y que serán tenidos en cuenta para experiencias posteriores.

- *Comportamiento de las Els*

Las Els obtenidas generan *buenos rendimientos tanto en términos absolutos* (se obtienen rendimientos positivos) *como relativos* (en comparación con la estrategia B&H). Además, en la mayoría de los casos, el RM de las estrategias para el período de prueba se sitúa entre el 2% y el 4%, lo cual constituye un buen rendimiento en comparación con otras opciones de inversión “sin riesgo” como los plazos fijos bancarios.

Además se observa una disminución de la medida DS con respecto a B&H, lo cual revela una pequeña disminución del riesgo por parte de las Els.

También podemos destacar la influencia de ciertos elementos del aprendizaje (consideración de los costos de transacción, generalización) en el comportamiento de las Els obtenidas (reducción de la cantidad de transacciones, mejora en los rendimientos).

Modelos para el aprendizaje de estrategias basados en XCS: Incremento del Capital y Predicción de la Tendencia

• Características de los diferentes modelos

Los dos modelos generan Els de buen comportamiento, sin embargo cada uno presenta características particulares.

- El Modelo IC tiene la ventaja de no establecer un horizonte fijo (pueden considerarse ganancias a corto y largo plazo) y permite incluir el costo de transacción dentro del aprendizaje. Por otro lado presenta dificultades para aplicar el mecanismo de generalización de XCS, observándose un mejor comportamiento cuando se inhibe este mecanismo.
- El Modelo PT, por su parte, requiere un horizonte fijo para predecir las tendencias y no considera los costos de transacción durante el aprendizaje. Sin embargo puede obtener buenas generalizaciones favoreciendo las reglas más generales cuyo error no supere un determinado umbral.

Modelo	Ventajas	Desventajas
IC	- No utiliza un horizonte fijo - Considera los costos de transacción	- Dificultades para generalizar - Sobreaprendizaje: es mejor utilizar modelos sencillos
PT	- Obtiene buenas generalizaciones	- Utiliza un horizonte fijo - No considera costos de transacción

Figura 4.26 Comparación de los Modelos IC y PT

• Sobreaprendizaje

El análisis de los resultados revela la *necesidad de utilizar mecanismos que eviten el sobreaprendizaje*. Este fenómeno se manifiesta en la existencia de Els que obtienen rendimientos óptimos durante el entrenamiento, aunque en la prueba su comportamiento no resulte el mejor (ver [Mitchell 1997]).

En nuestro caso hemos utilizado dos enfoques para evitar este problema:

- *Mecanismo de generalización de XCS*. La generalización de XCS, además de reducir la complejidad del conjunto de clasificadores, actúa como un mecanismo de *pruning* que, si bien introduce un leve aumento del error en el entrenamiento, permite evitar el sobreaprendizaje y obtener mejores resultados en el período de prueba. En este sentido, podemos decir que se aplica el principio de la *navaja de Occam* [Mitchell 1997], que sugiere elegir la *hipótesis más simple que se ajuste a los datos*.
- *Reducción de la información*. En el caso del modelo IC, en el que la aplicación de la generalización de XCS resulta más dificultosa, el sobreaprendizaje se puede evitar mediante una representación más sencilla de la información del mercado (menos indicadores técnicos). La ventaja de la *reducción de la información* en el aprendizaje de Els [Dorffner 2000] también se observa en la mejor performance para el modelo PT con la utilización de *valores de tendencia discretos*. En este caso el hecho de *considerar sólo el signo de la tendencia* durante el aprendizaje, genera mejores resultados sobre el período de prueba.

4.7 Observaciones finales

En este capítulo hemos definido diferentes modelos para el aprendizaje de Els basados en el algoritmo XCS.

En principio hemos planteado los elementos básicos del método de aprendizaje, caracterizando las Els que se busca aprender y definiendo un mecanismo para representar la información sobre el mercado en base a Indicadores Técnicos.

Luego, basándonos en el algoritmo XCS, detallamos dos modelos diferentes para el aprendizaje: el *Modelo IC* (basado en el *incremento del capital* generado por la estrategia) y el *Modelo PT* (basado en la *predicción de la tendencia* de los precios)

Cada uno de estos modelos tiene características particulares y se centra en aspectos distintos del problema.

Mientras que el modelo IC se centra en las ganancias obtenidas por el inversor y se enmarca dentro de los problemas de Aprendizaje por Refuerzo, el modelo PT se centra en la predicción de los precios y se relaciona con las técnicas de aproximación de funciones.

A partir de los resultados obtenidos en las experiencias con los diferentes modelos pudimos obtener una serie de conclusiones interesantes. Por un lado los dos modelos son capaces de obtener *buenos rendimientos* en términos absolutos (en general el rendimiento mensual promedio es positivo y considerable) y en términos relativos (en general se supera a la estrategia B&H utilizada como benchmark).

También podemos destacar que ambos generan *estrategias interpretables* y en el caso del modelo PT se genera, a través de los mecanismos de generalización de XCS, una población de clasificadores muy compacta.

En cuanto a las diferencias entre ambos modelos, el modelo IC ofrece la ventaja de trabajar sin un horizonte fijo, permite incorporar el costo de transacción al aprendizaje. El modelo PT, por su parte, ofrece una mejor respuesta a los mecanismos de generalización de XCS obteniendo generalizaciones compactas de buen rendimiento en el período de prueba.

5 Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua: intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

En el capítulo anterior hemos utilizado condiciones lógicas para representar la información sobre el mercado, en base a los valores de diferentes *Indicadores Técnicos* (ITs). Si bien ésta es una aproximación muy común en el Análisis Técnico (AT) en donde se postulan reglas de inversión del tipo “si la Media Móvil de 5 días es mayor que la Media Móvil a 20 días *entonces* comprar”, el esquema planteado es muy rígido y no permite explotar toda la información de los ITs.

Supongamos, por ejemplo, que un inversor decide aplicar la regla definida más arriba. Esta puede expresarse como :

$$\text{si } MM(t,5) - MM(t,10) > 0 \rightarrow \text{comprar}$$

¿Qué sucede si la diferencia entre las medias móviles es muy pequeña (digamos 0.0001)? En ese caso, ¿el inversor debe comprar o esperar a que la diferencia sea realmente *significativa*?, ¿a partir de qué valor la diferencia se puede considerar significativa?

Como vemos, la utilización de información numérica como los ITs, nos enfrenta a este tipo de problemas, que revelan la presencia de *información imprecisa o ambigua*.

En este capítulo desarrollaremos dos extensiones al algoritmo XCS, con el objetivo de permitir el tratamiento de variables de entrada continuas, en forma consistente: por un lado utilizaremos una representación basada en *intervalos* (XCSI) y por otro una representación basada en *conjuntos difusos* (XCSD).

En la sección 5.1 detallaremos las motivaciones para el desarrollo de estas extensiones, profundizando el concepto de información imprecisa y ambigua.

En la sección 5.2 planteamos un marco de trabajo en el que nos basamos para definir las diferentes alternativas. Realizaremos algunas definiciones con respecto a las particiones intervalares y difusas, y explicaremos cómo se adapta el concepto de generalización (clave en XCS) a este tipo de representaciones.

En la sección 5.3 presentaremos el algoritmo XCSI (representación intervalar) detallando las principales diferencias con XCS. Aplicaremos este algoritmo en una serie de experiencias que nos servirán para evaluar su comportamiento y comparar los resultados con los obtenidos en el capítulo anterior.

En la sección 5.4 presentaremos el algoritmo XCSD (representación difusa). Se explicarán las modificaciones realizadas para incorporar los conjuntos difusos a XCS y se realizarán una serie de experiencias para evaluar las ventajas de este enfoque.

5.1 Motivaciones

Tal como adelantamos al introducir este capítulo, el uso de los ITs que hacen las Els del Análisis Técnico tradicional y las obtenidas en el capítulo anterior, plantea algunas dificultades. Tomemos por ejemplo la regla mencionada más arriba :

$$\text{si } MM(t,5) - MM(t,10) > 0 \rightarrow \text{comprar}$$

Esta regla de inversión compara medias móviles de diferente longitud y sugiere comprar cuando la media corta supera a la larga.

Como mencionamos anteriormente, es difícil precisar si el valor 0 es el umbral exacto a partir del cual el inversor debe realizar la compra (¿qué sucede si la diferencia entre las medias es apenas superior a 0?) Por otro lado, ¿qué sucede si la diferencia entre las medias es *muy grande* (por ejemplo un 20%)? En ese caso, ¿la decisión debería ser la misma, o es posible que se esté en presencia de una situación de sobrecompra, que antecede a la caída de los precios? En este último caso, ¿cuál es el umbral para definir el valor “muy grande”? Podríamos acordar que un 20% es una diferencia “muy grande” y que un 19.5% también, pero ¿un 5% es una diferencia “muy grande”?

Este tipo de interrogantes revelan que, por un lado, es posible obtener más información de los ITs, aunque por otro lado esta información puede ser *imprecisa y ambigua*.

La *imprecisión* de un enunciado se refiere a la imperfección del conocimiento que éste representa. Esta imperfección puede implicar la duda acerca del valor de una variable, el acierto de una decisión o la validez de una conclusión obtenidas por un sistema. Existen diferentes tipos de imprecisión como la *incertidumbre* motivada por la falta de certeza sobre la ocurrencia de un evento, o a la *ambigüedad* motivada por la falta de límites bien definidos para un conjunto de objetos [Driankov 1993].

El aprendizaje de Els, debe enfrentar estos dos tipos de imprecisión:

- *Ambigüedad*: Como vimos, es difícil establecer un umbral exacto a partir del cual los valores de los ITs puedan ser considerados “significativos” o “grandes”. Esto sugiere la utilización de intervalos que definan conjuntos de valores, aunque los límites de los intervalos no puedan ser definidos en forma exacta. En este sentido, la lógica difusa permite tratar la ambigüedad por medio de funciones con grado de pertenencia a un conjunto [Klir 1989].
- *Incetidumbre*. El hecho de tener ejemplos positivos para un concepto y otros negativos para el mismo concepto, denotan incertidumbre en la inferencia. La lógica difusa permite tratar la incertidumbre por medio de los operadores de implicación: *Si ... ENTONCES*, donde el *ENTONCES* es un operador t-norma (mínimo, producto, etc.) y mediante la combinación de reglas [Klir 1989].

5.2 Marco de trabajo

En principio, definimos un *estado continuo*, como el conjunto formado por los valores $\{r_1, r_2, \dots, r_n\}$, $r_j \in \mathbb{R}$, donde r_j es el valor de la variable v_j .

Las extensiones al algoritmo XCS que definiremos en este capítulo representarán estos valores de entrada utilizando *particiones* predefinidas (de intervalos o conjuntos difusos) sobre el dominio de cada variable. En este contexto, el concepto de *generalización* de XCS, se implementará mediante la *unión* de elementos de la partición.

5.2.1 Particiones intervalares

Uno de los enfoques que utilizaremos para representar los estados continuos, será la utilización de particiones intervalares. Una partición intervalar del dominio de la variable v_j , es un conjunto ordenado de m_j intervalos disjuntos, $I^j = \{I_1^j, \dots, I_{m_j}^j\}$, donde los intervalos están ordenados "de menor a mayor" y cubren todo el dominio de la variable. Esto significa que para dos intervalos I_k^j y I_q^j , si $k < q$, entonces para cualquier par de valores x_k y x_q , si $x_k \in I_k^j$ y $x_q \in I_q^j \rightarrow x_k < x_q$.

La idea es definir un estado intervalar asignando a cada valor continuo de entrada el intervalo al que pertenece. Además utilizaremos la *unión de intervalos* adyacentes, con el objetivo de poder generalizar, definiendo condiciones que agrupen varios estados. En este caso usaremos la notación $I_{d..h}^j$, para referirnos a

la unión $\bigcup_{k=d}^h I_k^j$.

Supongamos, por ejemplo, que la variable v_1 toma valores en el rango $[-1, 1]$, una partición posible es $I^1 = \{[-1, -0.6], [-0.6, -0.2], [-0.2, 0.2], [0.2, 0.6], [0.6, 1]\}$.

En la Figura 5.1 se visualiza el intervalo $I_{2..3}^1 = [-0.6, 0.2]$.

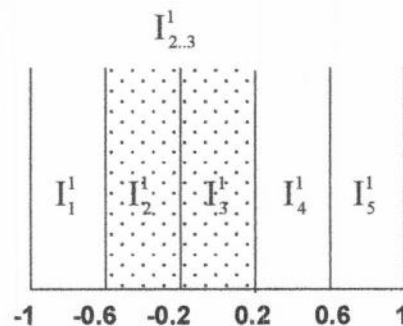


Figura 5.1 Partición intervalar

Con estos elementos podemos definir en forma más precisa un *estado intervalar*, como el conjunto de intervalos $\{i_1, i_2, \dots, i_n\}$, donde cada $i_j \in I^j$.

Un estado intervalar $si = \{i_1, i_2, \dots, i_n\}$ representa al estado continuo $sc = \{r_1, r_2, \dots, r_n\} \Leftrightarrow r_j \in i_j$ para $1 \leq j \leq n$.

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

Por ejemplo si tenemos dos variables v_1 y v_2 y las particiones respectivas I^1, I^2 con $I^1 = I^2 = \{[-1, -0.6), [-0.6, -0.2), [-0.2, 0.2), [0.2, 0.6), [0.6, 1]]\}$, se pueden representar los estados continuos tal como se ve en la Figura 5.2.

Estado Continuo	Estado Intervalar
$\{0.3, -0.5\}$	$\{I_4^1, I_2^2\}$
$\{-0.7, 0.3\}$	$\{I_1^1, I_4^2\}$
$\{0.0, 0.0\}$	$\{I_3^1, I_3^2\}$

Figura 5.2 Estados Intervalares

5.2.2 Particiones difusas

En forma análoga al caso intervalar, podemos definir para cada variable v_j una partición de m_j conjuntos difusos $D^j = \{D_1^j, \dots, D_{m_j}^j\}$, con los conjuntos difusos ordenados "de menor a mayor".

En este caso, también utilizaremos la notación $D_{d..h}^j$, para referirnos a la unión $\bigcup_{k=d}^h D_k^j$, donde la unión de los conjuntos difusos se realiza utilizando una operación de tipo T-Conorma, en este trabajo utilizaremos :

$$\mu_{A \cup B}(x) = \min(1, \mu_A(x) + \mu_B(x))$$

Supongamos, por ejemplo, que la variable v_1 toma valores en el rango $[-1, 1]$, en ese caso, una partición uniforme, con funciones de pertenencias triangulares, puede verse en la Figura 5.3.

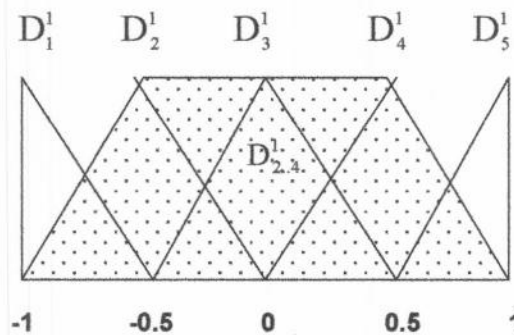


Figura 5.3 Partición difusa para la variable j

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

En forma análoga al caso intervalar, un *estado difuso* sd se representa con un conjunto de conjuntos difusos $\{d_1, \dots, d_n\}$ (uno para cada variable), donde $d_j \in D^j$. Además decimos que un estado difuso $sd = \{d_1, \dots, d_n\}$, empareja con el estado continuo $sc = \{r_1, r_2, \dots, r_n\}$ en un grado $g(sd, sc)$, con :

$$g(sd, sc) = \mu_{d1}(r_1) \otimes \mu_{d2}(r_2) \otimes \dots \otimes \mu_{dn}(r_n)$$

donde μ_{dj} es la función de pertenencia del conjunto d_j y $\otimes$ es una T-Norma (en esta tesis utilizaremos el mínimo).

A diferencia del caso intervalar para cada estado continuo sc puede haber *más de un estado difuso* asociado (con grado de emparejamiento > 0).

Por ejemplo si tenemos dos variables v_1 y v_2 y dos particiones D^1, D^2 , como las definidas en la Figura 5.3, se pueden representar los estados continuos tal como se ve en la Figura 5.4.

sc	sd	$g(sd, sc)$
{0.3, -0.5}	$\{D_3^1, D_2^2\}$	0.4
	$\{D_4^1, D_2^2\}$	0.6
{-0.7, 0.3}	$\{D_1^1, D_3^2\}$	0.4
	$\{D_1^1, D_4^2\}$	0.4
	$\{D_2^1, D_3^2\}$	0.4
	$\{D_2^1, D_4^2\}$	0.6
{0.0, 0.0}	$\{D_3^1, D_3^2\}$	1

Figura 5.4 Estados Difusos

Tanto en el caso difuso como en el caso intervalar, cada elemento de la partición puede tener asociada una *etiqueta lingüística*. Supongamos, por ejemplo, que el dominio de la variable v_1 es el intervalo $[-1, 1]$, sobre el que se define una partición difusa uniforme de cinco conjuntos. Se puede asignar a los conjuntos las etiquetas NG, N, C, P, PG ("negativo grande", "negativo", "cero", "positivo", "positivo grande") lo cual nos permite una representación más interpretable acerca del valor de la variable y los clasificadores, obteniéndose expresiones del tipo:

"Si $v_1 \in N$ y $v_2 \in P$ y ... ENTONCES ... "

Para la unión de conjuntos o intervalos, también utilizaremos la notación $Etiqueta_d..Etiqueta_h$ (por ejemplo NG..N significa " $v \in NG$ o $v \in N$ ").

Este enfoque (en el caso difuso) emparenta el método que aplicaremos con los *SBRDs descriptivos* (ver sección 2.3).

5.3 XCSI: Representación intervalar

La primera adaptación de XCS que estudiaremos será la utilización de estados *intervalares* para representar los valores de entrada, nos referiremos a este nuevo algoritmo con el nombre XCSI.

Entre los antecedentes de este tipo de algoritmo podemos mencionar la propuesta de Wilson [Wilson 2001c] para adaptar XCS a valores de entrada enteros, que tiene algunas similitudes con el algoritmo aquí desarrollado y otra propuesta del mismo autor [Wilson 2000b] que utiliza intervalos de extensión variable para representar las variables de entrada.

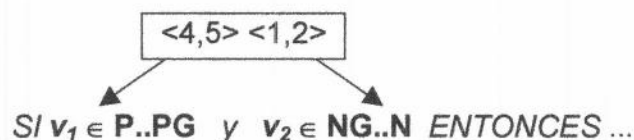
En principio detallaremos las modificaciones realizadas al algoritmo original con el propósito de utilizar esta representación, luego se explicarán las diferentes experiencias realizadas y se analizarán los resultados.

5.3.1 Modificaciones al algoritmo original

La principal modificación al algoritmo XCS, consiste en adaptar la representación de las condiciones de los clasificadores, para que puedan representar estados intervalares y realizar generalizaciones sobre los mismos.

Así como en la representación original se utilizaba para cada bit de la condición un símbolo del alfabeto $\{0,1,\#\}$, en este caso se utilizará para cada variable de entrada v_j (sobre cuyo dominio se define una partición de m_j intervalos) un par de enteros (d_j, h_j) , con $1 \leq d_j \leq h_j \leq m_j$. Este par representa la unión de intervalos contiguos $I_{d..h}^j$, tal como se definió en la sección 5.2.1. De esta forma la condición $\{(d_1, h_1), \dots, (d_n, h_n)\}$ emparejará con un estado continuo $\{r_1, \dots, r_n\} \Leftrightarrow r_j \in I_{d_j..h_j}^j$ para $1 \leq j \leq n$.

Por ejemplo, tomando los estados de la Figura 5.2, la condición $\{(4,5),(1,2)\}$ representa el conjunto de intervalos $\{[0.2,1],[-1,-0.2]\}$ y empareja con los estados continuos $\{0.25,-0.5\}$, $\{0.8,-0.7\}$, $\{0.5, -0.25\}$, etc. Si además asociamos a cada intervalo etiquetas lingüísticas, las condiciones podrán “traducirse” mediante expresiones interpretables :



Al igual que en la formulación original de XCS, también definiremos la relación “más general que” para expresar que un clasificador c incluye la región que cubre c' . Con esta representación c es más general que c' si para cada variable j se cumple $d_j \leq d'_j$ y $h_j \geq h'_j$. Por ejemplo la condición $\{(4,5),(1,2)\}$ es más general que $\{(4,5),(2,2)\}$.

Tanto los operadores genéticos utilizados en el AG, como el cubrimiento deberán adaptarse a esta nueva representación.

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

La *cruza* se realiza en forma similar al caso tradicional, esto es, seleccionando un punto de cruce e intercambiando las porciones de la condición correspondientes, la *mutación* opera sobre cada par (d_j, h_j) y se implementa sumando (o restando) a cada elemento del par un entero aleatorio, de forma tal que los valores resultantes sean válidos. Para el término (d_j, h_j) , la mutación procede del siguiente modo:

```

/* Modificación de  $d_j$  */
1 Seleccionar el signo en forma uniforme
2 si se seleccionó "+"
3      $d_j \leftarrow d_j + \text{random}(0..h_j-d_j)$ 
4 si no
5      $d_j \leftarrow d_j - \text{random}(0..d_j-1)$ 
/* Modificación de  $h_j$  */
6 Seleccionar el signo en forma uniforme
7 si se seleccionó "+"
8      $h_j \leftarrow h_j + \text{random}(0..m_j)$ 
9 si no
10     $h_j \leftarrow h_j - \text{random}(0..h_j-d_j)$ 

```

En todos los casos $\text{random}(x,y)$ obtiene un entero aleatorio a , $x \leq a \leq y$, en forma uniforme.

Por otra parte, en el *cubrimiento* (durante el cual se generan nuevos clasificadores para cubrir situaciones no observadas con anterioridad) cada término puede generalizarse extendiéndose el intervalo "hacia la derecha" ($h_j \leftarrow h_j + \text{random}(0..m_j)$) o "hacia la izquierda" ($d_j \leftarrow d_j - \text{random}(0..d_j-1)$).

5.3.2 Experiencias

A continuación detallaremos las experiencias realizadas utilizando particiones intervalares.

Los datos, los indicadores, la metodología de aprendizaje y la valuación de las Els, se mantienen sin modificaciones con respecto a las experiencias realizadas en el capítulo anterior (ver sección 4.5). En este caso, también agruparemos las experiencias realizadas con XCSI según el modelo (IC o PT) que se aplique en cada caso (véase la Tabla 5.1).

Modelo IC			
Experiencia	Indicadores	K	
IC-1	IND3	0.005	
Modelo PT			
Experiencia	Indicadores	Tendencia	Horizonte
PT-1	IND1	discreta	1
PT-2	IND2	discreta	3
PT-3	IND2	discreta	6
PT-4	IND1	continua	1
PT-5	IND2	continua	3
PT-6	IND2	continua	6

Tabla 5.1 Resumen de las experiencias realizadas

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

5.3.2.1 Definición de las particiones

Para poder aplicar el algoritmo, es necesario definir las particiones en intervalos para cada variable. Para ello llevaremos a cabo el siguiente procedimiento: realizaremos primero un proceso de *normalización* (trasladando los valores de los indicadores al intervalo $[-1,1]$), para luego dividir ese intervalo en *particiones uniformes*.

Normalización

Una de las formas tradicionales para normalizar la variable v , sería obtener para la los valores máximos y mínimos observados en los datos, y trasladar los valores de ese rango al intervalo $[-1,1]$, aplicando la fórmula:

$$\text{Norm}(x) = -1 + (x - V_{\min}) / (V_{\max} - V_{\min}) * (1 - (-1))$$

Sin embargo esta técnica genera dificultades cuando la distribución de los valores no es uniforme y existen unas pocas ocurrencias de valores extremos.

Veamos por ejemplo el histograma que muestra la distribución del indicador IND11 para la especie ACIN (Figura 5.5). Se observa una mayor acumulación de puntos alrededor de la media (cerca a cero) y la existencia de unos pocos puntos extremos bastante alejados de la media. Si generamos particiones dividiendo el rango en intervalos de igual longitud, tendríamos una distribución poco uniforme de los valores.

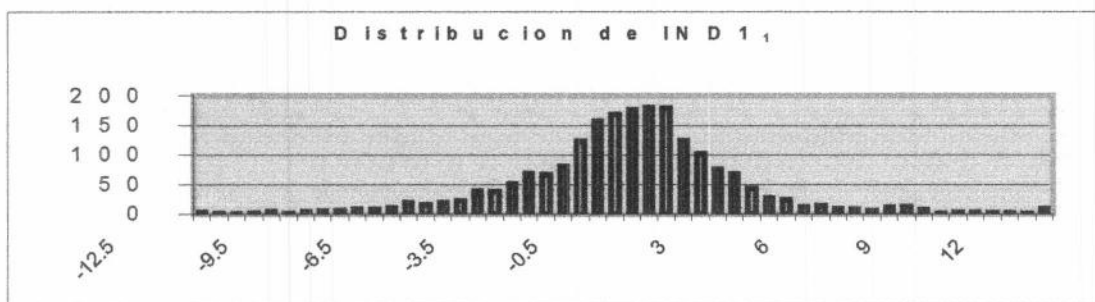


Figura 5.5 Distribución de IND11 para la especie ACIN.

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua: Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

Para corregir esta situación normalizaremos aplicando el siguiente procedimiento, sugerido en [Mendelsohn 1993].

1. Se definen los límites :

$$\begin{aligned}V'_{\min} &= \bar{v} - 2 * \text{std}(v) \\ V'_{\max} &= \bar{v} + 2 * \text{std}(v)\end{aligned}$$

donde $\bar{v}$ es la media observada para la variable y $\text{std}(v)$ es la desviación estándar.

2 Se normaliza aplicando la fórmula:

$$Norm(x) = \begin{cases} 1 & : x > V'_{\max} \\ -1 & : x < V'_{\min} \\ -1 + (x - \frac{V'_{\min}}{V'_{\max} - V'_{\min}}) * (1 - (-1)) & : \text{en otro caso} \end{cases}$$

De esta forma evitamos la influencia excesiva de los valores extremos en la definición de las particiones.

Construcción de las particiones

Como ya hemos dicho, las particiones se definirán dividiendo el rango $[-1,1]$ en intervalos de igual extensión. Para nuestras experiencias utilizaremos particiones de cinco intervalos, para todos los ITs. La partición resultante es:

$$\{-1, -0.6), [-0.6, -0.2), [-0.2, 0.2), [0.2, 0.6), [0.6, 1]\}$$

Para interpretar la estrategia obtenida utilizaremos las etiquetas NG, N, C, P, PG ("negativo grande", "negativo", "cero", "positivo", "positivo grande") para referirnos a cada uno de estos intervalos.

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

5.3.2.2 Experiencias con el modelo IC

En esta sección agruparemos los resultados obtenidos para las experiencias con el modelo IC.

Expondremos los resultados de una sola experiencia (IC-1) utilizando el conjunto de indicadores IND3. Si bien se hicieron otras experiencias, los resultados obtenidos en esos casos muestran comportamientos similares a los de la experiencia que se expone.

En cuanto a los parámetros y extensiones de XCS, se aplicarán todas las extensiones del algoritmo descritas en la sección 3.3 (eliminación de subsumidos, especificación, compactación de la población, adaptación para ambiente no determinístico) y se utilizarán, los siguientes parámetros:

Parámetro	Valor
N	3000
prob _c	0.8
prob _m	0.04
prob _#	0.7
prob _{esp}	0.5
X _{sub}	500
ε ₀	0.1
β	0
γ	0.995
α	0.1
η	5
δ	0.1
θ _{AG}	50
p _{ini}	0
ε _{ini}	0
f _{ini}	0.01
g _{min}	0.3

Tabla 5.2 Parámetros de XCSI para las experiencias con el Modelo IC

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

Experiencia IC-1

En esta experiencia se utiliza el conjunto de indicadores IND3, un valor de $K=0.005$ (costo de transacción de 0.5%).

Sin Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	10,364	13,79	70791,94	148	4,94	0,75	1444
	Prueba	-4,445	11,74	-81,52	76	-1,86	0,41	
ERCA	Entrenamiento	9,122	13,39	87351,15	185	4,02	0,71	1380
	Prueba	0,228	7,67	-6,99	50	-0,02	0,46	
FRAN	Entrenamiento	9,56	13,36	131351,31	166	4,76	0,7	1496
	Prueba	1,794	7,85	32,89	40	0,87	0,48	
GALI	Entrenamiento	8,488	14,84	33001,89	129	5,03	0,64	1368
	Prueba	-0,286	6,4	-8,87	44	-0,05	0,48	
TEAR	Entrenamiento	6,612	10,2	16068,78	136	4,06	0,64	1308
	Prueba	2,166	10,12	36,22	37	1,14	0,43	
TECO	Entrenamiento	7,685	10,3	27889	154	3,97	0,64	1284
	Prueba	2,129	11,61	32,95	48	0,77	0,4	

Tabla 5.3 Experiencia IC-1: Resultados financieros sin aplicar generalización

Con Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	0,951	9,98	41,45	91	0,71	0,42	63
	Prueba	1,169	9,38	25,04	34	1,22	0,38	
ERCA	Entrenamiento	3,487	8,76	1199,85	149	1,97	0,54	247
	Prueba	2,21	7,63	46,85	42	1,05	0,45	
FRAN	Entrenamiento	3,17	11,03	786,97	179	1,5	0,51	206
	Prueba	1,541	9,51	19,4	45	0,61	0,31	
GALI	Entrenamiento	4,875	12,18	2506,44	124	3,02	0,56	273
	Prueba	-0,972	9,62	-23,52	30	-0,67	0,33	
TEAR	Entrenamiento	4,069	9,46	2022,07	127	2,69	0,54	260
	Prueba	4,384	11,13	110,04	30	2,9	0,47	
TECO	Entrenamiento	3,449	9,19	1035,58	126	2,24	0,48	204
	Prueba	0,081	7,94	-4,68	48	0,02	0,31	

Tabla 5.4 Experiencia IC-2: Resultados financieros aplicando generalización

5.3.2.3 Experiencias con el modelo PT

En esta sección mostraremos los resultados obtenidos para las experiencias con el modelo PT.

Al igual que en el capítulo anterior agruparemos estas experiencias en aquellas que utilizan *valores de tendencia discretos* (PT-1, PT2, PT3) y las que utilizan *valores de tendencia continuos* (PT-4, PT-5, PT-6). En cada caso las predicciones de tendencia se realizarán para horizontes de 1,3 y 6 días y se aplicarán dos variantes de XCS: *aplicando el mecanismo de generalización e inhibiendo el mecanismo de generalización*.

Además, en algunos casos mostraremos los clasificadores obtenidos para ilustrar las Els aprendidas.

En cuanto a los parámetros y extensiones de XCS, se aplicarán todas las extensiones del algoritmo descritas en la sección 3.3 (eliminación de subsumidos, especificación, compactación de la población, adaptación para ambiente no determinístico) y se utilizarán, para todos los experimentos los siguientes parámetros:

Parámetro	Valor
N	3000
prob _c	0.8
prob _m	0.04
prob _#	0.7
prob _{esp}	0.5
X _{sub}	500
ε ₀	0.1
β	0.005
α	0.1
η	5
δ	0.1
θ _{AG}	50
p _{ini}	0
ε _{ini}	0
f _{ini}	0.01

Tabla 5.5 Parámetros de XCSI para las experiencias con el modelo PT

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

Experiencias utilizando valores de tendencia discretos

Experiencia PT-1

En esta experiencia se utiliza el conjunto de indicadores IND1, y se predice la tendencia (utilizando valores discretos) para el día siguiente (horizonte=1).

Especie	Generalización	TE_{ent}	TE_{prueba}	#C
ACIN	NO	0.211	0.52	520
	SI	0.326	0.388	91
ERCA	NO	0.219	0.488	530
	SI	0.351	0.375	92
FRAN	NO	0.318	0.425	525
	SI	0.322	0.421	125
GALI	NO	0.211	0.464	497
	SI	0.324	0.392	122
TEAR	NO	0.206	0.459	540
	SI	0.298	0.393	119
TECO	NO	0.207	0.455	495
	SI	0.319	0.386	77

Tabla 5.6 Experiencia PT-1: Evaluación de la precisión

Sin Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	10.293	12.84	84794.35	287	2.57	0.69	520
	Prueba	-4.108	13.29	-81.78	115	-1.19	0.37	
ERCA	Entrenamiento	8.983	12.6	86868.47	328	2.24	0.69	530
	Prueba	0.563	10.7	-1.55	78	0.09	0.41	
FRAN	Entrenamiento	4.932	10.93	3792.14	264	1.6	0.57	125
	Prueba	1.2	7.89	17.06	69	0.31	0.41	
GALI	Entrenamiento	7.389	9.97	21072.6	323	1.82	0.65	497
	Prueba	-2.042	6.3	-34.83	72	-0.53	0.36	
TEAR	Entrenamiento	8.193	12.38	52157.39	315	2.14	0.65	540
	Prueba	-0.927	10.48	-29.62	79	-0.32	0.32	
TECO	Entrenamiento	7.721	9.85	31558.9	316	1.96	0.64	495
	Prueba	-0.88	7.8	-26.06	79	-0.32	0.37	

Tabla 5.7 Experiencia PT-1: Resultados financieros sin aplicar generalización

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

Con Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	5.74	10.38	4369.43	218	1.94	0.55	91
	Prueba	2.753	9.6	105.77	96	0.9	0.5	
ERCA	Entrenamiento	4.062	11.98	1456.27	255	1.3	0.5	92
	Prueba	6.213	14.32	168.96	57	1.99	0.44	
FRAN	Entrenamiento	4.844	11.4	3343.81	266	1.55	0.57	125
	Prueba	1.284	8.32	18.37	71	0.32	0.39	
GALI	Entrenamiento	5.071	9.24	3880.83	272	1.53	0.54	122
	Prueba	2.087	9.97	36.18	62	0.61	0.42	
TEAR	Entrenamiento	5.322	11.29	5409.94	278	1.6	0.53	119
	Prueba	2.096	10.16	39.86	68	0.68	0.43	
TECO	Entrenamiento	4.912	10.16	3392.29	250	1.61	0.49	77
	Prueba	2.183	11.52	22.86	67	0.45	0.36	

Tabla 5.8 Experiencia PT-1: Resultados financieros aplicando generalización

Clasificador	Estrategia
$\langle 1;1 \rangle \langle 1;1 \rangle \langle 2;5 \rangle \langle 2;2 \rangle \langle 1;5 \rangle : 0 \rightarrow 0.42$	$OSCP(t,1,5) \in NG$ y $OSCP(t-1,1,5) \in NG$ y $IFR(t,10) \in N..PG$ y $OSCP(t,5,10) \in N \rightarrow$ comprar/retener
$\langle 1;5 \rangle \langle 4;5 \rangle \langle 5;5 \rangle \langle 5;5 \rangle \langle 4;5 \rangle : 0 \rightarrow 0.16$	$OSCP(t-1,1,5) \in P..PG$ y $IFR(t,10) \in PG$ y $OSCP(t,5,10) \in PG$ y $OSCP(t,10,20) \in P..PG \rightarrow$ comprar/retener
$\langle 5;5 \rangle \langle 2;5 \rangle \langle 2;5 \rangle \langle 5;5 \rangle \langle 1;1 \rangle : 0 \rightarrow -0.42$	$OSCP(t,1,5) \in PG$ y $OSCP(t-1,1,5) \in N..PG$ y $IFR(t,10) \in N..PG$ y $OSCP(t,5,10) \in PG$ y $OSCP(t,10,20) \in NG \rightarrow$ no comprar/vender
$\langle 4;4 \rangle \langle 2;4 \rangle \langle 4;5 \rangle \langle 2;5 \rangle \langle 4;4 \rangle : 0 \rightarrow 0.82$	$OSCP(t,1,5) \in P$ y $OSCP(t-1,1,5) \in N..P$ y $IFR(t,10) \in P..PG$ y $OSCP(t,5,10) \in N..PG$ y $OSCP(t,10,20) \in P \rightarrow$ comprar/retener
$\langle 5;5 \rangle \langle 1;1 \rangle \langle 1;3 \rangle \langle 1;3 \rangle \langle 1;1 \rangle : 0 \rightarrow 0.54$	$OSCP(t,1,5) \in PG$ y $OSCP(t-1,1,5) \in NG$ y $IFR(t,10) \in NG..C$ y $OSCP(t,5,10) \in NG..C$ y $OSCP(t,10,20) \in NG \rightarrow$ comprar/retener
$\langle 4;5 \rangle \langle 4;5 \rangle \langle 1;2 \rangle \langle 1;1 \rangle \langle 1;4 \rangle : 0 \rightarrow -0.38$	$OSCP(t,1,5) \in P..PG$ y $OSCP(t-1,1,5) \in P..PG$ y $IFR(t,10) \in NG..N$ y $OSCP(t,5,10) \in NG$ y $OSCP(t,10,20) \in NG..P \rightarrow$ no comprar/vender
$\langle 4;5 \rangle \langle 4;5 \rangle \langle 3;5 \rangle \langle 1;1 \rangle \langle 1;1 \rangle : 0 \rightarrow 0.41$	$OSCP(t,1,5) \in P..PG$ y $OSCP(t-1,1,5) \in P..PG$ y $IFR(t,10) \in C..PG$ y $OSCP(t,5,10) \in NG$ y $OSCP(t,10,20) \in NG \rightarrow$ comprar/retener
$\langle 1;2 \rangle \langle 1;1 \rangle \langle 1;2 \rangle \langle 1;1 \rangle \langle 3;3 \rangle : 0 \rightarrow -0.29$	$OSCP(t,1,5) \in NG..N$ y $OSCP(t-1,1,5) \in NG$ y $IFR(t,10) \in NG..N$ y $OSCP(t,5,10) \in NG$ y $OSCP(t,10,20) \in C \rightarrow$ no comprar/vender
$\langle 2;3 \rangle \langle 3;3 \rangle \langle 2;3 \rangle \langle 2;4 \rangle \langle 4;5 \rangle : 0 \rightarrow -0.9$	$OSCP(t,1,5) \in N..C$ y $OSCP(t-1,1,5) \in C$ y $IFR(t,10) \in N..C$ y $OSCP(t,5,10) \in N..P$ y $OSCP(t,10,20) \in P..PG \rightarrow$ no comprar/vender
$\langle 3;4 \rangle \langle 1;3 \rangle \langle 1;1 \rangle \langle 1;3 \rangle \langle 1;1 \rangle : 0 \rightarrow -0.4$	$OSCP(t,1,5) \in C..P$ y $OSCP(t-1,1,5) \in NG..C$ y $IFR(t,10) \in NG$ y $OSCP(t,5,10) \in NG..C$ y $OSCP(t,10,20) \in NG \rightarrow$ no comprar/vender
$\langle 2;2 \rangle \langle 2;2 \rangle \langle 2;2 \rangle \langle 2;4 \rangle \langle 1;1 \rangle : 0 \rightarrow -0.54$	$OSCP(t,1,5) \in N$ y $OSCP(t-1,1,5) \in N$ y $IFR(t,10) \in N$ y $OSCP(t,5,10) \in N..P$ y $OSCP(t,10,20) \in NG \rightarrow$ no comprar/vender
$\langle 1;1 \rangle \langle 1;1 \rangle \langle 1;1 \rangle \langle 2;2 \rangle \langle 1;2 \rangle : 0 \rightarrow -1.0$	$OSCP(t,1,5) \in NG$ y $OSCP(t-1,1,5) \in NG$ y $IFR(t,10) \in NG$ y $OSCP(t,5,10) \in N$ y $OSCP(t,10,20) \in NG..N \rightarrow$ no comprar/vender
$\langle 4;4 \rangle \langle 1;2 \rangle \langle 2;2 \rangle \langle 1;2 \rangle \langle 2;4 \rangle : 0 \rightarrow 0.91$	$OSCP(t,1,5) \in P$ y $OSCP(t-1,1,5) \in NG..N$ y $IFR(t,10) \in N$ y $OSCP(t,5,10) \in NG..N$ y $OSCP(t,10,20) \in N..P \rightarrow$ comprar/retener

Tabla 5.9 Clasificadores y estrategia para la especie ERCA (con generalización)

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

Experiencia PT-2

En esta experiencia se utiliza el conjunto de indicadores IND3, y se predice la tendencia (utilizando valores discretos) para los 3 días siguientes (horizonte=3)

Especie	Generalización	TE_{ent}	TE_{prueba}	#C
ACIN	NO	0.255	0.508	350
	SI	0.292	0.452	118
ERCA	NO	0.276	0.507	318
	SI	0.308	0.415	101
FRAN	NO	0.256	0.471	363
	SI	0.311	0.46	106
GALI	NO	0.275	0.454	324
	SI	0.32	0.425	93
TEAR	NO	0.272	0.518	309
	SI	0.309	0.447	83
TECO	NO	0.259	0.465	303
	SI	0.303	0.441	95

Tabla 5.10 Experiencia PT-2: Evaluación de la precisión

Sin Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	5.763	12.34	3286.39	222	1.84	0.57	350
	Prueba	-3.652	10.38	-72.71	98	-1.11	0.4	
ERCA	Entrenamiento	5.878	9.95	8674.18	245	2.05	0.56	318
	Prueba	0.389	8.87	-4.27	61	0.03	0.43	
FRAN	Entrenamiento	6.354	13.66	9245.59	232	2.3	0.55	363
	Prueba	0.138	8.46	-5.22	54	0.06	0.39	
GALI	Entrenamiento	4.324	9.88	2007.64	239	1.46	0.59	324
	Prueba	-2.591	5.75	-40.78	63	-0.74	0.49	
TEAR	Entrenamiento	2.959	10.94	618.23	236	1.09	0.54	309
	Prueba	-2.036	6.87	-35.53	63	-0.62	0.37	
TECO	Entrenamiento	4.443	9.39	2482.68	253	1.44	0.49	303
	Prueba	-0.161	12.63	-21.28	64	-0.22	0.34	

Tabla 5.11 Experiencia PT-2: Resultados financieros sin aplicar generalización

Con Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	5.068	12.27	2084.76	170	2.18	0.53	118
	Prueba	-1.812	10.46	-48.54	81	-0.56	0.37	
ERCA	Entrenamiento	4.683	8.88	3420.4	195	2.09	0.54	101
	Prueba	2.871	9.76	61.42	51	1.15	0.47	
FRAN	Entrenamiento	5.255	12.23	4298.01	196	2.31	0.51	106
	Prueba	1.662	6.42	27.6	45	0.7	0.42	
GALI	Entrenamiento	4.245	13.81	1488.34	188	1.79	0.48	93
	Prueba	1.446	11.22	18.53	45	0.63	0.51	
TEAR	Entrenamiento	2.791	11.12	515.68	196	1.22	0.51	83
	Prueba	2.234	10.9	43.89	42	1.18	0.43	
TECO	Entrenamiento	4.51	10.19	2474.42	220	1.67	0.5	95
	Prueba	-0.9	12.24	-28.95	65	-0.34	0.35	

Tabla 5.12 Experiencia PT-2: Resultados financieros aplicando generalización

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

Experiencia PT-3

En esta experiencia se utiliza el conjunto de indicadores IND3, y se predice la tendencia (utilizando valores discretos) para los 6 días siguientes (horizonte=6)

Especie	Generalización	TE_{ent}	TE_{prueba}	#C
ACIN	NO	0.233	0.52	340
	SI	0.284	0.461	99
ERCA	NO	0.259	0.49	317
	SI	0.277	0.416	91
FRAN	NO	0.241	0.506	356
	SI	0.296	0.457	85
GALI	NO	0.26	0.474	314
	SI	0.301	0.392	101
TEAR	NO	0.261	0.466	300
	SI	0.289	0.409	84
TECO	NO	0.258	0.476	297
	SI	0.298	0.466	90

Tabla 5.13 Experiencia PT-3: Evaluación de la precisión (PT-3)

Sin Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	5.47	12.41	2812.83	207	1.88	0.56	340
	Prueba	-3.551	16.34	-78.57	97	-1.25	0.4	
ERCA	Entrenamiento	4.219	9.37	2250.72	217	1.69	0.55	317
	Prueba	0.504	8.03	3.17	60	0.14	0.5	
FRAN	Entrenamiento	4.896	12.53	3031.61	235	1.73	0.52	356
	Prueba	0.923	7.39	14.19	53	0.37	0.45	
GALI	Entrenamiento	4.439	12.66	1808.01	216	1.64	0.51	314
	Prueba	-2.182	7.82	-36.22	54	-0.68	0.52	
TEAR	Entrenamiento	2.58	11.19	369.56	220	0.96	0.52	300
	Prueba	-0.37	6.63	-7.02	53	-0.02	0.36	
TECO	Entrenamiento	3.001	8.37	790.39	230	1.08	0.51	297
	Prueba	-1.095	11.83	-29.49	59	-0.44	0.32	

Tabla 5.14 Experiencia PT-3: Resultados financieros sin aplicar generalización

Con Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	4.414	11.73	1393.64	145	2.34	0.52	99
	Prueba	-0.433	16.93	-42.68	71	-0.33	0.45	
ERCA	Entrenamiento	3.788	10.45	1376.67	187	1.73	0.58	91
	Prueba	3.13	8.6	71.83	52	1.22	0.6	
FRAN	Entrenamiento	4.094	13.13	1440.35	170	1.96	0.54	85
	Prueba	0.861	6.52	14.03	33	0.55	0.39	
GALI	Entrenamiento	4.085	11.81	1335.49	197	1.6	0.48	101
	Prueba	1.901	10.94	32.27	42	0.84	0.55	
TEAR	Entrenamiento	2.152	10.62	245.26	193	0.92	0.51	84
	Prueba	0.766	6.83	12.27	42	0.44	0.4	
TECO	Entrenamiento	2.768	8.29	674.73	196	1.23	0.46	90
	Prueba	-0.925	11.34	-25.03	45	-0.4	0.4	

Tabla 5.15 Experiencia PT-3: Resultados financieros aplicando generalización

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

Experiencias utilizando valores de tendencia continuos

Experiencia PT-4

En esta experiencia se utiliza el conjunto de indicadores IND1, y se predice la tendencia (utilizando valores continuos) para el día siguiente (horizonte=1)

Especie	Generalización	EAM_{ent}	EAM_{prueba}	#C
ACIN	NO	1.458	2.378	610
	SI	2.116	2.299	106
ERCA	NO	1.408	1.727	668
	SI	2.025	1.728	64
FRAN	NO	1.476	1.596	698
	SI	2.049	1.558	82
GALI	NO	1.339	1.808	637
	SI	1.863	1.755	107
TEAR	NO	1.241	1.745	677
	SI	1.774	1.64	81
TECO	NO	1.24	1.789	654
	SI	1.706	1.659	110

Tabla 5.16 Experiencia PT-4: Evaluación de la precisión

Sin Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	11.705	11.35	242920.25	241	3.5	0.75	610
	Prueba	-0.569	13.67	-34.26	73	-0.13	0.42	
ERCA	Entrenamiento	11.323	12.75	550327.15	269	3.42	0.74	668
	Prueba	1.468	10.73	18.46	34	0.76	0.44	
FRAN	Entrenamiento	11.09	11.66	531857.82	298	3.12	0.67	698
	Prueba	0.228	7.69	-7.14	37	-0.06	0.38	
GALI	Entrenamiento	10.299	12.65	151620.03	238	3.37	0.66	637
	Prueba	2.515	11.38	44.45	29	1.56	0.52	
TEAR	Entrenamiento	9.751	11.76	184000.64	274	2.95	0.66	677
	Prueba	-1.043	7.4	-25.16	38	-0.6	0.37	
TECO	Entrenamiento	10.192	9.79	207068.17	245	3.33	0.67	654
	Prueba	0.586	8.51	-8.87	41	-0.09	0.46	

Tabla 5.17 Experiencia PT-4: Resultados financieros sin aplicar generalización

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

Con Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T _{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	4.783	12	1862.59	149	2.4	0.44	106
	Prueba	2.993	14.74	85.15	65	1.42	0.34	
ERCA	Entrenamiento	2.883	9.26	662.73	162	1.49	0.51	64
	Prueba	5.419	16	133.81	35	2.98	0.51	
FRAN	Entrenamiento	3.721	11.46	1320.5	151	2.04	0.54	82
	Prueba	2.406	8.17	49.57	38	1.21	0.53	
GALI	Entrenamiento	4.748	12.63	2275.53	172	2.26	0.49	107
	Prueba	2.154	10.91	35.83	46	0.86	0.39	
TEAR	Entrenamiento	3.66	10.59	1282.28	102	3.04	0.52	81
	Prueba	1.451	6.51	25.03	26	0.98	0.58	
TECO	Entrenamiento	5.419	9.5	5394.97	171	2.6	0.56	110
	Prueba	2.561	11.47	37.56	45	0.89	0.44	

Tabla 5.18 Experiencia PT-4: Resultados financieros aplicando generalización

Clasificador	Estrategia
<1;3><1;1><1;4><1;1><1;1> : 0 → 0.84	OSCP(t,1,5) ∈ NG..C y OSCP(t-1,1,5) ∈ NG y IFR(t,10) ∈ NG..P y OSCP(t,5,10) ∈ NG y OSCP(t,10,20) ∈ NG → comprar/retener
<1;5><1;1><1;1><1;1><2;4> : 0 → -0.81	OSCP(t-1,1,5) ∈ NG y IFR(t,10) ∈ NG y OSCP(t,5,10) ∈ NG y OSCP(t,10,20) ∈ N..P → no comprar/vender
<5;5><2;5><2;3><3;3><2;3> : 0 → 0.48	OSCP(t,1,5) ∈ PG y OSCP(t-1,1,5) ∈ N..PG y IFR(t,10) ∈ N..C y OSCP(t,5,10) ∈ C y OSCP(t,10,20) ∈ N..C → comprar/retener
<2;5><2;2><3;3><2;5><3;3> : 0 → 0.08	OSCP(t,1,5) ∈ N..PG y OSCP(t-1,1,5) ∈ N y IFR(t,10) ∈ C y OSCP(t,5,10) ∈ N..PG y OSCP(t,10,20) ∈ C → comprar/retener
<2;3><1;1><2;5><3;5><3;4> : 0 → 0.01	OSCP(t,1,5) ∈ N..C y OSCP(t-1,1,5) ∈ NG y IFR(t,10) ∈ N..PG y OSCP(t,5,10) ∈ C..PG y OSCP(t,10,20) ∈ C..P → no hacer nada
<1;1><1;2><3;5><1;2><3;5> : 0 → -1.0	OSCP(t,1,5) ∈ NG y OSCP(t-1,1,5) ∈ NG..N y IFR(t,10) ∈ C..PG y OSCP(t,5,10) ∈ NG..N y OSCP(t,10,20) ∈ C..PG → no comprar/vender
<1;2><1;4><4;5><5;5><5;5> : 0 → -1.48	OSCP(t,1,5) ∈ NG..N y OSCP(t-1,1,5) ∈ NG..P y IFR(t,10) ∈ P..PG y OSCP(t,5,10) ∈ PG y OSCP(t,10,20) ∈ PG → no comprar/vender
<3;3><2;4><4;4><3;4><4;5> : 0 → -0.14	OSCP(t,1,5) ∈ C y OSCP(t-1,1,5) ∈ N..P y IFR(t,10) ∈ P y OSCP(t,5,10) ∈ C..P y OSCP(t,10,20) ∈ P..PG → no hacer nada
<1;1><1;1><1;1><2;2><2;4> : 0 → 0.81	OSCP(t,1,5) ∈ NG y OSCP(t-1,1,5) ∈ NG y IFR(t,10) ∈ NG y OSCP(t,5,10) ∈ N y OSCP(t,10,20) ∈ N..P → comprar/retener
<5;5><3;5><4;4><5;5><2;3> : 0 → 1.2	OSCP(t,1,5) ∈ PG y OSCP(t-1,1,5) ∈ C..PG y IFR(t,10) ∈ P y OSCP(t,5,10) ∈ PG y OSCP(t,10,20) ∈ N..C → comprar/retener
<4;5><4;5><4;5><4;5><1;1> : 0 → -1.09	OSCP(t,1,5) ∈ P..PG y OSCP(t-1,1,5) ∈ P..PG y IFR(t,10) ∈ P..PG y OSCP(t,5,10) ∈ P..PG y OSCP(t,10,20) ∈ NG → no comprar/vender
<2;2><1;1><2;5><1;3><2;2> : 0 → 0.71	OSCP(t,1,5) ∈ N y OSCP(t-1,1,5) ∈ NG y IFR(t,10) ∈ N..PG y OSCP(t,5,10) ∈ NG..C y OSCP(t,10,20) ∈ N → comprar/retener
<5;5><5;5><5;5><4;5><3;5> : 0 → 0.31	OSCP(t,1,5) ∈ PG y OSCP(t-1,1,5) ∈ PG y IFR(t,10) ∈ PG y OSCP(t,5,10) ∈ P..PG y OSCP(t,10,20) ∈ C..PG → comprar/retener
<4;4><1;5><1;2><2;3><1;1> : 0 → 1.13	OSCP(t,1,5) ∈ P y IFR(t,10) ∈ NG..N y OSCP(t,5,10) ∈ N..C y OSCP(t,10,20) ∈ NG → comprar/retener
<4;4><2;3><3;4><2;4><1;1> : 0 → 1.46	OSCP(t,1,5) ∈ P y OSCP(t-1,1,5) ∈ N..C y IFR(t,10) ∈ C..P y OSCP(t,5,10) ∈ N..P y OSCP(t,10,20) ∈ NG → comprar/retener
<2;4><3;5><2;2><2;3><2;2> : 0 → -0.91	OSCP(t,1,5) ∈ N..P y OSCP(t-1,1,5) ∈ C..PG y IFR(t,10) ∈ N y OSCP(t,5,10) ∈ N..C y OSCP(t,10,20) ∈ N → no comprar/vender

Tabla 5.19 Clasificadores y estrategia para la especie TECO2 (con generalización)

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

Experiencia PT-5

En esta experiencia se utiliza el conjunto de indicadores IND3, y se predice la tendencia (utilizando valores continuos) para los tres días siguientes (horizonte=3)

Especie	Generalización	EAM _{ent}	EAM _{prueba}	#C
ACIN	NO	2.724	3.948	361
	SI	3.309	3.927	78
ERCA	NO	2.766	3.097	345
	SI	3.16	3.036	86
FRAN	NO	2.713	3.094	374
	SI	3.208	2.958	89
GALI	NO	2.639	3.374	341
	SI	3.117	3.345	82
TEAR	NO	2.381	3.07	327
	SI	2.757	3.037	83
TECO	NO	2.414	3.268	321
	SI	2.811	3.306	76

Tabla 5.20 Experiencia PT-5: Evaluación de la precisión

Sin Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T _{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	7.268	12.77	8975.64	182	2.87	0.57	361
	Prueba	-3.448	13.3	-74.55	68	-1.61	0.38	
ERCA	Entrenamiento	7.068	11.52	18653.21	213	2.71	0.59	345
	Prueba	2.163	8.34	37.61	46	0.85	0.5	
FRAN	Entrenamiento	7.374	12.51	24266.31	216	2.87	0.57	374
	Prueba	1.354	8.17	21.36	47	0.57	0.49	
GALI	Entrenamiento	6.389	12.78	8214.8	207	2.44	0.6	341
	Prueba	-0.32	8.23	-11.43	39	-0.19	0.51	
TEAR	Entrenamiento	4.656	13.39	2343.02	191	2.03	0.56	327
	Prueba	-0.354	7.63	-13.45	45	-0.14	0.4	
TECO	Entrenamiento	5.64	10.19	6111.59	210	2.18	0.51	321
	Prueba	-0.605	11.37	-26.43	42	-0.53	0.38	

Tabla 5.21 Experiencia PT-5: Resultados financieros sin aplicar generalización

Con Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T _{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	5.172	11.77	2233.59	124	3.1	0.51	78
	Prueba	-2.247	11.01	-58.32	69	-1	0.39	
ERCA	Entrenamiento	5.001	9.69	4064.67	185	2.25	0.55	86
	Prueba	2.235	9.7	42.48	40	1.11	0.55	
FRAN	Entrenamiento	5.66	13.78	5268.78	173	2.72	0.5	89
	Prueba	2.349	9.13	46.12	45	1.02	0.51	
GALI	Entrenamiento	5.067	13.4	2807.17	153	2.68	0.5	82
	Prueba	0.596	9.13	4.09	28	0.38	0.57	
TEAR	Entrenamiento	3.556	10.69	1162.27	155	1.95	0.54	83
	Prueba	2.126	10.75	41.11	39	1.22	0.44	
TECO	Entrenamiento	4.331	10.24	2227.79	196	1.88	0.43	76
	Prueba	-0.393	12.25	-22.82	50	-0.29	0.38	

Tabla 5.22 Experiencia PT-5: Resultados financieros aplicando generalización

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

Experiencia PT-6

En esta experiencia se utiliza el conjunto de indicadores IND4, y se predice la tendencia (utilizando valores continuos) para los seis días siguientes (horizonte=6)

Especie	Generalización	EAM_{ent}	EAM_{prueba}	#C
ACIN	NO	3.25	5.209	361
	SI	4.009	5.121	77
ERCA	NO	3.404	3.834	345
	SI	3.895	3.771	77
FRAN	NO	3.318	3.791	374
	SI	4.021	3.687	76
GALI	NO	3.216	4.169	341
	SI	3.88	3.96	76
TEAR	NO	2.931	3.717	327
	SI	3.398	3.594	63
TECO	NO	2.918	4.185	321
	SI	3.455	3.964	63

Tabla 5.23 Experiencia PT-6: Evaluación de la precisión

Sin Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	6.105	11.44	4595.84	181	2.41	0.57	361
	Prueba	-3.03	16.13	-74.47	77	-1.36	0.45	
ERCA	Entrenamiento	4.816	10.04	3520.08	196	2.07	0.59	345
	Prueba	2.739	7.89	58.45	43	1.24	0.49	
FRAN	Entrenamiento	6.457	12.88	10359.45	217	2.46	0.53	374
	Prueba	0.12	7	-2.21	44	0.09	0.43	
GALI	Entrenamiento	6.057	12.83	6206.34	188	2.55	0.55	341
	Prueba	-0.969	9.26	-23.43	38	-0.53	0.5	
TEAR	Entrenamiento	3.656	11.7	998.67	172	1.78	0.51	327
	Prueba	0.304	10.15	-2.18	37	0.21	0.38	
TECO	Entrenamiento	4.088	9.89	1773.68	216	1.59	0.47	321
	Prueba	0.249	12.26	-9.46	41	-0.05	0.41	

Tabla 5.24 Experiencia PT-6: Resultados financieros sin aplicar generalización

Con Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	4.528	12.61	1413.2	141	2.42	0.43	77
	Prueba	1.709	13.87	33.43	58	1	0.36	
ERCA	Entrenamiento	2.598	10.11	467.84	179	1.25	0.54	77
	Prueba	2.777	10.63	51.89	38	1.47	0.55	
FRAN	Entrenamiento	4.871	12.07	3060.9	137	2.98	0.52	76
	Prueba	2.715	6.31	64.72	32	1.77	0.5	
GALI	Entrenamiento	3.824	10.63	1245.83	162	1.88	0.49	76
	Prueba	1.405	11.01	22.28	35	0.81	0.49	
TEAR	Entrenamiento	2.445	11.09	331.51	168	1.19	0.49	63
	Prueba	1.759	11.12	28.58	42	0.93	0.43	
TECO	Entrenamiento	3.43	9.48	1115.05	162	1.79	0.48	63
	Prueba	-1.003	11.85	-26.66	42	-0.5	0.36	

Tabla 5.25 Experiencia PT-6: Resultados financieros aplicando generalización

5.3.3 Análisis de resultados

A la luz de los resultados obtenidos en las diferentes experiencias, observamos que, en general, el rendimiento obtenido por las estrategias mejora con respecto a los resultados del capítulo anterior (experiencias con XCS).

En esta sección estudiaremos en detalle las diferentes experiencias y realizaremos distintos análisis comparativos con el fin de entender la influencia de cada variante implementada en los resultados obtenidos.

- En la sección 5.3.3.1 analizamos el *funcionamiento del modelo IC* y en particular el funcionamiento del mecanismo de generalización.
- En la sección 5.3.3.2 analizamos el *funcionamiento del mecanismo de generalización para el modelo PT*.
- En la sección 5.3.3.3 comparamos los resultados para el modelo PT, *según se utilicen valores de tendencia discretos o continuos*.
- En la sección 5.3.3.4 analizamos la *influencia del horizonte para la predicción*, para el modelo PT, comparando experiencias que utilizan diferentes horizontes.
- En la sección 5.3.3.5 comparamos los resultados obtenidos en esta sección, con las experiencias realizadas con XCS, en el capítulo anterior.

5.3.3.1 Funcionamiento del modelo IC

El modelo IC obtiene muy buenos resultados sobre el período de entrenamiento; aunque no siempre obtiene buenas generalizaciones, mostrando rendimientos bajos para el período de prueba (ver Tabla 5.3 y Tabla 5.4).

Tal como explicamos en la sección 4.6.2, la dificultad para generalizar puede atribuirse a la forma en que el modelo asigna el refuerzo y la baja performance sobre el período de prueba a un fenómeno de sobreaprendizaje (que es difícil de evitar sin la aplicación de mecanismos de generalización efectivos).

En la Figura 5.6 y la Figura 5.7, se comparan los rendimientos mensuales obtenidos por el modelo IC (con y sin generalización) con los rendimientos de la estrategia B&H.

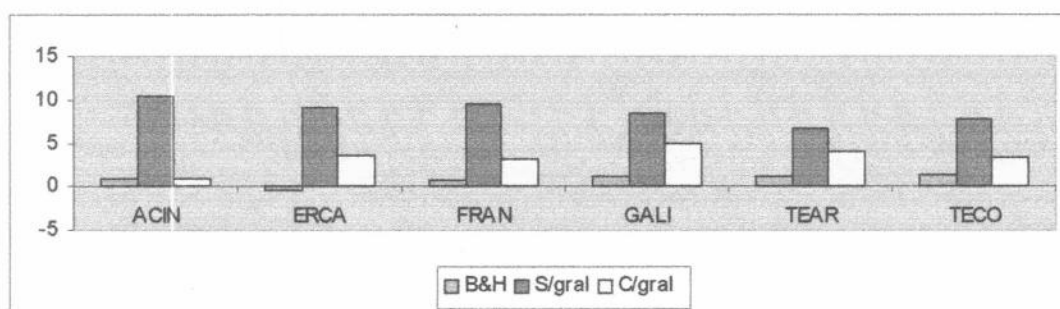


Figura 5.6 Comparación de rendimientos con y sin generalización (IC-1 entrenamiento)

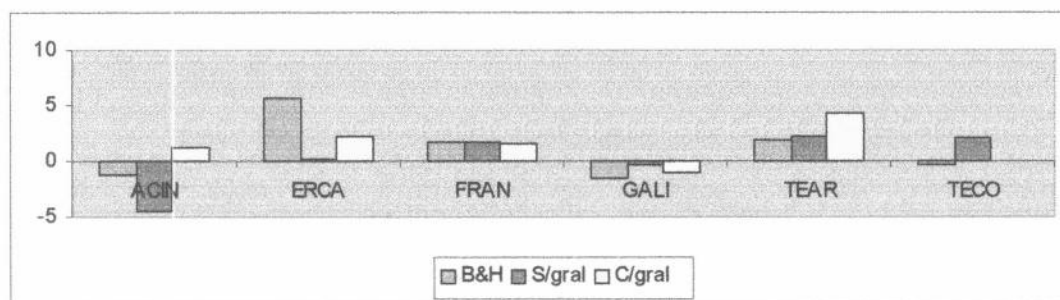


Figura 5.7 Comparación de rendimientos con y sin generalización (IC-1 prueba)

5.3.3.2 Modelo PT: Mecanismo de generalización

En vista de los resultados obtenidos podemos concluir que, para el modelo PT, la generalización reduce significativamente el número de clasificadores generando poblaciones mucho más compactas y además evita el sobreaprendizaje con un mejor comportamiento en el período de prueba.

- Desde el punto de vista de la precisión

Para evitar el sobreaprendizaje tratamos de obtener clasificadores más generales aumentando el valor del parámetro ε_0 que regula la precisión de los clasificadores. Tal como vimos en la sección 3.2.2, si el valor del error de predicción es inferior a ese parámetro, el clasificador tiene el valor máximo de precisión y aumenta su aptitud. De este modo, si bien la generalización produce un aumento del error en el período de entrenamiento, en el período de prueba el error se reduce (ver Tabla 5.6, Tabla 5.10, Tabla 5.13, Tabla 5.16, Tabla 5.20 y Tabla 5.23).

- Desde el punto de vista financiero

La misma relación que se observa en el análisis de la precisión (mejor comportamiento sobre el período de entrenamiento cuando no se generaliza, mejor comportamiento sobre el período de prueba cuando se generaliza), se observa también para el rendimiento obtenido (Figura 5.8 y Figura 5.9).

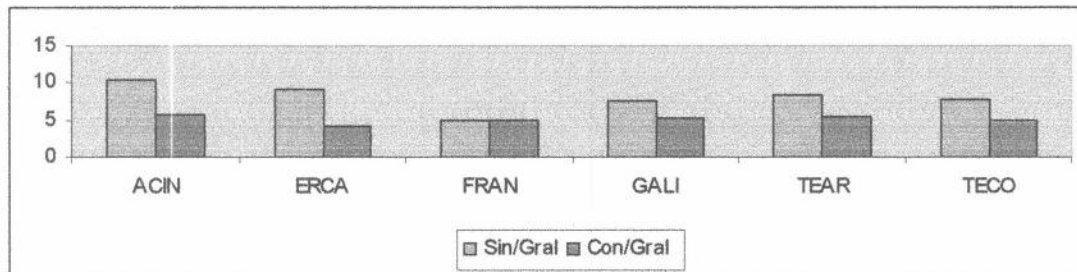


Figura 5.8 Comparación de rendimientos con y sin generalización (PT-1 entrenamiento)

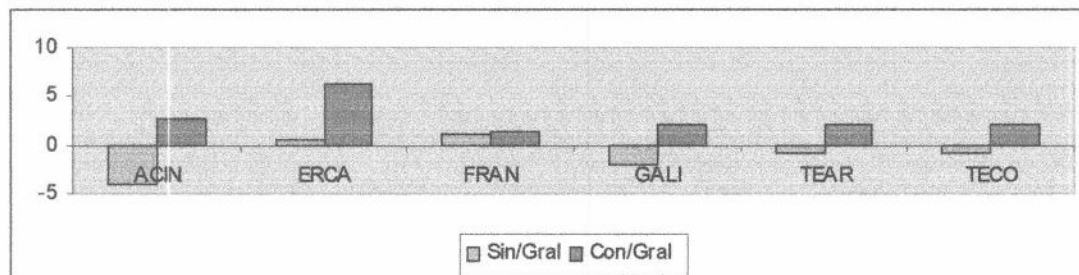


Figura 5.9 Comparación de rendimientos con y sin generalización (PT-1 prueba)

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

- Desde el punto de vista de la complejidad

La aplicación del mecanismo de generalización reduce notablemente la cantidad de clasificadores obtenida (ver Tabla 5.6, Tabla 5.10, Tabla 5.13, Tabla 5.16, Tabla 5.20 y Tabla 5.23).

5.3.3.3 Modelo PT: Comparación entre valores de tendencia discretos y continuos

- Desde el punto de vista financiero

Para el Modelo PT, no se observa un predominio de alguna de las variantes, en cuanto al rendimiento financiero: dependiendo de la especie se obtienen mejores resultados con valores discretos o continuos (ver Figura 5.10 y Figura 5.11).

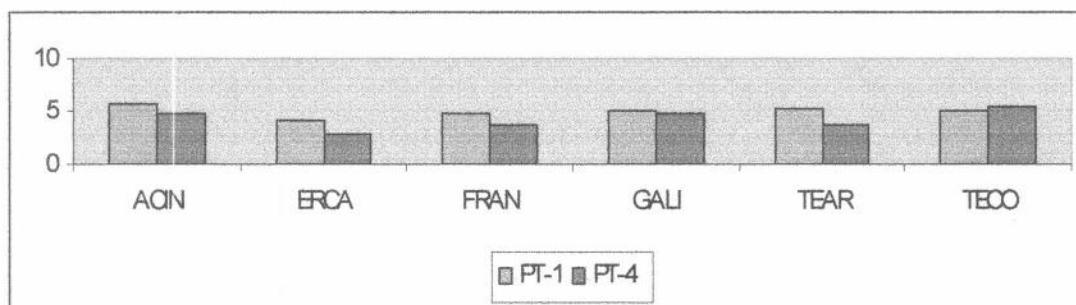


Figura 5.10 Comparación de rendimientos para valores discretos y continuos (entrenamiento)

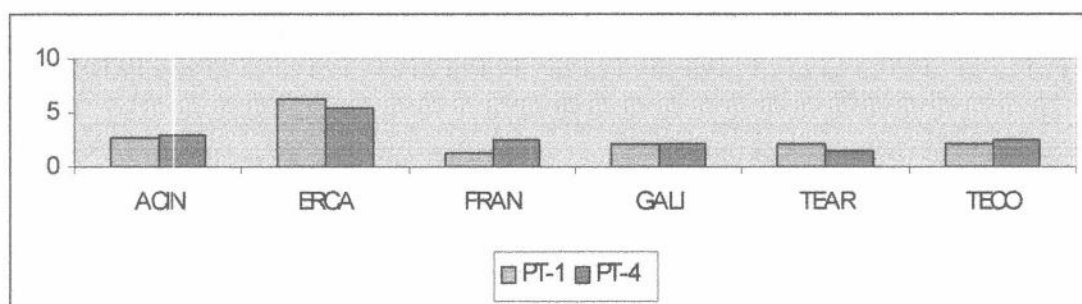


Figura 5.11 Comparación de rendimientos para valores discretos y continuos (prueba)

5.3.3.4 Modelo PT: Influencia del horizonte

- Desde el punto de vista de la precisión

Al igual que en los experimentos realizados con XCS, se observa una mayor precisión sobre el conjunto de prueba cuando se utiliza un horizonte de un día.

- Desde el punto de vista financiero

En cuanto a la performance financiera, el comportamiento utilizando un horizonte de un día es superior en rendimiento para la mayoría de los casos, aunque para algunas especies (GALI, TEAR) se observa un rendimiento superior sobre el período de prueba utilizando un horizonte de tres días (ver Figura 5.12 y Figura 5.13).

Estas diferencias pueden deberse al comportamiento del precio de la especie: si el precio oscila frecuentemente, un horizonte más corto podrá sacar provecho de la situación, si no cambia de tendencia con frecuencia, será conveniente utilizar un horizonte más largo.

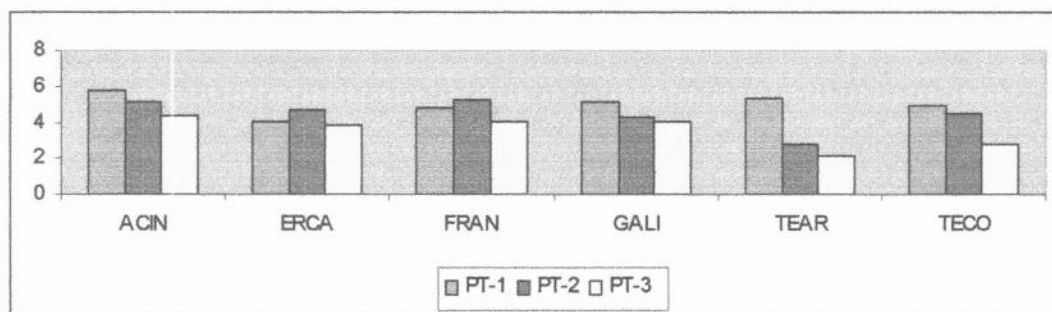


Figura 5.12 Comparación de rendimientos para diferentes horizontes (entrenamiento)

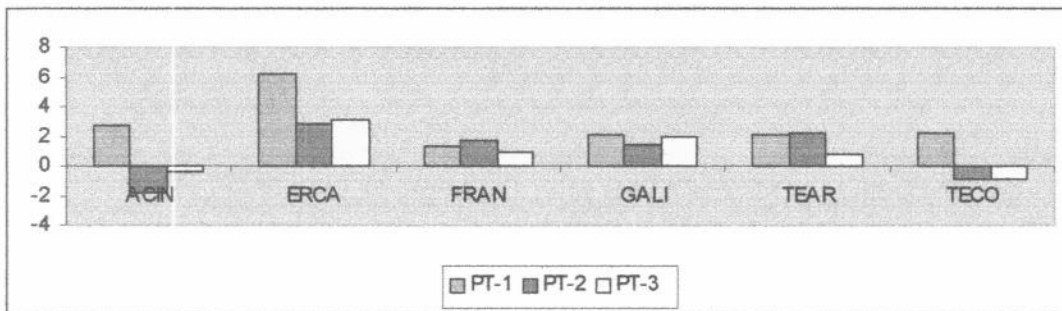


Figura 5.13 Comparación de rendimientos para diferentes horizontes (prueba)

5.3.3.5 Comparación con XCS

- Desde el punto de vista de la precisión

En la mayoría de los casos se observa una *disminución del error para los dos períodos*, observándose una mejora mucho más significativa para el período de entrenamiento (ver Tabla 4.14 y Tabla 5.6, Tabla 4.18 y Tabla 5.10, Tabla 4.22 y Tabla 5.13).

- Desde el punto de vista financiero

Como hemos visto en la sección 5.3.3.1, la utilización de XCSI para el Modelo IC no genera buenos resultados sobre el período de prueba. En cambio para el Modelo PT, *los rendimientos son, en general, superiores a los de XCS*, tanto en el período de entrenamiento como en el de prueba.

En algunos casos, sin embargo se observa una performance levemente superior de XCS para el período de prueba (ver Figura 5.15). Una explicación posible es que a pesar de que la precisión de XCSI es mejor o similar (por ejemplo para la especie FRAN, en la experiencia PT-1), el método genera más transacciones: al distinguir más estados cambia la predicción de la tendencia con más frecuencia (ver Tabla 5.26).

En todos los casos se *superan los rendimientos obtenidos por la estrategia B&H*.

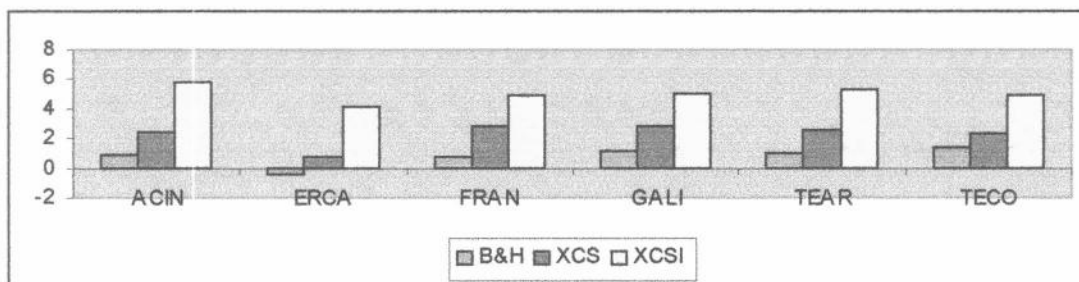


Figura 5.14 Comparación de rendimientos para XCS y XCSI (PT-1 entrenamiento)

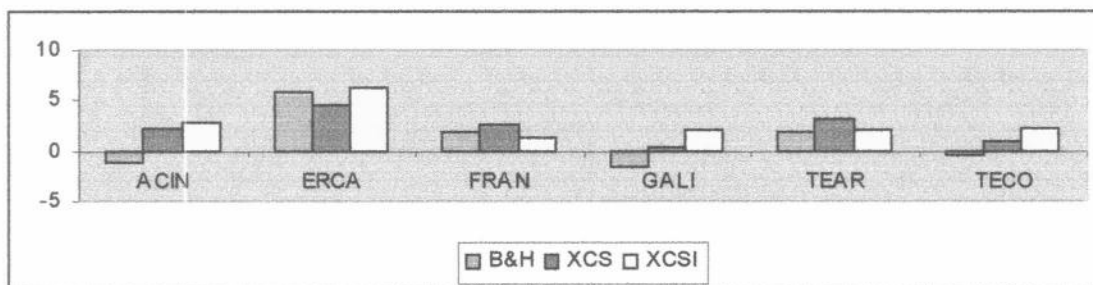


Figura 5.15 Comparación de rendimientos para XCS y XCSI (PT-1 prueba)

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

	#T Entrenamiento		#T Prueba	
	XCS	XCSI	XCS	XCSI
ACIN	139	218	55	96
ERCA	222	255	56	57
FRAN	237	266	60	71
GALI	227	272	51	62
TEAR	186	278	47	68
TECO	216	250	51	67

**Tabla 5.26 Comparación de la cantidad de transacciones para XCS y XCSI
(experiencia PT-1, con generalización)**

- *Desde el punto de vista de la complejidad*

En cuanto a la cantidad de clasificadores, el hecho de trabajar con particiones de cinco intervalos por variable de entrada, genera un aumento significativo en comparación a los resultados de XCS (ver Tabla 4.14 y Tabla 5.6, Tabla 4.18 y Tabla 5.10, Tabla 4.22 y Tabla 5.13, Tabla 4.26 y Tabla 5.16, Tabla 4.30 y Tabla 5.20, Tabla 4.34 y Tabla 5.23).

De todas formas, en todas las experiencias *los mecanismos de generalización logran acotar el aumento en el número de clasificadores obtenidos* (ver Tabla 5.6, Tabla 5.10, Tabla 5.13, Tabla 5.16, Tabla 5.20 y Tabla 5.23).

5.4 XCSD : Representación difusa

En esta sección modificaremos el algoritmo XCS con el fin de representar los valores de entrada a partir de conjuntos difusos. Nos referiremos a este nuevo algoritmo con el nombre XCSD.

Entre las principales motivaciones para utilizar esta representación podemos citar la capacidad de la lógica difusa para *obtener mapeos complejos entre variables de entrada y salida*, la búsqueda de una *representación compacta* por medio de reglas difusas, una *mayor robustez con respecto al ruido* y la obtención de *transiciones "suaves" entre modelos cercanos* [Bonarini 1998].

Como hemos visto en la sección 2.6.3, los Sistemas de Clasificadores Difusos son un antecedente importante en cuanto a la utilización de conjuntos difusos en los SCs. También podemos destacar aportes similares a partir la aplicación de la lógica difusa a algoritmos de aprendizaje por refuerzo como Q-learning y TD-learning [Bonarini 1996b, Glorennec 1994, Jouffe 1997].

Nuestro algoritmo tomará algunos conceptos desarrollados en estos trabajos, con el fin de adaptar la idea original de XCS a los conjuntos difusos.

5.4.1 Modificaciones al algoritmo original

A diferencia del método anterior, la utilización de estados difusos, implica modificaciones importantes al algoritmo, tanto en la representación de los clasificadores como en su funcionamiento.

5.4.1.1 Representación de los clasificadores

Para representar las condiciones de los clasificadores utilizaremos un esquema similar al de XCSI (representación intervalar).

Para cada variable v_j , a la cual se asocia una partición de m_j conjuntos difusos, se utiliza un par de enteros (d_j, h_j) con $1 \leq d_j \leq h_j \leq m_j$. Este par representa la unión de conjuntos adyacentes $D_{d..h}^j$, tal como se definió en la sección 5.2.2. De igual forma que para el método intervalar, si asociamos a cada conjunto etiquetas lingüísticas, las condiciones podrán representar expresiones del tipo "Si $v_1 \in P..PG$ y $v_2 \in NG..N$ ENTONCES ..." (donde P, PG, NG, N son etiquetas asociadas a los conjuntos de la partición de cada variable).

Además decimos que la condición $c=\{(d_1,h_1),...,(d_n,h_n)\}$ emparejará con un estado continuo $sc=\{r_1,...,r_n\}$ con un grado:

$$g(c,sc) = \mu_1(r_1) \otimes \mu_2(r_2) \otimes ... \otimes \mu_n(r_n)$$

donde μ_j es la función de pertenencia del j-ésimo término de la condición (el conjunto difuso $D_{d_j..h_j}^j$) y $\otimes$ es una T-Norma (en nuestro caso utilizaremos el mínimo).

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

Por ejemplo, utilizando las particiones difusas para las dos variables de la Figura 5.4, los grados de emparejamiento de los estados son:

sc	c	g(c,sd)
{0.25,-0.5}	{{(2,3),(1,2)}	0.5
{0.8,-0.7}	{{(5,5),(1,2)}	0.6
{0.5,-0.25}	{{(2,3),(4,5)}	1.0

Al igual que en el caso de XCSI una condición c es más general que c' , si para cada variable j se cumple $d_j \leq d'_j$ y $h_j \geq h'_j$. Por ejemplo la condición $\{(4,5),(1,2)\}$ es más general que $\{(4,5),(2,2)\}$.

En cuanto a los operadores genéticos y el cubrimiento, estos se definen en forma similar al caso intervalar.

5.4.1.2 Modificaciones a los componentes del algoritmo

La utilización de estados difusos plantea diferencias importantes con los algoritmos utilizados hasta ahora, y requiere modificaciones, que detallaremos por cada componente.

Las principales diferencias se relacionan con la incorporación del *grado de emparejamiento* en la actualización de los parámetros de los clasificadores y con la *existencia de más de un estado difuso por cada estado continuo observado*.

El hecho de que exista más de un estado difuso por cada situación observada, es una de las diferencias fundamentales con los métodos anteriores.

Hasta el momento, hemos visto que XCS busca obtener, para cada situación observada, el "mejor" clasificador que la cubre (un clasificador que sea preciso y lo más general posible). De esta forma a través de la *competencia* en el *action-set*, se busca reducir cada vez más la cantidad de clasificadores que cubren una determinada situación.

En el caso difuso, si bien es deseable reducir lo más posible el número de clasificadores, no queremos eliminar una de las características principales que puede aportar el modelado difuso: la *cooperación* entre diferentes clasificadores superpuestos. Para resolver este dilema entre la *competencia* (la necesidad de elegir los mejores clasificadores) y la *cooperación* (característica de la lógica difusa), introducimos el concepto de *subpoblación* [Bonarini 1996a].

Cada vez que se presenta un estado continuo sc_t , podemos tener un conjunto de n_t estados difusos $\{sd_1, \dots, sd_{n_t}\}$. Para cada uno de estos estados se define una subpoblación $[P]^i$ que contiene a todos los clasificadores cuyas condiciones son *más generales* que el estado sd_i (tomando la definición de la relación "mas general que" de la sección anterior).

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

Por ejemplo para los estados difusos:

$$sd_1 = \{(1,1), (3,3)\}$$

$$sd_2 = \{(2,2), (3,3)\}$$

Se forman las subpoblaciones:

subpoblación	clasificador
[P] ¹	{(1,2),(2,4)} : a → p
	{(1,1),(3,4)} : a → p
	{(1,1),(3,3)} : a → p
[P] ²	{(1,2),(2,4)} : a → p
	{(2,2),(3,4)} : a → p
	{(2,2),(3,3)} : a → p

Figura 5.16 Subpoblaciones

Como se ve en la Figura 5.16, algunos clasificadores (aquellos que generalizan) participan de varias subpoblaciones.

En forma análoga definimos el match-set $[M]^i$ como los clasificadores de $[P]^i$ que emparejan con el estado actual y el action-set $[A]^i$ como los clasificadores de $[M]^i$ que proponen la acción seleccionada. La idea es que la competencia se realice en cada *action-set* $[A]^i$ preservando, de esta forma la cooperación entre las diferentes subpoblaciones solapadas.

El Sistema de Rendimiento

El funcionamiento del Sistema de Rendimiento (SR) en XSCD es el siguiente:

1. Se obtiene el estado continuo sc_t .
2. Se obtienen los n_t estados difusos que emparejan con sc_t en un grado $> g_{min}$, donde g_{min} es el mínimo grado de emparejamiento que un estado debe tener para ser considerado.
3. Se forman los match set $[M]^i$ con los clasificadores de cada subpoblación $[P]^i$.
4. Para cada subpoblación, se calcula un vector de predicciones VP^i , considerando los clasificadores de $[M]^i$

$$VP^i(a) = \frac{\sum_{c \in [M]^i, a^c=a} f^c * p^c}{\sum_{c \in [M]^i} f^c}$$

donde f^c es la aptitud del clasificador c y p^c la predicción.

5. Se calcula el vector de predicciones VP para toda la población, considerando los distintos VP^i y los grados de emparejamiento del estado difuso asociado a cada subpoblación.

$$VP(a) = \frac{\sum_{i=1}^{n_i} VP^i(a) * g(sd_i, sc)}{\sum_{i=1}^{n_i} g(sd_i, sc)}$$

6. Se selecciona una acción en base al criterio de exploración/ explotación utilizado. En nuestro caso, la acción seleccionada pertenece a un conjunto discreto de acciones $\{a_1, \dots, a_n\}$. Por lo tanto la selección de la "mejor acción" posible se resuelve sencillamente obteniendo la acción que maximiza $VP(a)$.

Si quisiéramos que el algoritmo genere acciones "continuas" (por ejemplo: "comprar \$100" o "vender \$40.5") el método debería ser diferente.

Una posibilidad sería pensar en cada acción "discreta" como una conjunto difuso y aplicar un método de razonamiento difuso para combinar las acciones propuestas por las diferentes subpoblaciones.

7. Se forman los action-set $[A]^i$ con los clasificadores de $[M]^i$ que invocan la acción seleccionada.
8. Se envía la acción a la interfaz de salida.

El Sistema de Aprendizaje

Las principales modificaciones al sistema de aprendizaje, se relacionan con la incorporación del grado de emparejamiento en la actualización de los parámetros de los clasificadores. A continuación detallamos aquellos pasos, en los cuales se requieren modificaciones con respecto al algoritmo original (ver la sección 3.2.2).

1. *Actualización de la experiencia del clasificador.* A diferencia de los métodos anteriores (en el cual la experiencia contabilizaba la cantidad de actualizaciones), la experiencia x del clasificador, acumulará los grados de emparejamiento experimentados por los clasificadores.

$$x_t \leftarrow x_{t-1} + g(c, sc_t)$$

donde $g(c, sc_t)$ es el grado de emparejamiento de la condición del clasificador con el estado observado.

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

2. *Actualización del error de predicción.* El error de predicción ε de cada clasificador se actualiza según la fórmula:

$$\begin{aligned} &\text{Si } x_t < 1/\beta \\ &\quad \varepsilon_t \leftarrow (x_{t-1} * \varepsilon_{t-1} + g(c, sc_t) * |P - p|) / x_t \\ &\text{si no} \\ &\quad \varepsilon_t \leftarrow \varepsilon_{t-1} + g(c, sc_t) * \beta * (|P - p| - \varepsilon_{t-1}) \end{aligned}$$

donde β es la *tasa de aprendizaje*.

3. *Actualización de la predicción.* La predicción p de cada clasificador se actualiza según la fórmula:

$$\begin{aligned} &\text{Si } x_t < 1/\beta \\ &\quad p_t \leftarrow (x_{t-1} * p_{t-1} + g(c, sc_t) * P) / x_t \\ &\text{si no} \\ &\quad p_t \leftarrow p_{t-1} + g(c, sc_t) * \beta * (p_{t-1} - P) \end{aligned}$$

4. *Actualización del error mínimo.* A diferencia de los métodos anteriores, puede existir más de un clasificador específico en el conjunto Φ , que empareje con el estado continuo observado. En ese caso se considera a todos los que son *más específicos* que el clasificador en la actualización del error mínimo.

$$\mu_t \leftarrow (x_{t-1} * \mu_{t-1} + \sum_i \varepsilon(\phi_i) * g(\phi_i, sc_t)) / x_t$$

La actualización para el resto de los parámetros no sufre modificaciones.

El Sistema de Descubrimiento

Como ya señalamos, el AG se aplicará sobre los action-set $[A]^i$ asociados a cada *subpoblación*. En nuestro caso particular seleccionaremos aleatoriamente, en cada ciclo, un $[A]^i$ sobre el cual aplicar el AG.

En cuanto a los *operadores genéticos* y el *cubrimiento*, el comportamiento es el mismo que se describió para XCSI (ver sección 5.3.1).

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

5.4.2 Experiencias

Tal como hicimos con las experiencias realizadas en secciones anteriores, agruparemos las experiencias realizadas con XCSD según el modelo (IC o PT) que se aplique en cada caso (véase la Tabla 5.27). También se utilizarán los mismos indicadores y criterios de evaluación que se aplicaron a las experiencias anteriores.

Modelo IC			
Experiencia	Indicadores	K	
IC-1	IND3	0.005	
Modelo PT			
Experiencia	Indicadores	Tendencia	Horizonte
PT-1	IND1	discreta	1
PT-2	IND2	discreta	3
PT-3	IND2	discreta	6
PT-4	IND1	continua	1
PT-5	IND2	continua	3
PT-6	IND2	continua	6

Tabla 5.27 Resumen de las experiencias realizadas

En cuanto a las particiones difusas utilizadas para representar a los valores de los diferentes Indicadores Técnicos, utilizaremos en todos los casos funciones de pertenencia triangulares y particiones uniformes de cinco términos, a los que nos referiremos con las etiquetas NG,N,C,P,PG ("Negativo Grande", "Negativo", "Cero", "Positivo" y "Positivo Grande").

La partición se construirá normalizando la variable en el intervalo $[-1,1]$ (con el método descrito en la sección 5.3.2.1) y definiendo una partición uniforme sobre ese intervalo.

5.4.2.1 Experiencias con el modelo IC

En esta sección agruparemos los resultados obtenidos para las experiencias con el modelo IC.

Expondremos los resultados de una sola experiencia (IC-1) utilizando el conjunto de indicadores IND3. Si bien se hicieron otras experiencias, los resultados obtenidos en esos casos muestran comportamientos similares a los de la experiencia que se expone.

En cuanto a los parámetros y extensiones de XCS, se aplicarán todas las extensiones del algoritmo descritas en la sección 3.3 (eliminación de subsumidos, especificación, compactación de la población, adaptación para ambiente no determinístico) y se utilizarán, los siguientes parámetros:

Parámetro	Valor
N	3000
prob _c	0.8
prob _m	0.04
prob _#	0.7
prob _{esp}	0.5
X _{sub}	500
ε ₀	0.1
β	0
γ	0.995
α	0.1
η	5
δ	0.1
θ _{AG}	50
p _{ini}	0
ε _{ini}	0
f _{ini}	0.01
g _{min}	0.3

Tabla 5.28 Parámetros de XCSD para las experiencias con el Modelo IC

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

Experiencia IC-1

En esta experiencia se utiliza el conjunto de indicadores IND3, un valor de $K=0.005$ (costo de transacción de 0.5%).

Sin Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	6,451	12,95	5366,04	97	4,76	0,59	1892
	Prueba	3,995	15,26	134,44	45	2,55	0,58	
ERCA	Entrenamiento	6,665	11,98	13615,14	127	4,31	0,61	1688
	Prueba	1,941	10,3	32,65	30	1,28	0,4	
FRAN	Entrenamiento	8,922	13,25	79272,98	119	6,33	0,66	1868
	Prueba	2,038	9,03	30,49	36	0,99	0,36	
GALI	Entrenamiento	7,302	13,22	16131,54	95	6,07	0,68	1728
	Prueba	2,382	9,16	46,09	30	1,49	0,47	
TEAR	Entrenamiento	5,508	10,99	6243,51	93	5,01	0,6	1604
	Prueba	3,721	10,5	83,4	22	3,36	0,55	
TECO	Entrenamiento	6,297	11,2	9078,98	95	5,4	0,6	1560
	Prueba	2,39	6,06	50,57	24	1,9	0,58	

Tabla 5.29 Experiencia IC-1: Resultados financieros sin aplicar generalización

Con Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	3,155	12,45	466,82	133	1,74	0,41	195
	Prueba	1,986	16,42	24,47	59	0,98	0,41	
ERCA	Entrenamiento	3,826	12,39	1135,89	145	2,2	0,56	176
	Prueba	3,427	10,24	74,88	38	1,69	0,42	
FRAN	Entrenamiento	5,731	12,91	6256,83	156	3,08	0,5	228
	Prueba	1,937	7,24	36,57	38	0,97	0,37	
GALI	Entrenamiento	3,739	13,56	915,43	96	2,99	0,46	229
	Prueba	-1,003	8,06	-22,13	28	-0,72	0,32	
TEAR	Entrenamiento	1,719	7,94	245,23	94	1,64	0,48	182
	Prueba	0,828	7,51	14,25	21	0,9	0,43	
TECO	Entrenamiento	2,39	8,55	415,78	107	1,86	0,48	153
	Prueba	0,725	8,34	2,14	28	0,26	0,39	

Tabla 5.30 Experiencia IC-1: Resultados financieros sin aplicar generalización

5.4.2.2 Experiencias con el modelo PT

En esta sección mostraremos los resultados obtenidos para las experiencias con el modelo PT.

Al igual que con las experiencias de métodos anteriores, agruparemos estas experiencias en aquellas que utilizan *valores de tendencia discretos* (PT-1, PT2, PT3) y las que utilizan *valores de tendencia continuos* (PT-4, PT-5, PT-6).

En cada caso las predicciones de tendencia se realizarán para horizontes de 1,3 y 6 días y se aplicarán dos variantes de XCS: *aplicando el mecanismo de generalización e inhibiendo el mecanismo de generalización*.

Además, en algunos casos mostraremos los clasificadores obtenidos para ilustrar las Els aprendidas.

En cuanto a los parámetros y extensiones de XCS, se aplicarán todas las extensiones del algoritmo descritas en la sección 3.3 (eliminación de subsumidos, especificación, compactación de la población, adaptación para ambiente no determinístico) y se utilizarán, para todos los experimentos los siguientes parámetros:

Parámetro	Valor
N	3000
prob _c	0.8
prob _m	0.04
prob _#	0.7
prob _{esp}	0.5
X _{sub}	500
ε ₀	0.1
β	0.005
α	0.1
η	5
δ	0.1
θ _{AG}	50
p _{ini}	0
ε _{ini}	0
f _{ini}	0.01
g _{min}	0.3

Tabla 5.31 Parámetros de XCSI para las experiencias con el Modelo PT

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

Experiencias utilizando valores de tendencia discretos

Experiencia PT-1

En esta experiencia se utiliza el conjunto de indicadores IND1, y se predice la tendencia (utilizando valores discretos) para el día siguiente (horizonte=1).

Especie	Generalización	TE_{ent}	TE_{prueba}	#C
ACIN	NO	0.272	0.49	1288
	SI	0.332	0.386	53
ERCA	NO	0.25	0.472	1198
	SI	0.352	0.359	70
FRAN	NO	0.217	0.415	1228
	SI	0.377	0.393	39
GALI	NO	0.228	0.376	1031
	SI	0.386	0.363	47
TEAR	NO	0.247	0.434	1139
	SI	0.375	0.355	90
TECO	NO	0.212	0.421	1116
	SI	0.353	0.373	54

Tabla 5.32 Experiencia PT-1: Evaluación de la precisión

Sin Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	8.911	12.19	33315.24	270	2.41	0.6	1288
	Prueba	-1.414	9.62	-45.63	24	-2.22	0.33	
ERCA	Entrenamiento	6.756	12.14	15182.53	303	1.85	0.57	1198
	Prueba	0.074	12.94	-16.1	80	-0.08	0.41	
FRAN	Entrenamiento	9.644	12.91	154872.3	305	2.63	0.61	1228
	Prueba	1.773	9.7	21.08	81	0.32	0.38	
GALI	Entrenamiento	9.335	10.46	85520.52	273	2.66	0.65	1041
	Prueba	0.988	7.7	14.49	69	0.32	0.43	
TEAR	Entrenamiento	7.385	12.54	27926.55	290	2.12	0.53	1139
	Prueba	0.652	10.48	5.23	73	0.23	0.33	
TECO	Entrenamiento	8.49	9.01	59596.97	293	2.34	0.6	1116
	Prueba	1.227	11.77	-1.81	74	0.11	0.36	

Tabla 5.33 Experiencia PT-1: Resultados financieros sin aplicar generalización

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

Con Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	6.287	12.24	5728.64	256	1.85	0.58	53
	Prueba	3.14	12.81	89.61	97	0.89	0.46	
ERCA	Entrenamiento	3.552	9.62	1247.61	253	1.21	0.49	70
	Prueba	6.285	14.03	193.22	62	1.95	0.52	
FRAN	Entrenamiento	3.956	10.31	1751.24	240	1.41	0.44	39
	Prueba	2.876	8.85	60.98	53	1.03	0.45	
GALI	Entrenamiento	3.875	9.26	1401.72	253	1.22	0.44	47
	Prueba	2.422	10.19	44.86	59	0.78	0.41	
TEAR	Entrenamiento	2.383	10.57	371.16	273	0.8	0.45	90
	Prueba	3.744	8.68	89.16	71	1.07	0.41	
TECO	Entrenamiento	3.82	9.44	1452.3	290	1.08	0.4	54
	Prueba	2.468	9.34	34.93	65	0.62	0.37	

Tabla 5.34 Experiencia PT-1: Resultados financieros aplicando generalización

Clasificador	Estrategia
$\langle 3;4 \rangle \langle 0;2 \rangle \langle 0;3 \rangle \langle 0;3 \rangle \langle 0;1 \rangle : 0 \rightarrow 0.57$	$OSCP(t,1,5) \in P..PG$ y $OSCP(t-1,1,5) \in NG..C$ y $IFR(t,10) \in NG..P$ y $OSCP(t,5,10) \in NG..P$ y $OSCP(t,10,20) \in NG..N \rightarrow$ comprar/retener
$\langle 4;4 \rangle \langle 2;3 \rangle \langle 1;3 \rangle \langle 2;4 \rangle \langle 1;4 \rangle : 0 \rightarrow 0.71$	$OSCP(t,1,5) \in PG$ y $OSCP(t-1,1,5) \in C..P$ y $IFR(t,10) \in N..P$ y $OSCP(t,5,10) \in C..PG$ y $OSCP(t,10,20) \in N..PG \rightarrow$ comprar/retener
$\langle 0;0 \rangle \langle 0;3 \rangle \langle 2;4 \rangle \langle 2;3 \rangle \langle 0;4 \rangle : 0 \rightarrow -0.4$	$OSCP(t,1,5) \in NG$ y $OSCP(t-1,1,5) \in NG..P$ y $IFR(t,10) \in C..PG$ y $OSCP(t,5,10) \in C..P \rightarrow$ no comprar/vender
$\langle 0;1 \rangle \langle 1;4 \rangle \langle 1;1 \rangle \langle 0;1 \rangle \langle 0;2 \rangle : 0 \rightarrow -0.47$	$OSCP(t,1,5) \in NG..N$ y $OSCP(t-1,1,5) \in N..PG$ y $IFR(t,10) \in N$ y $OSCP(t,5,10) \in NG..N$ y $OSCP(t,10,20) \in NG..C \rightarrow$ no comprar/vender
$\langle 2;3 \rangle \langle 0;2 \rangle \langle 3;3 \rangle \langle 1;4 \rangle \langle 1;3 \rangle : 0 \rightarrow 0.48$	$OSCP(t,1,5) \in C..P$ y $OSCP(t-1,1,5) \in NG..C$ y $IFR(t,10) \in P$ y $OSCP(t,5,10) \in N..PG$ y $OSCP(t,10,20) \in N..P \rightarrow$ comprar/retener
$\langle 1;2 \rangle \langle 2;3 \rangle \langle 1;2 \rangle \langle 1;2 \rangle \langle 3;4 \rangle : 0 \rightarrow -0.53$	$OSCP(t,1,5) \in N..C$ y $OSCP(t-1,1,5) \in C..P$ y $IFR(t,10) \in N..C$ y $OSCP(t,5,10) \in N..C$ y $OSCP(t,10,20) \in P..PG \rightarrow$ no comprar/vender
$\langle 0;2 \rangle \langle 0;4 \rangle \langle 0;4 \rangle \langle 0;4 \rangle \langle 0;4 \rangle : 0 \rightarrow -0.14$	$OSCP(t,1,5) \in NG..C \rightarrow$ no comprar/vender
$\langle 4;4 \rangle \langle 1;4 \rangle \langle 2;3 \rangle \langle 2;3 \rangle \langle 0;4 \rangle : 0 \rightarrow 0.39$	$OSCP(t,1,5) \in PG$ y $OSCP(t-1,1,5) \in N..PG$ y $IFR(t,10) \in C..P$ y $OSCP(t,5,10) \in C..P \rightarrow$ comprar/retener
$\langle 3;4 \rangle \langle 4;4 \rangle \langle 3;4 \rangle \langle 4;4 \rangle \langle 4;4 \rangle : 0 \rightarrow -0.26$	$OSCP(t,1,5) \in P..PG$ y $OSCP(t-1,1,5) \in PG$ y $IFR(t,10) \in P..PG$ y $OSCP(t,5,10) \in PG$ y $OSCP(t,10,20) \in PG \rightarrow$ no comprar/vender
$\langle 3;4 \rangle \langle 2;3 \rangle \langle 2;3 \rangle \langle 2;2 \rangle \langle 1;4 \rangle : 0 \rightarrow 0.57$	$OSCP(t,1,5) \in P..PG$ y $OSCP(t-1,1,5) \in C..P$ y $IFR(t,10) \in C..P$ y $OSCP(t,5,10) \in C$ y $OSCP(t,10,20) \in N..PG \rightarrow$ comprar/retener
$\langle 1;3 \rangle \langle 4;4 \rangle \langle 0;4 \rangle \langle 0;4 \rangle \langle 1;4 \rangle : 0 \rightarrow -0.31$	$OSCP(t,1,5) \in N..P$ y $OSCP(t-1,1,5) \in PG$ y $OSCP(t,10,20) \in N..PG \rightarrow$ no comprar/vender
$\langle 4;4 \rangle \langle 3;4 \rangle \langle 0;2 \rangle \langle 0;3 \rangle \langle 0;0 \rangle : 0 \rightarrow 0.24$	$OSCP(t,1,5) \in PG$ y $OSCP(t-1,1,5) \in P..PG$ y $IFR(t,10) \in NG..C$ y $OSCP(t,5,10) \in NG..P$ y $OSCP(t,10,20) \in NG \rightarrow$ comprar/retener
$\langle 3;4 \rangle \langle 2;2 \rangle \langle 2;4 \rangle \langle 0;4 \rangle \langle 0;4 \rangle : 0 \rightarrow 0.52$	$OSCP(t,1,5) \in P..PG$ y $OSCP(t-1,1,5) \in C$ y $IFR(t,10) \in C..PG \rightarrow$ comprar/retener
$\langle 1;4 \rangle \langle 4;4 \rangle \langle 0;4 \rangle \langle 0;0 \rangle \langle 1;4 \rangle : 0 \rightarrow -0.59$	$OSCP(t,1,5) \in N..PG$ y $OSCP(t-1,1,5) \in PG$ y $OSCP(t,5,10) \in NG$ y $OSCP(t,10,20) \in N..PG \rightarrow$ no comprar/vender
$\langle 4;4 \rangle \langle 2;4 \rangle \langle 2;3 \rangle \langle 2;4 \rangle \langle 2;3 \rangle : 0 \rightarrow 0.35$	$OSCP(t,1,5) \in PG$ y $OSCP(t-1,1,5) \in C..PG$ y $IFR(t,10) \in C..P$ y $OSCP(t,5,10) \in C..PG$ y $OSCP(t,10,20) \in C..P \rightarrow$ comprar/retener
$\langle 3;3 \rangle \langle 0;2 \rangle \langle 0;4 \rangle \langle 0;4 \rangle \langle 0;4 \rangle : 0 \rightarrow 0.39$	$OSCP(t,1,5) \in P$ y $OSCP(t-1,1,5) \in NG..C \rightarrow$ comprar/retener

Tabla 5.35 Clasificadores y estrategia para la especie FRAN (con generalización)

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

Experiencia PT-2

En esta experiencia se utiliza el conjunto de indicadores IND3, y se predice la tendencia (utilizando valores discretos) para los 3 días siguientes (horizonte=3).

Especie	Generalización	TE_{ent}	TE_{prueba}	#C
ACIN	NO	0.319	0.502	476
	SI	0.362	0.381	45
ERCA	NO	0.293	0.451	452
	SI	0.354	0.415	38
FRAN	NO	0.297	0.428	490
	SI	0.347	0.413	54
GALI	NO	0.301	0.461	466
	SI	0.37	0.414	57
TEAR	NO	0.312	0.5	431
	SI	0.35	0.415	61
TECO	NO	0.295	0.486	414
	SI	0.363	0.382	49

Tabla 5.36 Experiencia PT-2: Evaluación de la precisión

Sin Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	5.882	12.42	3754.13	143	3.03	0.57	476
	Prueba	-2.232	12.41	-60.81	77	-0.97	0.44	
ERCA	Entrenamiento	5.275	7.82	5577.94	205	2.2	0.54	452
	Prueba	2.25	10.38	37.87	51	0.78	0.43	
FRAN	Entrenamiento	6.822	12.33	15722.36	196	2.91	0.56	490
	Prueba	2.105	7.85	36.44	40	0.93	0.48	
GALI	Entrenamiento	5.499	13.44	3947.8	221	1.99	0.57	466
	Prueba	-0.679	8.08	-16.95	57	-0.2	0.44	
TEAR	Entrenamiento	4.588	11.36	2965.08	200	1.97	0.52	431
	Prueba	-0.567	10	-19.02	50	-0.16	0.34	
TECO	Entrenamiento	4.787	9.87	3240.99	199	1.97	0.52	414
	Prueba	-0.128	10.15	-11.78	50	-0.1	0.26	

Tabla 5.37 Experiencia PT-2: Resultados financieros sin aplicar generalización

Con Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	4.875	12.29	1831.23	104	3.86	0.5	45
	Prueba	3.778	15.07	132.67	50	2.48	0.4	
ERCA	Entrenamiento	3.594	11.27	1069.4	148	2	0.51	38
	Prueba	4.363	9.77	95.59	31	2.57	0.48	
FRAN	Entrenamiento	5.449	12.03	5311.75	169	2.74	0.5	54
	Prueba	3.295	7.93	72.48	44	1.45	0.41	
GALI	Entrenamiento	4.388	14.01	1567.28	155	2.39	0.48	57
	Prueba	1.205	10.4	13.93	41	0.54	0.54	
TEAR	Entrenamiento	2.844	12	507.57	192	1.26	0.5	61
	Prueba	2.605	9.98	54.16	43	1.25	0.47	
TECO	Entrenamiento	4.657	9.22	3008.29	167	2.32	0.5	49
	Prueba	2.899	10.11	58.75	43	1.25	0.37	

Tabla 5.38 Experiencia PT-2: Resultados financieros aplicando generalización

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

Experiencia PT-3

En esta experiencia se utiliza el conjunto de indicadores IND3, y se predice la tendencia (utilizando valores discretos) para los 6 días siguientes (horizonte=6)

Especie	Generalización	TE_{ent}	TE_{prueba}	#C
ACIN	NO	0.293	0.478	476
	SI	0.338	0.382	54
ERCA	NO	0.276	0.48	452
	SI	0.33	0.429	83
FRAN	NO	0.264	0.457	490
	SI	0.333	0.431	63
GALI	NO	0.277	0.512	468
	SI	0.367	0.392	47
TEAR	NO	0.297	0.484	430
	SI	0.342	0.416	58
TECO	NO	0.288	0.5	414
	SI	0.354	0.414	61

Tabla 5.39 Experiencia PT-3: Evaluación de la precisión

Sin Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	5.238	12.61	2498.5	116	3.42	0.51	476
	Prueba	-1.57	15.58	-55.54	62	-0.81	0.44	
ERCA	Entrenamiento	4.431	9.38	2564	206	1.86	0.53	452
	Prueba	3.023	10.16	60.34	49	1.12	0.45	
FRAN	Entrenamiento	5.104	13.41	3326.96	207	2.06	0.52	490
	Prueba	-0.778	7.41	-19.06	46	-0.27	0.35	
GALI	Entrenamiento	4.868	15.18	2060.61	195	1.89	0.51	468
	Prueba	-1.661	10.06	-26.94	43	-0.5	0.37	
TEAR	Entrenamiento	3.735	10.1	1378.33	199	1.55	0.5	430
	Prueba	-0.804	7.45	-18.75	49	-0.19	0.35	
TECO	Entrenamiento	3.135	8.38	920.54	212	1.26	0.47	414
	Prueba	-0.732	8.83	-19.24	46	-0.3	0.3	

Tabla 5.40 Experiencia PT-3: Resultados financieros sin aplicar generalización

Con Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	3.676	12.13	799.24	108	2.92	0.45	54
	Prueba	2.785	17.95	55	51	1.56	0.41	
ERCA	Entrenamiento	1.694	9.99	167.21	151	0.96	0.58	83
	Prueba	3.892	10.04	88.62	29	2.58	0.62	
FRAN	Entrenamiento	4.801	12.97	2654.32	137	2.92	0.56	63
	Prueba	1.896	6.51	40	34	1.22	0.44	
GALI	Entrenamiento	4.088	12.26	1462.21	167	1.96	0.49	47
	Prueba	1.59	9.95	29.88	40	0.88	0.48	
TEAR	Entrenamiento	2.545	9.83	464.31	174	1.23	0.45	58
	Prueba	0.199	8.63	1.47	44	0.31	0.36	
TECO	Entrenamiento	3.64	9.21	1295.74	169	1.8	0.49	61
	Prueba	1.821	11.62	25.98	49	0.63	0.39	

Tabla 5.41 Experiencia PT-3: Resultados financieros aplicando generalización

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

Experiencias utilizando valores de tendencia discretos

Experiencia PT-4

En esta experiencia se utiliza el conjunto de indicadores IND1, y se predice la tendencia (utilizando valores continuos) para el día siguiente (horizonte=1).

Especie	Generalización	EAM_{ent}	EAM_{prueba}	#C
ACIN	NO	1.877	2.353	1212
	SI	2.123	2.237	79
ERCA	NO	1.8	1.737	1327
	SI	2.044	1.722	105
FRAN	NO	1.839	1.551	1364
	SI	2.032	1.533	88
GALI	NO	1.664	1.774	1327
	SI	1.896	1.754	50
TEAR	NO	1.598	1.703	1285
	SI	1.779	1.628	56
TECO	NO	1.583	1.718	1283
	SI	1.771	1.644	82

Tabla 5.42 Experiencia PT-4: Evaluación de la precisión

Sin Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	10.015	11.83	73074.2	129	5.66	0.75	1212
	Prueba	-0.335	11.13	-24.91	66	-0.12	0.42	
ERCA	Entrenamiento	7.547	8.8	37217.81	139	4.51	0.78	1327
	Prueba	-0.775	8.35	-20.58	36	-0.49	0.36	
FRAN	Entrenamiento	8.93	11.44	100004.02	150	5.01	0.7	1364
	Prueba	2.281	7.32	49.55	41	1.09	0.46	
GALI	Entrenamiento	9.012	12.44	60244.1	149	4.75	0.7	1327
	Prueba	1.322	7.18	22.79	41	0.62	0.46	
TEAR	Entrenamiento	7.189	12.09	24986.09	128	4.72	0.61	1285
	Prueba	0.01	4.29	-4.91	28	-0.11	0.43	
TECO	Entrenamiento	7.405	10.19	24447.59	133	4.48	0.72	1283
	Prueba	0.68	6.77	8.43	39	0.32	0.44	

Tabla 5.43 Experiencia PT-4: Resultados financieros sin aplicar generalización

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

Con Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	3.193	11.91	499.55	83	4.53	0.42	79
	Prueba	2.072	13.36	55.53	28	2.93	0.43	
ERCA	Entrenamiento	0.541	10.51	-13.03	90	0.37	0.44	105
	Prueba	3.815	16.43	65.76	24	3.46	0.5	
FRAN	Entrenamiento	1.285	12.5	55.76	111	0.87	0.43	88
	Prueba	2.28	9.35	45.51	18	2.37	0.5	
GALI	Entrenamiento	2.601	12.76	360.52	74	3.04	0.45	50
	Prueba	0.332	9.51	-1.76	22	0.19	0.45	
TEAR	Entrenamiento	2.588	7.84	627.27	82	2.81	0.5	56
	Prueba	1.34	8.58	18.25	19	1.12	0.42	
TECO	Entrenamiento	2.465	10.12	399.94	81	2.45	0.43	82
	Prueba	0.379	9.29	-0.32	21	0.21	0.43	

Tabla 5.44 Experiencia PT-4: Resultados financieros aplicando generalización

Clasificador	Estrategia
$\langle 3;4 \rangle \langle 3;4 \rangle \langle 3;4 \rangle \langle 2;5 \rangle \langle 4;5 \rangle : 0 \rightarrow 0.06$	$OSCP(t,1,5) \in C..P$ y $OSCP(t-1,1,5) \in C..P$ y $IFR(t,10) \in C..P$ y $OSCP(t,5,10) \in N..PG$ y $OSCP(t,10,20) \in P..PG \rightarrow$ no hacer nada
$\langle 2;2 \rangle \langle 1;4 \rangle \langle 1;5 \rangle \langle 1;2 \rangle \langle 1;3 \rangle : 0 \rightarrow -0.28$	$OSCP(t,1,5) \in N$ y $OSCP(t-1,1,5) \in NG..P$ y $OSCP(t,5,10) \in NG..N$ y $OSCP(t,10,20) \in NG..C \rightarrow$ vender/no comprar
$\langle 1;4 \rangle \langle 4;5 \rangle \langle 1;5 \rangle \langle 3;3 \rangle \langle 3;3 \rangle : 0 \rightarrow -0.21$	$OSCP(t,1,5) \in NG..P$ y $OSCP(t-1,1,5) \in P..PG$ y $OSCP(t,5,10) \in C$ y $OSCP(t,10,20) \in C \rightarrow$ no hacer nada
$\langle 4;5 \rangle \langle 5;5 \rangle \langle 3;5 \rangle \langle 5;5 \rangle \langle 4;5 \rangle : 0 \rightarrow -0.16$	$OSCP(t,1,5) \in P..PG$ y $OSCP(t-1,1,5) \in PG$ y $IFR(t,10) \in C..PG$ y $OSCP(t,5,10) \in PG$ y $OSCP(t,10,20) \in P..PG \rightarrow$ no hacer nada
$\langle 1;1 \rangle \langle 1;1 \rangle \langle 1;3 \rangle \langle 1;2 \rangle \langle 1;2 \rangle : 0 \rightarrow -0.12$	$OSCP(t,1,5) \in NG$ y $OSCP(t-1,1,5) \in NG$ y $IFR(t,10) \in NG..C$ y $OSCP(t,5,10) \in NG..N$ y $OSCP(t,10,20) \in NG..N \rightarrow$ no hacer nada
$\langle 2;2 \rangle \langle 1;2 \rangle \langle 3;3 \rangle \langle 3;4 \rangle \langle 2;4 \rangle : 0 \rightarrow 0.32$	$OSCP(t,1,5) \in N$ y $OSCP(t-1,1,5) \in NG..N$ y $IFR(t,10) \in C$ y $OSCP(t,5,10) \in C..P$ y $OSCP(t,10,20) \in N..P \rightarrow$ comprar/retener
$\langle 4;4 \rangle \langle 5;5 \rangle \langle 1;4 \rangle \langle 4;5 \rangle \langle 1;3 \rangle : 0 \rightarrow -0.22$	$OSCP(t,1,5) \in P$ y $OSCP(t-1,1,5) \in PG$ y $IFR(t,10) \in NG..P$ y $OSCP(t,5,10) \in P..PG$ y $OSCP(t,10,20) \in NG..C \rightarrow$ no hacer nada
$\langle 5;5 \rangle \langle 3;4 \rangle \langle 3;4 \rangle \langle 2;4 \rangle \langle 2;5 \rangle : 0 \rightarrow 0.76$	$OSCP(t,1,5) \in PG$ y $OSCP(t-1,1,5) \in C..P$ y $IFR(t,10) \in C..P$ y $OSCP(t,5,10) \in N..P$ y $OSCP(t,10,20) \in N..PG \rightarrow$ comprar/retener
$\langle 4;5 \rangle \langle 2;5 \rangle \langle 5;5 \rangle \langle 2;4 \rangle \langle 3;5 \rangle : 0 \rightarrow 0.55$	$OSCP(t,1,5) \in P..PG$ y $OSCP(t-1,1,5) \in N..PG$ y $IFR(t,10) \in PG$ y $OSCP(t,5,10) \in N..P$ y $OSCP(t,10,20) \in C..PG \rightarrow$ comprar/retener
$\langle 1;3 \rangle \langle 2;3 \rangle \langle 2;4 \rangle \langle 1;2 \rangle \langle 2;3 \rangle : 0 \rightarrow -0.09$	$OSCP(t,1,5) \in NG..C$ y $OSCP(t-1,1,5) \in N..C$ y $IFR(t,10) \in N..P$ y $OSCP(t,5,10) \in NG..N$ y $OSCP(t,10,20) \in N..C \rightarrow$ no hacer nada
$\langle 2;4 \rangle \langle 4;5 \rangle \langle 3;3 \rangle \langle 1;3 \rangle \langle 2;2 \rangle : 0 \rightarrow -0.74$	$OSCP(t,1,5) \in N..P$ y $OSCP(t-1,1,5) \in P..PG$ y $IFR(t,10) \in C$ y $OSCP(t,5,10) \in NG..C$ y $OSCP(t,10,20) \in N \rightarrow$ no comprar/vender
$\langle 4;4 \rangle \langle 1;3 \rangle \langle 2;4 \rangle \langle 2;3 \rangle \langle 2;4 \rangle : 0 \rightarrow 0.68$	$OSCP(t,1,5) \in P$ y $OSCP(t-1,1,5) \in NG..C$ y $IFR(t,10) \in N..P$ y $OSCP(t,5,10) \in N..C$ y $OSCP(t,10,20) \in N..P \rightarrow$ comprar/retener
$\langle 1;2 \rangle \langle 1;2 \rangle \langle 3;3 \rangle \langle 1;5 \rangle \langle 1;1 \rangle : 0 \rightarrow -0.34$	$OSCP(t,1,5) \in NG..N$ y $OSCP(t-1,1,5) \in NG..N$ y $IFR(t,10) \in C$ y $OSCP(t,10,20) \in NG \rightarrow$ no comprar/vender
$\langle 1;1 \rangle \langle 1;2 \rangle \langle 1;3 \rangle \langle 2;5 \rangle \langle 4;5 \rangle : 0 \rightarrow 0.27$	$OSCP(t,1,5) \in NG$ y $OSCP(t-1,1,5) \in NG..N$ y $IFR(t,10) \in NG..C$ y $OSCP(t,5,10) \in N..PG$ y $OSCP(t,10,20) \in P..PG \rightarrow$ comprar/retener
$\langle 1;1 \rangle \langle 1;1 \rangle \langle 2;2 \rangle \langle 1;1 \rangle \langle 2;3 \rangle : 0 \rightarrow -0.92$	$OSCP(t,1,5) \in NG$ y $OSCP(t-1,1,5) \in NG$ y $IFR(t,10) \in N$ y $OSCP(t,5,10) \in NG$ y $OSCP(t,10,20) \in N..C \rightarrow$ no comprar/vender

Tabla 5.45 Clasificadores y estrategia para la especie ACIN (con generalización)

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

Experiencia PT-5

En esta experiencia se utiliza el conjunto de indicadores IND3, y se predice la tendencia (utilizando valores continuos) para los tres días siguientes (horizonte=3).

Especie	Generalización	EAM_{ent}	EAM_{prueba}	#C
ACIN	NO	3.11	4.033	475
	SI	3.445	3.936	70
ERCA	NO	3.044	3.111	441
	SI	3.354	3.006	23
FRAN	NO	3.068	2.919	482
	SI	3.378	2.867	74
GALI	NO	2.955	3.294	468
	SI	3.165	3.206	78
TEAR	NO	2.669	2.988	431
	SI	2.898	2.856	47
TECO	NO	2.675	3.172	414
	SI	2.896	3.076	81

Tabla 5.46 Experiencia PT-5: Evaluación de la precisión

Sin Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	7.256	12.59	9802.12	75	7.41	0.57	475
	Prueba	0.145	11.75	-16.15	39	-0.02	0.49	
ERCA	Entrenamiento	6.277	8.95	11946.86	115	4.69	0.64	441
	Prueba	1.029	8.52	14.65	31	0.66	0.39	
FRAN	Entrenamiento	8.228	13.31	46174.65	112	6.11	0.69	482
	Prueba	2.057	5.77	37.75	22	1.67	0.41	
GALI	Entrenamiento	6.016	13.8	5843.86	84	5.67	0.68	468
	Prueba	0.644	6.28	9.25	26	0.51	0.5	
TEAR	Entrenamiento	5.764	11.16	7880.28	80	6.16	0.64	431
	Prueba	1.697	7.47	35.86	22	1.91	0.5	
TECO	Entrenamiento	5.066	10.28	3767.21	93	4.38	0.59	414
	Prueba	-0.567	7.6	-14.56	25	-0.43	0.36	

Tabla 5.47 Experiencia PT-5: Resultados financieros sin aplicar generalización

Con Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	3.289	12.9	501.48	30	10.69	0.63	70
	Prueba	0.967	17.69	-13.62	12	0.63	0.33	
ERCA	Entrenamiento	1.711	7.76	221.53	22	15.66	0.36	23
	Prueba	2.273	10.42	29.22	6	5.21	0.5	
FRAN	Entrenamiento	4.655	12.01	2729.62	77	5.01	0.6	74
	Prueba	0.588	6.28	3.42	14	0.63	0.43	
GALI	Entrenamiento	3.42	13.81	708.33	29	10.36	0.55	78
	Prueba	0.006	9.07	-6.99	8	0.13	0.25	
TEAR	Entrenamiento	1.022	14.05	6.46	5	13.62	0.8	47
	Prueba	1.724	12.12	25.88	1	25.88	1	
TECO	Entrenamiento	2.198	11.32	287.47	27	6.61	0.67	81
	Prueba	1.832	11.31	14.79	7	3.09	0.57	

Tabla 5.48 Experiencia PT-5: Resultados financieros aplicando generalización

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

Experiencia PT-6

En esta experiencia se utiliza el conjunto de indicadores IND4, y se predice la tendencia (utilizando valores continuos) para los seis días siguientes (horizonte=6)

Especie	Generalización	EAM _{ent}	EAM _{prueba}	#C
ACIN	NO	3.8	5.242	476
	SI	4.226	4.952	63
ERCA	NO	3.768	3.809	452
	SI	4.094	3.695	84
FRAN	NO	3.732	3.721	489
	SI	4.081	3.511	61
GALI	NO	3.694	4.254	460
	SI	4.011	4.066	69
TEAR	NO	3.301	3.682	430
	SI	3.592	3.546	67
TECO	NO	3.295	4.02	414
	SI	3.594	3.892	51

Tabla 5.49 Experiencia PT-6: Evaluación de la precisión

Sin Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T _{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	6.246	12.16	5354.05	70	7.2	0.61	476
	Prueba	0.062	13.76	-22.81	43	-0.03	0.4	
ERCA	Entrenamiento	5.43	9.9	5788.49	118	3.89	0.63	452
	Prueba	1.642	8.87	23.89	30	0.93	0.47	
FRAN	Entrenamiento	6.71	12.24	14369.96	123	4.52	0.67	489
	Prueba	-0.083	5.51	-4.55	27	0.04	0.26	
GALI	Entrenamiento	6.019	13.43	5952.26	89	5.17	0.7	460
	Prueba	-0.262	6.62	-2.93	24	0.02	0.42	
TEAR	Entrenamiento	4.847	9.66	3694.94	86	4.68	0.63	430
	Prueba	1.366	8.29	28.81	24	1.58	0.46	
TECO	Entrenamiento	5.399	10.04	5139.4	93	4.85	0.57	414
	Prueba	-0.057	7.62	-5.75	27	0.04	0.37	

Tabla 5.50 Experiencia PT-6: Resultados financieros sin aplicar generalización

Con Generalización								
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T _{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	3.925	12.95	909.04	40	10.96	0.45	63
	Prueba	0.198	14.95	-20.62	24	0.08	0.29	
ERCA	Entrenamiento	2.683	10.34	490.98	33	12.36	0.52	84
	Prueba	5.373	15.17	127.34	6	16.28	0.67	
FRAN	Entrenamiento	4.486	11.18	2348.89	75	5.05	0.6	61
	Prueba	3.691	6.84	97.97	22	3.41	0.55	
GALI	Entrenamiento	2.326	14.21	230.86	47	4.01	0.38	69
	Prueba	0.312	10.79	-3.73	13	-0.03	0.69	
TEAR	Entrenamiento	1.503	12.5	74.46	33	4.24	0.67	67
	Prueba	1.147	10.51	19.09	9	3.44	0.56	
TECO	Entrenamiento	1.966	10.83	237.23	21	7.63	0.67	51
	Prueba	-0.013	12.38	-14.49	7	-0.18	0.57	

Tabla 5.51 Experiencia PT-6: Resultados financieros aplicando generalización

5.4.3 Análisis de resultados

A la luz de los resultados obtenidos en las diferentes experiencias, observamos que para los dos modelos utilizados (IC y PT) el rendimiento obtenido por las estrategias mejora visiblemente con respecto a los resultados obtenidos para los métodos anteriores (XCS y XCSI).

En esta sección estudiaremos en detalle las diferentes experiencias y realizaremos distintos análisis comparativos.

- En la sección 5.4.3.1 analizamos el *funcionamiento del modelo IC* , comparando los resultados obtenidos con las experiencias con métodos anteriores (XCS y XCSI).
- En la sección 5.4.3.2 analizamos el *funcionamiento del mecanismo de generalización para el modelo PT*.
- En la sección 5.4.3.3 comparamos los resultados para el modelo PT, *según se utilicen valores de tendencia discretos o continuos*.
- En la sección 5.4.3.4 analizamos la *influencia del horizonte para la predicción*, para el modelo PT, comparando experiencias que utilizan diferentes horizontes.
- En la sección 5.4.3.5 comparamos los resultados obtenidos en esta sección, con las experiencias realizadas con XCS y XCSI.

5.4.3.1 Funcionamiento del modelo IC

El modelo IC obtiene muy buenos resultados sobre el período de entrenamiento pero, al igual que en las experiencias anteriores, el mecanismo de generalización no siempre genera buenos resultados (ver Tabla 5.29 y Tabla 5.30).

Sin embargo, a diferencia del método XCSI *los resultados sobre el período de prueba (sin generalización) son buenos*: siempre se generan ganancias y en general, se mejoran los rendimientos obtenidos por la estrategia B&H y por los métodos anteriores (XCS y XCSI) (ver Figura 5.18).

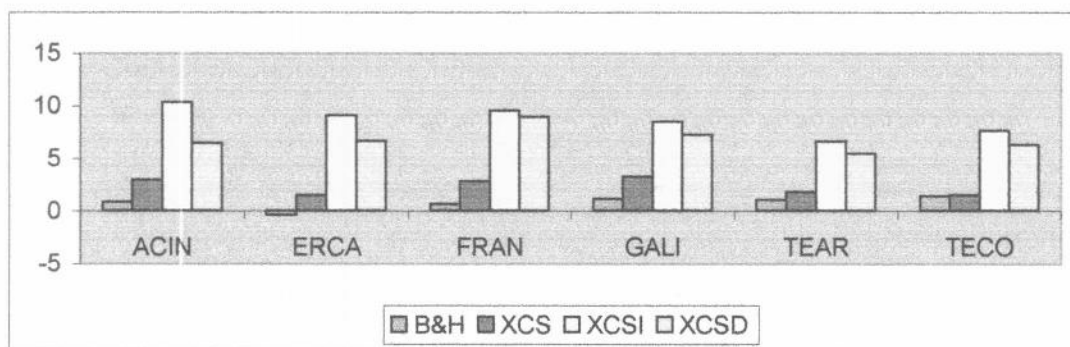


Figura 5.17 Comparación de rendimientos para diferentes métodos
(IC-1 entrenamiento, sin generalización)

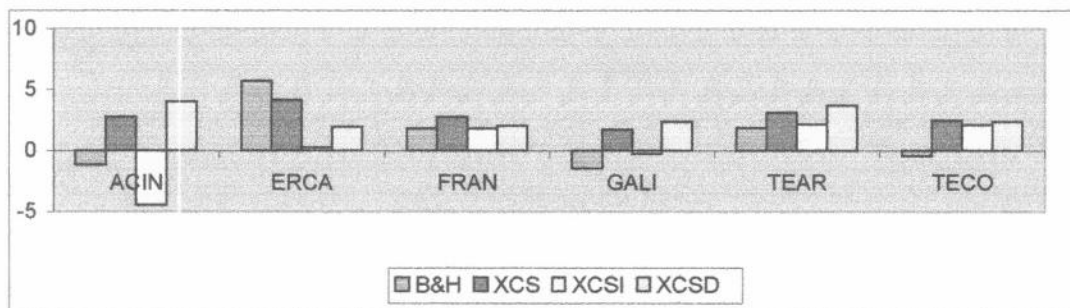


Figura 5.18 Comparación de rendimientos para diferentes métodos
(IC-1 prueba, sin generalización)

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

5.4.3.2 Modelo PT: Mecanismo de generalización

En vista de los resultados obtenidos podemos concluir que, para el Modelo PT, *la generalización genera poblaciones más compactas, y evita el sobreaprendizaje, generando mejores resultados en el período de prueba.*

- Desde el punto de vista de la precisión

Para evitar el sobreaprendizaje tratamos de obtener clasificadores más generales aumentando el valor del parámetro ε_0 de XCS que regula la precisión de los clasificadores. Tal como vimos en la sección 3.2.2, si el valor del error de predicción es inferior a ese parámetro, el clasificador tiene el valor máximo de precisión y aumenta su aptitud.

De este modo, si bien la generalización produce un aumento del error en el período de entrenamiento, en el período de prueba el error se reduce (ver Tabla 5.32, Tabla 5.36, Tabla 5.39, Tabla 5.42, Tabla 5.46 y Tabla 5.49).

- Desde el punto de vista financiero

La misma relación que se observa en el análisis de la precisión (mejor comportamiento sobre el período de entrenamiento cuando no se generaliza, mejor comportamiento sobre el período de prueba cuando se generaliza), se observa también para el rendimiento obtenido (ver Figura 5.19 y Figura 5.20).

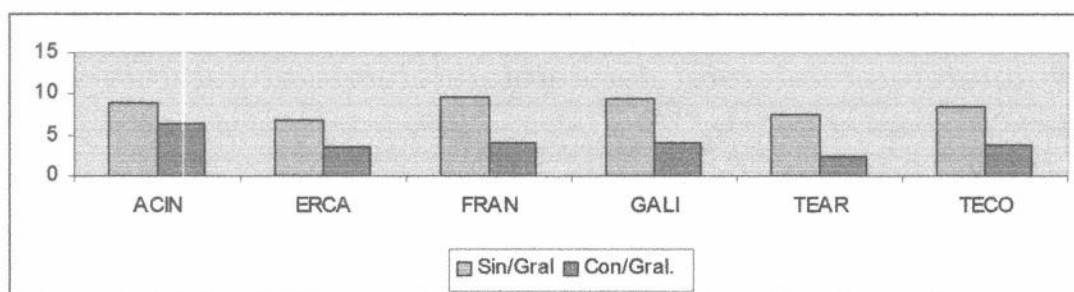


Figura 5.19 Comparación de rendimientos con y sin generalización (PT-1 entrenamiento)

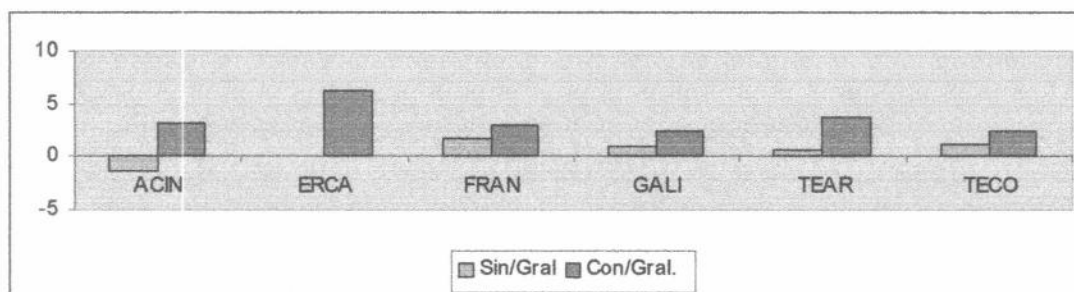


Figura 5.20 Comparación de rendimientos con y sin generalización (PT-1 prueba)

- Desde el punto de vista de la complejidad

La generalización *logra reducir significativamente la cantidad de clasificadores* (ver Tabla 5.32, Tabla 5.36, Tabla 5.39, Tabla 5.42, Tabla 5.46 y Tabla 5.49).

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

5.4.3.3 Modelo PT: Comparación entre valores de tendencia discretos y continuos

- Desde el punto de vista financiero

En cuanto a la performance financiera, se observan mejores resultados utilizando valores discretos (ver Figura 5.21 y Figura 5.22).

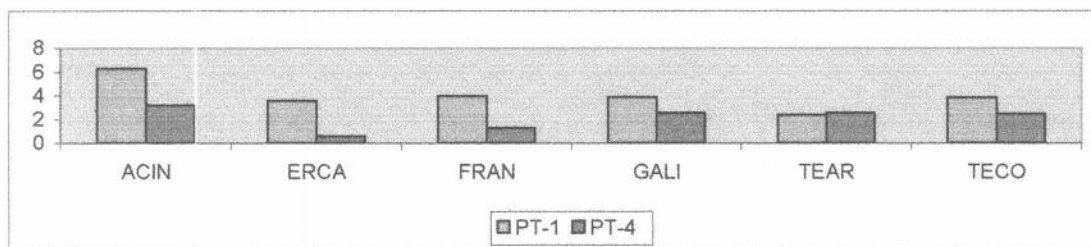


Figura 5.21 Comparación de rendimientos para valores discretos y continuos (entrenamiento)

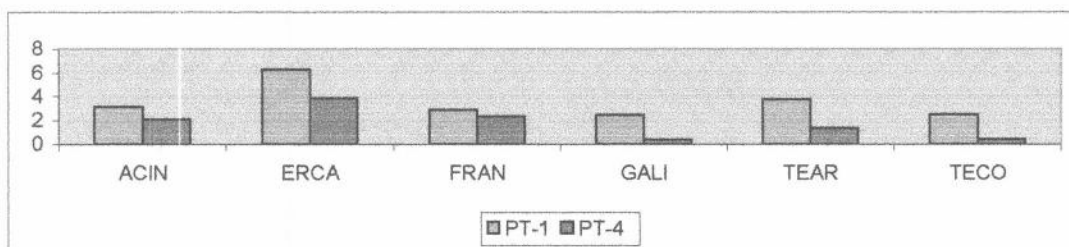


Figura 5.22 Comparación de rendimientos para valores discretos y continuos (prueba)

Esta diferencia, puede deberse a la forma en que los valores extremos afectan la predicción de valores continuos de tendencia (véase la sección 4.6.5).

Otra dificultad de la estrategia que utiliza valores de tendencia continuos es la *elección del umbral para el cambio de posición* (recordemos que se toma la decisión de comprar o vender si se predice una variación que supera un cierto umbral predefinido). Si se utiliza un umbral muy pequeño, se realizarán demasiadas transacciones (a la menor señal de cambio de tendencia se realizará una compra o venta). Por otro lado, si se utiliza un valor grande es posible que se pierdan oportunidades de ganancia o que no se salga a tiempo de una tendencia bajista. Experimentalmente hemos determinado que el valor empleado (0.25) es el que, en general, produjo comportamientos más adecuados (aunque para algunas especies en particular, otros valores generaron mejores resultados).

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

5.4.3.4 Modelo PT: Influencia del horizonte

- Desde el punto de vista de la precisión

Al igual que en los experimentos realizados con XCS y XCSI, se observa una mayor precisión sobre el conjunto de prueba cuando se utiliza un horizonte de un día.

- Desde el punto de vista financiero

En cuanto a la performance financiera, el comportamiento utilizando un horizonte de un día es superior en cuanto a rendimiento para la mayoría de los casos; aunque para algunas especies (FRAN, TECO) se observa un rendimiento superior utilizando un horizonte de tres días (ver Figura 5.23 y Figura 5.24)

Estas diferencias pueden deberse al comportamiento del precio de la especie (si el precio oscila frecuentemente, un horizonte más corto podrá sacar provecho de la situación, si no cambia de tendencia con frecuencia, será conveniente utilizar un horizonte más largo).

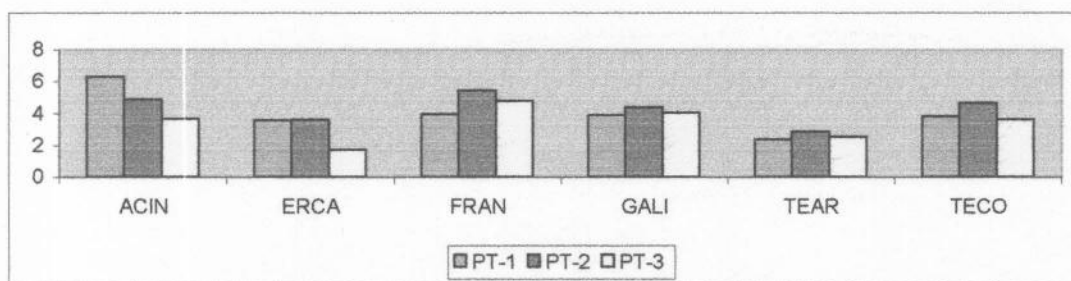


Figura 5.23 Comparación de rendimientos para diferentes horizontes (entrenamiento)

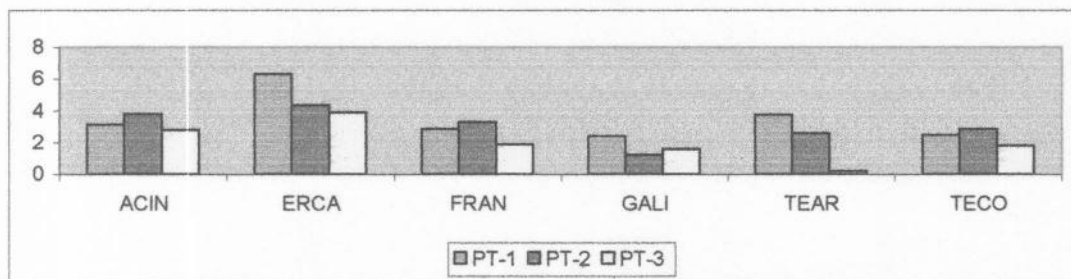


Figura 5.24 Comparación de rendimientos para diferentes horizontes (prueba)

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

5.4.3.5 Comparación con XCS y XCSI

Tanto desde el punto de vista de la precisión, como desde el punto de vista financiero, podemos decir que XCSD, *obtiene mejores resultados que los métodos precedentes* (XCS y XCSI).

- Desde el punto de vista de la precisión

En la mayoría de los casos se observa una *disminución del error sobre el período de prueba*, con respecto a los dos métodos (ver Tabla 5.52).

Si comparamos con XCSI, notamos que si bien sobre el período de entrenamiento éste obtiene un error menor que XCSD, para el período de prueba la relación se invierte. Esto significa que para estas experiencias XCSD logra realizar una mejor *generalización*, o bien que XCSI tiene una mayor tendencia al sobreaprendizaje (como vimos en la sección 5.4.3.1, este comportamiento también se produce al aplicar el modelo IC).

Esto se puede deber a la mejor tolerancia al ruido y a la distribución no uniforme de los datos, del método difuso.

Especie	Método	TE_{ent}	TE_{prueba}	#C
ACIN	XCS	0.426	0.434	14
	XCSI	0.326	0.388	91
	XCSD	0.332	0.386	53
ERCA	XCS	0.417	0.416	7
	XCSI	0.351	0.375	92
	XCSD	0.352	0.359	70
FRAN	XCS	0.418	0.421	13
	XCSI	0.322	0.421	125
	XCSD	0.377	0.393	39
GALI	XCS	0.406	0.418	13
	XCSI	0.324	0.392	122
	XCSD	0.386	0.363	47
TEAR	XCS	0.417	0.421	10
	XCSI	0.298	0.393	119
	XCSD	0.375	0.355	90
TECO	XCS	0.399	0.437	12
	XCSI	0.319	0.386	77
	XCSD	0.353	0.373	54

Tabla 5.52 Comparación de la precisión para los diferentes métodos
(valores de tendencia discretos)

- Desde el punto de vista financiero

El rendimiento de las estrategias para los diferentes métodos evoluciona de igual forma que la precisión.

Tal como se ve en la Figura 5.25 y la Figura 5.26 *el rendimiento obtenido por XCSD supera a los obtenidos por XCS y XCSI sobre el período de prueba*.

Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua:
Intervalos (XCSI) y conjuntos difusos (XCSD)

Con respecto al conjunto de entrenamiento los rendimientos son superiores a los de XSC y similares a los de XCSI.

Además los rendimientos obtenidos superan ampliamente a los de la estrategia B&H (generando rendimientos mayores, aún en especies de muy buena performance, como sucede con ERCA para el período de prueba).

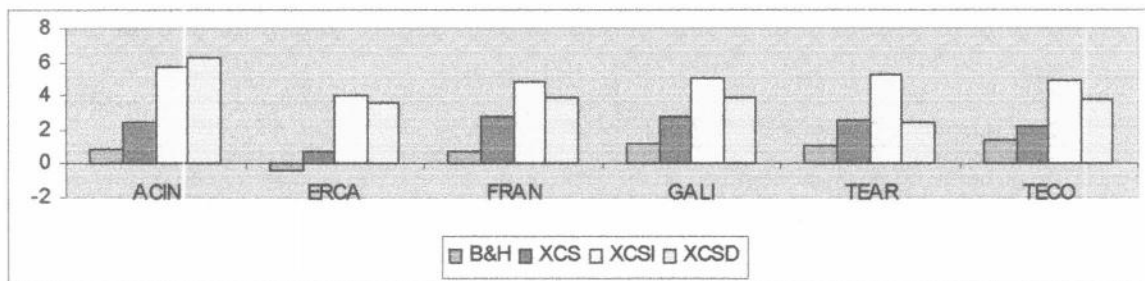


Figura 5.25 Comparación de rendimientos para diferentes métodos (entrenamiento)

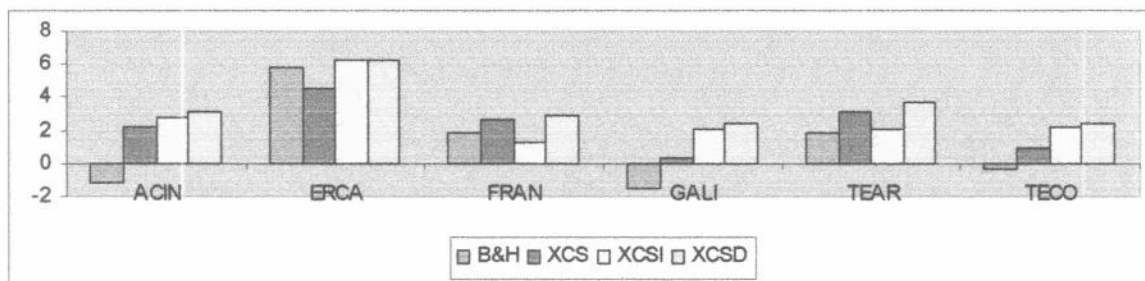


Figura 5.26 Comparación de rendimientos para diferentes métodos (prueba)

- Desde el punto de vista de la complejidad

En cuanto a la cantidad de clasificadores, el hecho de trabajar con particiones de cinco conjuntos difusos por variable de entrada, genera un aumento significativo en comparación a los resultados de XCS.

Sin embargo, vemos que XCSD *obtiene menos clasificadores que el método XCSI* (ver Tabla 5.52), confirmando la capacidad del método difuso para obtener generalizaciones más efectivas y compactas.

Resumiendo, los resultados obtenidos por XCSD, demuestran que esta extensión es una herramienta efectiva para mejorar las EIs y resulta un método adecuado para el tratamiento de información imprecisa y ambigua.

Además, dado su carácter general, este método podría ser aplicado a cualquier otro problema similar, que trate con valores continuos e información ambigua.

5.5 Observaciones finales

En este capítulo hemos planteado algunas modificaciones a la metodología definida en el capítulo anterior, con el objetivo de poder representar con mayor precisión el comportamiento de los precios y mejorar las Els obtenidas.

Para ello hemos planteado dos alternativas: *representación por medio de intervalos (XCSI)* y *representación por medio de conjuntos difusos (XCSD)*.

El desarrollo de estas extensiones implica un cambio en la representación de los clasificadores y en el caso de XCSD, modificaciones a los diferentes componentes del algoritmo con el fin de incorporar las particularidades de los métodos de razonamiento difuso.

A partir de los resultados de las diferentes experiencias podemos demostrar un aumento del rendimiento de las Els sobre todo para el método difuso (XCSD), que demuestra ser más robusto y tener más capacidad de generalización que el método intervalar (XCSI). De esta forma encontramos una alternativa adecuada para incorporar el tratamiento de información imprecisa o ambigua a nuestro método de aprendizaje.

Las extensiones propuestas, además de mejorar en forma visible el rendimiento de las Els, son de carácter general, lo que permite su aplicación a cualquier tipo de problema con valores de entrada continuos.

6 Un método jerárquico para mejorar el aprendizaje de estrategias de inversión

Hasta el momento hemos trabajado con dos modelos distintos para el aprendizaje de Estrategias de Inversión (EIs): un modelo basado en el *Incremento del Capital* (IC) y un modelo basado en la *Predicción de la Tendencia* (PT).

Si bien los diferentes modelos mostraron, al aplicarse en forma separada, su efectividad para obtener EIs de buen rendimiento, cada uno de ellos presenta sus características particulares.

En este capítulo plantearemos un método jerárquico de dos niveles que combina los dos modelos (IC y PT) buscando aprovechar las mejores características de cada uno de ellos, para maximizar el rendimiento de las EIs. Por un lado, aprovecharemos la *capacidad del modelo PT para generalizar y realizar predicciones efectivas* para diferentes horizontes y por otro lado, la *capacidad del modelo IC de considerar en forma directa la ganancia y los costos de transacción*.

A lo largo del capítulo definiremos los detalles de éste método, mostraremos los resultados obtenidos mediante su aplicación y realizaremos un análisis de los mismos.

En la sección 6.1 se plantea el método, cuya idea básica es procesar mediante el modelo IC las predicciones para diferentes horizontes que realiza el modelo PT.

En la sección 6.2 se muestran los resultados obtenidos al utilizar el método en combinación con los diferentes algoritmos utilizados en esta tesis.

En la sección 6.3 se realiza un análisis de los resultados comparándolos con las EIs obtenidas en capítulos anteriores.

En la sección 6.4 realizamos una evaluación más completa de las estrategias obtenidas, comparando con técnicas de inversión del análisis técnico tradicional y graficando la evolución del rendimiento.

Finalmente, en la sección 6.5 mostraremos un resumen y las conclusiones de lo realizado en el capítulo.

6.1 Combinación de modelos mediante un método jerárquico

En las experiencias realizadas hasta el momento con el modelo PT hemos basado las Els en la utilización de una estimación de la tendencia para un horizonte fijo y único. Sin embargo, es posible construir una estrategia que utilice las estimaciones de tendencia obtenidas para *diferentes horizontes* y las combine de la mejor forma posible para obtener mayores ganancias.

Nuestra idea es combinar las estimaciones de tendencia obtenidas en las experiencias con el modelo PT y utilizarlas como entrada para el modelo IC. Esto se lleva a cabo mediante un método jerárquico, cuyo esquema se puede ver en la Figura 6.1.

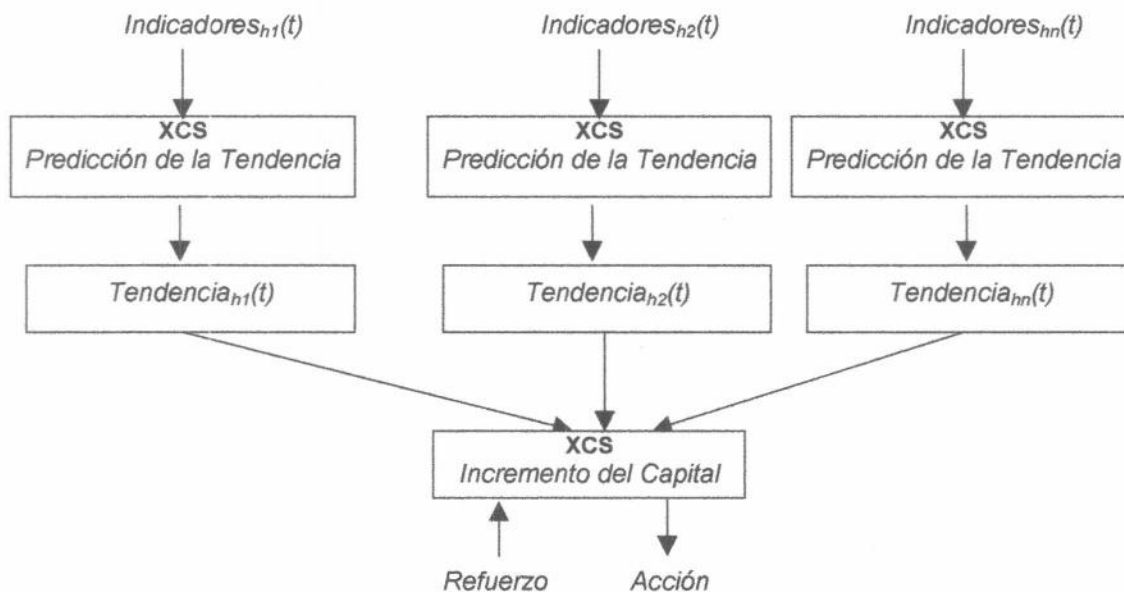


Figura 6.1 Combinación de Modelos

La implementación de este esquema se realiza en dos etapas :

- Etapa 1 : Se obtienen las estimaciones de tendencia para los horizontes h_1 , h_2 , ..., h_n utilizando el modelo PT.
- Etapa 2 : Se ejecuta el modelo IC utilizando para cada día t , las predicciones $Tendencia_{h1}(t)$, $Tendencia_{h2}(t)$, ..., $Tendencia_{hn}(t)$, como valores de entrada.

De esta forma, el modelo IC se utilizará para encontrar la mejor forma de combinar las predicciones de tendencia obtenidas con el modelo PT.

6.2 Experiencias

Se realizaron experiencias con todas las variantes de XCS (tradicional, intervalar y difuso), aplicándose el modelo IC sin habilitar la generalización.

Se mostrarán los resultados más representativos, mostrando en cada caso los resultados financieros de la estrategia resultante.

6.2.1 Resultados utilizando XCS

En esta experiencia se utilizarán como valores de entrada las estimaciones de tendencia obtenidas mediante la aplicación del modelo PT, con valores de tendencia discretos.

Como en el resto de las experiencias con XCS, el modelo IC codificará los valores de entrada considerando el signo de las predicciones (0 si es negativo, 1 si es positivo).

Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	3.916	11.27	1004.68	58	6.01	0.47	28
	Prueba	2.147	11.36	66.85	31	2.29	0.35	
ERCA	Entrenamiento	1.419	9.61	123.16	119	1.04	0.42	32
	Prueba	6.065	14.57	148.02	31	3.54	0.58	
FRAN	Entrenamiento	3.14	10.41	807.93	154	1.7	0.49	32
	Prueba	2.859	8.28	63.09	32	1.75	0.5	
GALI	Entrenamiento	3.883	12.51	1124.65	172	1.78	0.44	28
	Prueba	2.072	8.01	39.94	40	0.97	0.38	
TEAR	Entrenamiento	2.42	8.72	484.32	129	1.61	0.5	32
	Prueba	3.814	10.43	53.46	32	1.69	0.41	
TECO	Entrenamiento	3.594	9.45	1176.55	128	2.26	0.53	28
	Prueba	0.95	10.98	-7.22	30	0	0.43	

Tabla 6.1 Combinación de modelos (XCS): Resultados financieros

Estrategia	
Tendencia1(t) < 0 y Tendencia3(t) < 0 y Tendencia6(t) >= 0 y no EnCartera → no comprar	
Tendencia1(t) < 0 y Tendencia3(t) < 0 y Tendencia6(t) >= 0 y EnCartera → vender	
Tendencia1(t) >= 0 y Tendencia3(t) < 0 y Tendencia6(t) >= 0 y no EnCartera → no comprar	
Tendencia1(t) >= 0 y Tendencia3(t) < 0 y Tendencia6(t) >= 0 y EnCartera → retener	
Tendencia1(t) >= 0 y Tendencia3(t) >= 0 y Tendencia6(t) >= 0 y no EnCartera → comprar	
Tendencia1(t) >= 0 y Tendencia3(t) >= 0 y Tendencia6(t) >= 0 y EnCartera → retener	
Tendencia1(t) < 0 y Tendencia3(t) >= 0 y Tendencia6(t) < 0 y EnCartera → retener	
Tendencia1(t) < 0 y Tendencia3(t) < 0 y Tendencia6(t) < 0 y no EnCartera → no comprar	
Tendencia1(t) < 0 y Tendencia3(t) < 0 y Tendencia6(t) < 0 y EnCartera → vender	
Tendencia1(t) >= 0 y Tendencia3(t) < 0 y Tendencia6(t) < 0 y no EnCartera → no comprar	
Tendencia1(t) >= 0 y Tendencia3(t) < 0 y Tendencia6(t) < 0 y EnCartera → retener	
Tendencia1(t) < 0 y Tendencia3(t) >= 0 y Tendencia6(t) >= 0 y EnCartera → retener	
Tendencia1(t) < 0 y Tendencia3(t) >= 0 y Tendencia6(t) >= 0 y no EnCartera → no comprar	
Tendencia1(t) < 0 y Tendencia3(t) >= 0 y Tendencia6(t) < 0 y no EnCartera → no comprar	
Tendencia1(t) >= 0 y Tendencia3(t) >= 0 y Tendencia6(t) < 0 y EnCartera → retener	
Tendencia1(t) >= 0 y Tendencia3(t) >= 0 y Tendencia6(t) < 0 y no EnCartera → comprar	

Tabla 6.2 Estrategia para la especie ERCA

6.2.2 Resultados utilizando XCSD

En esta experiencia se utilizarán como valores de entrada las estimaciones de tendencia obtenidas mediante la aplicación del modelo PT, con valores de tendencia continuos.

Para representar las diferentes estimaciones de tendencia en el modelo IC se definió para cada estimación, una partición uniformes de 3 conjuntos difusos.

Esta partición se obtuvo normalizando en el intervalo [-1,1] (tal como se vio en la sección 5.3.2.1) y realizando una partición uniforme sobre dicho intervalo.

Para referirnos a cada término de la partición utilizaremos las etiquetas N, C y P ("Negativo", "Cero", "Positivo")

Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T _{prom}	%T+	#C
ACIN	Entrenamiento	5.126	11.77	2226.74	92	3.95	0.54	108
	Prueba	6.732	14.13	465.37	39	5.23	0.59	
ERCA	Entrenamiento	3.851	9.44	1476.96	110	2.88	0.58	108
	Prueba	6.478	15.27	197.68	27	4.83	0.59	
FRAN	Entrenamiento	6.835	12.71	15417.59	147	3.9	0.61	108
	Prueba	3.723	6.98	87.93	37	1.91	0.49	
GALI	Entrenamiento	4.576	12.78	1934.45	121	3.02	0.45	108
	Prueba	2.415	10.05	44.62	32	1.33	0.44	
TEAR	Entrenamiento	3.811	9.11	1717.5	107	3.13	0.5	108
	Prueba	3.644	9.17	84.35	29	2.52	0.45	
TECO	Entrenamiento	5.036	10.7	3538.17	114	3.61	0.5	108
	Prueba	3.719	9.21	87.62	28	2.43	0.57	

Tabla 6.3 Combinación de modelos (XCSD): Resultados financieros

Estrategia	
Tendencia1(t) ∈ N y Tendencia3(t) ∈ N y Tendencia6(t) ∈ C y EnCartera → vender	
Tendencia1(t) ∈ N y Tendencia3(t) ∈ N y Tendencia6(t) ∈ N y EnCartera → vender	
Tendencia1(t) ∈ N y Tendencia3(t) ∈ N y Tendencia6(t) ∈ P y EnCartera → vender	
Tendencia1(t) ∈ P y Tendencia3(t) ∈ N y Tendencia6(t) ∈ C y EnCartera → vender	
Tendencia1(t) ∈ N y Tendencia3(t) ∈ C y Tendencia6(t) ∈ C y EnCartera → vender	
Tendencia1(t) ∈ N y Tendencia3(t) ∈ P y Tendencia6(t) ∈ C y EnCartera → vender	
Tendencia1(t) ∈ C y Tendencia3(t) ∈ N y Tendencia6(t) ∈ N y EnCartera → vender	
Tendencia1(t) ∈ C y Tendencia3(t) ∈ N y Tendencia6(t) ∈ C y EnCartera → vender	
Tendencia1(t) ∈ N y Tendencia3(t) ∈ P y Tendencia6(t) ∈ N y EnCartera → vender	
Tendencia1(t) ∈ N y Tendencia3(t) ∈ C y Tendencia6(t) ∈ P y EnCartera → vender	
Tendencia1(t) ∈ N y Tendencia3(t) ∈ C y Tendencia6(t) ∈ N y EnCartera → vender	
Tendencia1(t) ∈ C y Tendencia3(t) ∈ N y Tendencia6(t) ∈ P y EnCartera → vender	
Tendencia1(t) ∈ P y Tendencia3(t) ∈ C y Tendencia6(t) ∈ N y no EnCartera → comprar	
Tendencia1(t) ∈ P y Tendencia3(t) ∈ P y Tendencia6(t) ∈ C y no EnCartera → comprar	
Tendencia1(t) ∈ P y Tendencia3(t) ∈ C y Tendencia6(t) ∈ C y no EnCartera → comprar	
Tendencia1(t) ∈ P y Tendencia3(t) ∈ P y Tendencia6(t) ∈ P y no EnCartera → comprar	
Tendencia1(t) ∈ P y Tendencia3(t) ∈ C y Tendencia6(t) ∈ P y no EnCartera → comprar	
Tendencia1(t) ∈ P y Tendencia3(t) ∈ N y Tendencia6(t) ∈ P y no EnCartera → comprar	
Tendencia1(t) ∈ P y Tendencia3(t) ∈ P y Tendencia6(t) ∈ N y no EnCartera → comprar	
etc...	

Tabla 6.4 Estrategia para la especie ACIN

6.3 Análisis de resultados

En vista de los resultados obtenidos, la combinación de diferentes predicciones mediante el método jerárquico propuesto, genera estrategias superiores a las obtenidas utilizando una sola predicción.

- Desde el punto de vista financiero

Tanto en el caso de XCS como de XCSD, los resultados observados mejoran los obtenidos por las experiencias de predicción de tendencia en forma separada, ya sea en el período de prueba como en el de entrenamiento (ver Figura 6.2, Figura 6.3, Figura 6.4, Figura 6.5).

Esto muestra la utilidad del modelo PT para generar predicciones de tendencia útiles desde el punto de vista financiero y la utilidad del modelo IC para combinar esas predicciones en estrategias provechosas, mediante el método jerárquico propuesto.

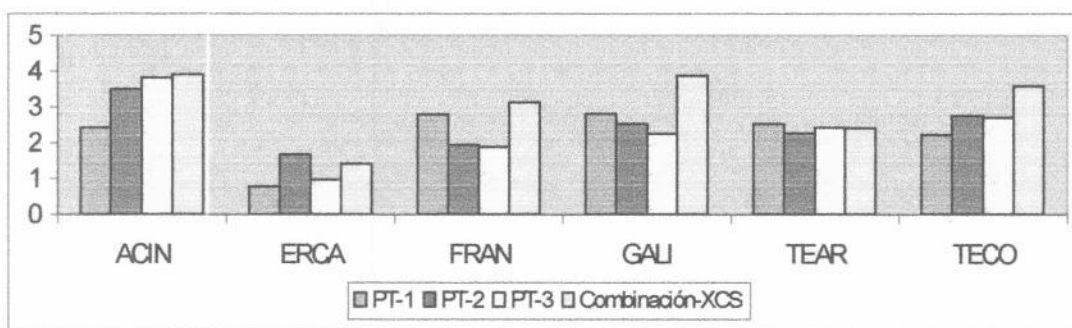


Figura 6.2 Comparación de rendimientos utilizando predicciones separadas y combinando (XCS entrenamiento)

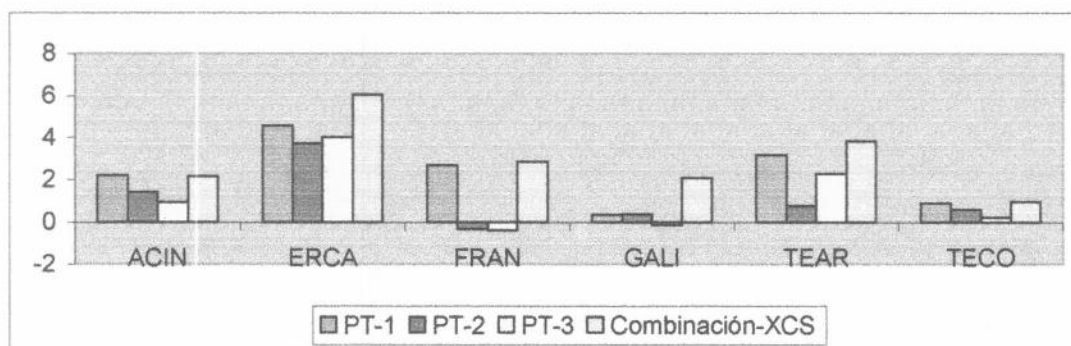


Figura 6.3 Comparación de rendimientos utilizando predicciones separadas y combinando (XCS prueba)

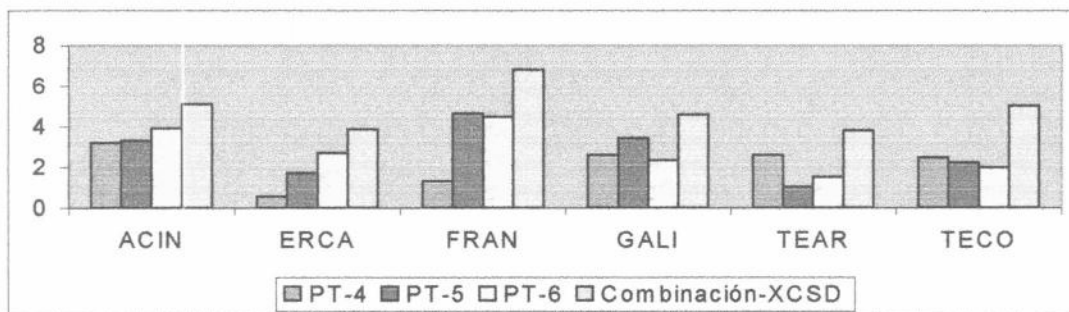


Figura 6.4 Comparación de rendimientos utilizando predicciones separadas y combinando (XCSD entrenamiento)

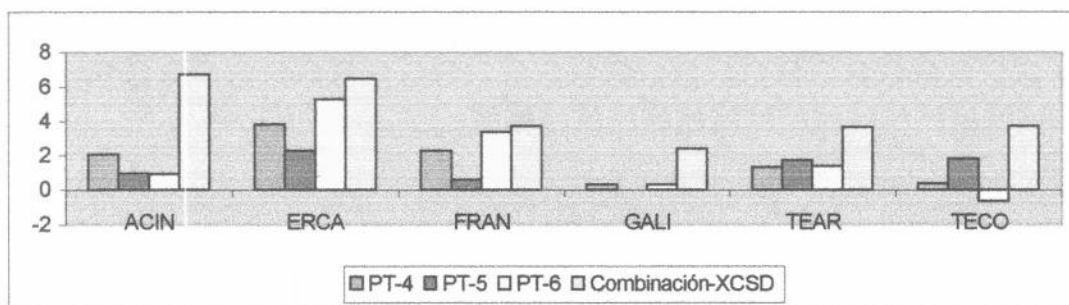


Figura 6.5 Comparación de rendimientos utilizando predicciones separadas y combinando (XCSD prueba)

En resumen, podemos decir que el método propuesto logra una buena combinación de los diferentes modelos, explotando las ventajas de cada uno y evitando sus desventajas.

En este sentido podemos destacar que, si bien la predicción de la tendencia es un enfoque razonable para obtener Els, también es cierto que requiere resolver una serie de interrogantes: ¿cuál debe ser la magnitud de la predicción para decidir una compra o una venta?, ¿cuál es el horizonte más conveniente para la predicción? ¿qué sucede si para horizontes distintos se realizan predicciones contradictorias? El modelo IC por su parte puede resolver estos interrogantes, pero para poder considerar diferentes horizontes, debería incluir un conjunto de indicadores grande que considere diferentes tipos de información (comportamiento para períodos más largos en caso de considerar las tendencias a largo plazo e información más reciente para el comportamiento a corto plazo). Esto resultaría en la generación de un modelo muy complejo, probablemente ineficiente y con tendencia al sobreaprendizaje.

El método planteado en este capítulo permite la resolución de cada horizonte en forma separada, mediante el modelo PT y su proceso posterior por parte del modelo IC, generando una solución efectiva para combinar diferentes horizontes de inversión en una misma estrategia.

6.4 Evaluación de las estrategias

En esta sección realizaremos una evaluación final de las mejores estrategias obtenidas en esta tesis (Combinación de Modelos, utilizando XCSD). Para ello compararemos con los resultados obtenidos por *técnicas tradicionales* (estrategias utilizadas por los analistas técnicos) y analizaremos a través de *gráficos* el comportamiento de las Els obtenidas.

6.4.1 Comparación con técnicas tradicionales

En primer lugar aplicaremos, sobre los datos disponibles, algunas estrategias de inversión tradicionalmente utilizada por los analistas técnicos, con el objetivo de comparar los resultados con los obtenidos en las experiencias previas.

6.4.1.1 Estrategias de Inversión tradicionales

Utilizaremos dos estrategias basadas en indicadores técnicos que se describieron en la sección 1.3.2.3: *Cruce de Medias Móviles* y *Convergencia / Divergencia de media móvil*.

- *Cruce de medias móviles (CMM)*

La primera estrategia se basa en el cruce de medias móviles de 5, 10 y 20 días [Achellis 1995, Borrell 1997]. Consiste en comprar cuando las medias móviles más cortas superan a las más largas y vender cuando sucede lo contrario.

$$CMM(t) = \begin{cases} \text{comprar} : MM(t,5) > MM(t,10) > MM(t,20) \\ \text{vender} : MM(t,5) < MM(t,10) < MM(t,20) \\ \text{no hacer nada} : \text{en otro caso} \end{cases}$$

- *Convergencia / Divergencia de Media Móvil (CDMM)*

La segunda estrategia se basa en el indicador descrito en la sección 1.3.2.3 y consiste en comparar el valor de un oscilador con la "línea de equilibrio", definida por una media móvil para ese mismo oscilador ([Achellis 1995, Borrell 1997]) Para definir la estrategia, utilizaremos un oscilador $OSCP(12,26,t)$ (comparación de medias móviles de 12 y 26 días). La línea de equilibrio $EQ(t)$ se define como el promedio para los últimos 9 días del valor del mismo oscilador. La estrategia resultante es:

$$CDMM(t) = \begin{cases} \text{comprar} : OSCP(t,12,26) > EQ(t) \\ \text{vender} : OSCP(t,12,26) < EQ(t) \\ \text{no hacer nada} : \text{en otro caso} \end{cases}$$

6.4.1.2 Resultados

A continuación mostraremos los resultados obtenidos aplicando las estrategias descritas en el punto anterior.

Cruce de Medias Móviles							
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+
ACIN	Entrenamiento	1.007	11.07	37.12	31	4.59	0.42
	Prueba	-1.026	10.07	-33.85	16	-1.28	0.25
ERCA	Entrenamiento	-1.036	9.8	-73.7	40	-2.13	0.35
	Prueba	6.191	12.18	183.22	8	16.14	0.75
FRAN	Entrenamiento	-0.769	12.55	-74.04	44	-2.17	0.34
	Prueba	0.701	9.59	5.94	8	1.47	0.5
GALI	Entrenamiento	0.644	9.12	22.86	37	1.12	0.43
	Prueba	-3.677	11.12	-55.98	11	-6.76	0.09
TEAR	Entrenamiento	1.634	7.45	238.7	36	4.01	0.61
	Prueba	-0.122	7.75	-10.73	10	-0.79	0.5
TECO	Entrenamiento	1.484	7.27	186.4	31	3.92	0.61
	Prueba	-0.502	7.75	-13.88	7	-1.63	0.29

Tabla 6.5 Cruce de Medias Móviles: Resultados financieros

Convergencia / Divergencia de Media Móvil							
Especie	Período	RM	DS	RT	#T	T_{prom}	%T+
ACIN	Entrenamiento	0.505	9.96	3.16	41	0.89	0.49
	Prueba	0.613	11.65	-0.37	17	1.14	0.35
ERCA	Entrenamiento	-1.033	10.15	-76.36	51	-1.85	0.41
	Prueba	4.036	8.96	106.35	10	8.47	0.6
FRAN	Entrenamiento	0.658	11.79	-5.73	51	1.05	0.47
	Prueba	0.537	7.65	5.43	11	1.01	0.55
GALI	Entrenamiento	0.258	8.32	-6.58	45	0.44	0.53
	Prueba	-1.224	7.65	-24.71	10	-2.21	0.3
TEAR	Entrenamiento	1.745	8.77	249.87	45	3.51	0.6
	Prueba	-0.379	5.1	-9.59	11	-0.65	0.45
TECO	Entrenamiento	1.211	8.93	93.73	46	2	0.52
	Prueba	-1.834	8.01	-33.9	12	-3.02	0.42

Tabla 6.6 Convergencia / Divergencia de Media Móvil: Resultados financieros

6.4.1.3 Análisis de resultados

En vista de los resultados obtenidos, el rendimiento de las estrategias tradicionales es claramente inferior al obtenido en las experiencias que se realizaron aplicando nuestra metodología.

Esto se puede ver claramente en la Figura 6.6 y en la Figura 6.7, donde se comparan los rendimientos con los obtenidos en la sección anterior (combinación de modelos utilizando particiones difusas).

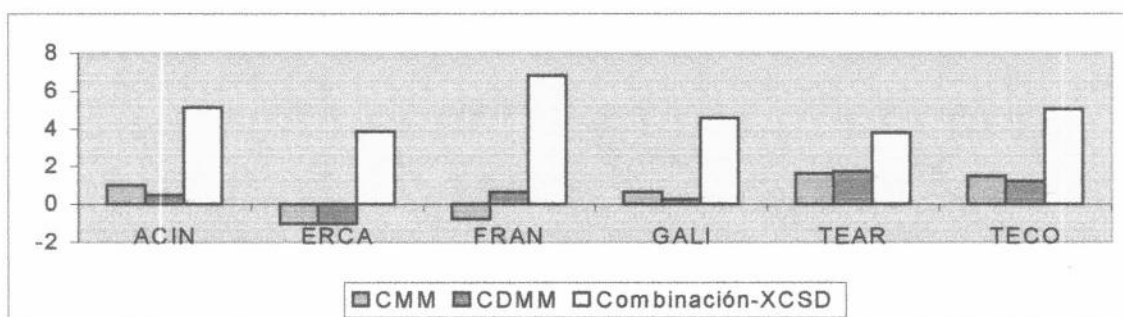


Figura 6.6 Comparación de rendimientos para estrategias “tradicionales” (entrenamiento)

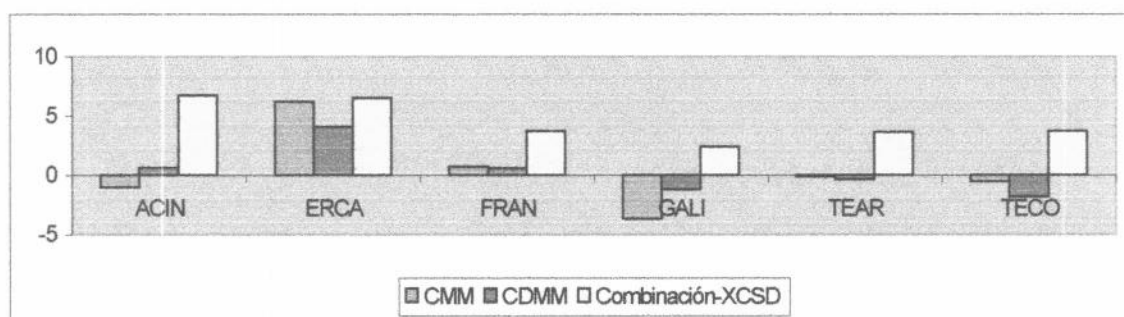


Figura 6.7 Comparación de rendimientos para estrategias “tradicionales” (prueba)

6.4.2 Gráficos

Para analizar el comportamiento de las Els obtenidas desde otra perspectiva, utilizaremos gráficos que nos permitan visualizar la *evolución* del rendimiento a lo largo del tiempo (ver Figura 6.8)

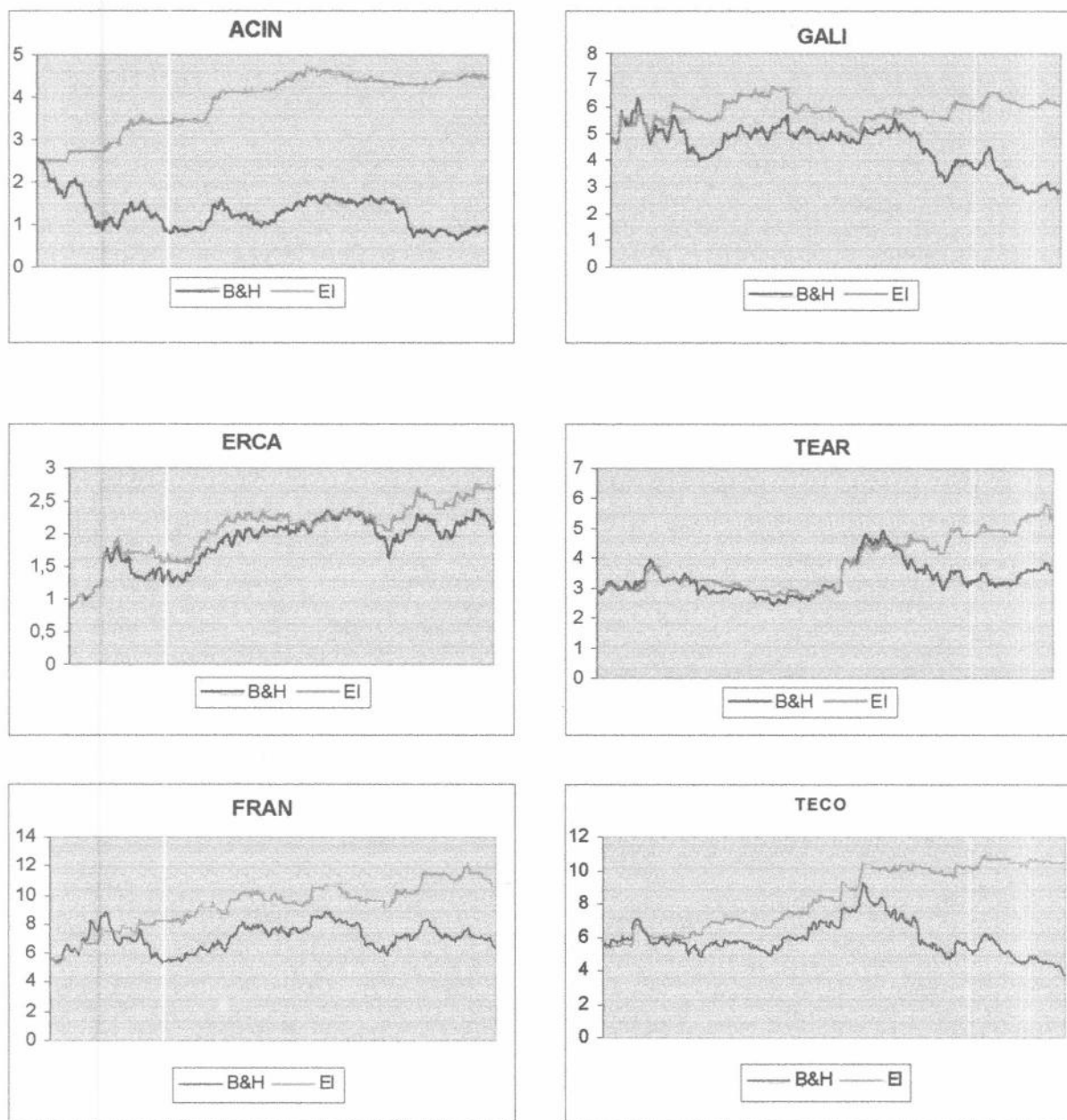


Figura 6.8 Aplicación de las Els sobre el período de prueba

Un método jerárquico para mejorar el aprendizaje de estrategias de inversión

Los gráficos muestran, el capital del inversor en función del tiempo, para el período de prueba. Para ello consideramos un capital inicial igual al precio inicial de la especie: ($Capital_0 = Precio_0$); es decir que el inversor cuenta, en principio, con el dinero suficiente para comprar una acción de la especie.

Para cada día, se grafica el valor $Capital_t$, calculado según las transacciones realizadas por la estrategia (ver sección 1.4.2).

En todos los casos se ilustra el comportamiento de las Els, obtenidas en la sección anterior (Combinación de Modelos utilizando XCSD) comparando con la estrategia B&H.

En el caso de B&H, como “se compra al principio del período y se vende al final”, el capital siempre es igual al precio de la especie.

En general observamos que el comportamiento de las Els es satisfactorio en diferentes situaciones:

- En el caso de ACIN, la estrategia casi no disminuye el capital del inversor en ningún momento, a pesar de que el precio de la especie presenta descensos en varios períodos. En el gráfico se observa claramente cómo la estrategia “aprovecha” las tendencias alcistas y “evita” las bajas.
- En el caso de GALI la estrategia obtiene ganancias a pesar de que la especie presenta, en general, un rendimiento negativo.
- En el caso de ERCA, en el que la especie presenta una tendencia alcista sostenida, la EI obtenida logra, de todas formas, un rendimiento levemente superior a B&H.
- En los casos de FRAN, TEAR y TECO, en los que la especie alterna tendencias alcistas y bajistas, la especie también presenta un buen comportamiento.

Además, las Els obtienen (en promedio) rendimientos mensuales del 2.5% al 6%, (véase Tabla 6.3), muy superiores al rendimiento de otras opciones de inversión sin riesgo.

6.5 Observaciones Finales

En este capítulo hemos planteado una metodología para el aprendizaje de Els que combina dos enfoques que, hasta el momento, se habían planteado en forma separada. La idea central es combinar mediante un método jerárquico de dos niveles el modelo basado en la *Predicción de la Tendencia* (PT) con el modelo basado en el *Incremento de Capital* (IC), para mejorar las estrategias obtenidas por cada modelo en forma separada.

A partir de los resultados obtenidos, podemos concluir que este método mejora los resultados obtenidos por cada modelo en forma separada, aprovechando las ventajas de cada modelo y evitando sus desventajas.

Además hemos comparado las Els obtenidas con estrategias del Análisis Técnico tradicional, demostrándose en todos los casos la superioridad de las Els aprendidas.

7 Comentarios Finales

En este apartado final describiremos una serie de conclusiones que surgen del trabajo realizado en esta tesis. En la sección A describiremos los problemas asociados con el aprendizaje de Estrategias de Inversión y detallaremos las técnicas de Aprendizaje Automático que han sido estudiadas para elaborar una metodología eficaz. En la sección B describiremos un resumen de los aportes realizados. En la sección C comentaremos los trabajos futuros y finalmente en la sección D brindaremos las conclusiones finales.

A. Marco de trabajo

Como hemos explicado en el Capítulo 1, desde hace muchos años los mercados han sido estudiados y analizados por economistas, inversores e investigadores con el objetivo de establecer Modelos de Comportamiento, descubrir Técnicas de Predicción y así poder elaborar Estrategias de Inversión (EIs) que permitan obtener ganancias.

Sin embargo, las técnicas que históricamente han sido utilizadas por los inversores para tomar sus decisiones (básicamente el *Análisis Fundamental* y el *Análisis Técnico*) presentan una serie de dificultades, como la necesidad de conocimiento experto y la presencia de un componente subjetivo importante.

En este marco nuestro objetivo ha sido el aprendizaje de EIs mediante técnicas de Aprendizaje Automático (AA) que nos permitan mejorar o extender las herramientas tradicionales. Para ello buscamos una combinación adecuada de técnicas de AA, que permita el aprendizaje de EIs *interpretables* y de *buen rendimiento*.

Las técnicas estudiadas para tal fin, incluyen los Algoritmos Genéticos (AGs), los Sistemas Basados en Reglas Difusas (SBRDs) el Aprendizaje por Refuerzo (AR) y los Sistemas de Clasificadores (SCs). A partir del análisis de estas herramientas, hemos seleccionado el algoritmo XCS: un tipo de SCs que permite combinar estas técnicas en forma adecuada para los objetivos propuestos.

Sobre la base de este algoritmo hemos desarrollado diferentes modelos y extensiones, a partir de los cuales obtuvimos EIs satisfactorias en cuanto a rendimiento e interpretabilidad.

B. Resumen

En esta sección resumiremos los aportes realizados en esta tesis con respecto al aprendizaje de Els. Dentro de estos aportes destacamos la definición de diferentes *modelos para el aprendizaje de Els*, el desarrollo de *extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua* y la implementación de un *método jerárquico para combinar los diferentes modelos* y maximizar el rendimiento de las Els.

B.1 Modelos para el Aprendizaje de Els

En esta tesis hemos planteado dos modelos para el aprendizaje de Els, basados en el algoritmo XCS: un modelo basado en el *Incremento del Capital* (IC) generado por la estrategia y un modelo basado en la *Predicción de la Tendencia* (PT) de los precios.

1. El *Modelo IC* utiliza el marco del Aprendizaje por Refuerzo y representa al inversor como un *agente* que recibe *refuerzos* relacionados con los incrementos del capital que generan las decisiones tomadas. Su objetivo es el aprendizaje de una política óptima que permita maximizar la sumatoria total de los refuerzos. Este modelo nos ofrece un enfoque *centrado en la ganancia* (el objetivo principal de las Els), considera los costos de transacción y podría extenderse fácilmente para considerar estrategias más complejas.
2. El *Modelo PT* (basado en la *Predicción de la Tendencia*) , por su parte, se plantea la *predicción de la tendencia futura del precio*. Su objetivo es aprender a predecir la tendencia de los precios y aprovechar esa predicción para la obtención de ganancias. El planteo realizado se relaciona con la aproximación de funciones, definiendo la tendencia futura como una función de la información actual sobre el mercado. En este sentido, hemos definido dos variantes distintas: una asociada a la aproximación de funciones discretas que busca predecir el signo de la tendencia y otra asociada a la aproximación de funciones continuas que busca predecir no sólo el signo sino también la magnitud de la tendencia futura.

Este modelo, se centra en el modelado de los datos y obtiene predicciones que pueden combinarse fácilmente con otros tipos de conocimiento o métodos, para construir estrategias provechosas.

A partir de las experiencias realizadas, hemos que visto que, dentro de sus características particulares, los dos modelos resultan útiles y permiten la obtención de Els de buen rendimiento.

Las experiencias nos permitieron además sacar una serie de conclusiones interesantes acerca del funcionamiento de XCS para los diferentes modelos.

En este sentido, es importante destacar que el mecanismo de generalización de XCS demostró ser útil tanto para la obtención de estrategias más compactas e

interpretables, como para evitar el sobreaprendizaje que caracteriza a los problemas con información ruidosa.

B.2 Extensiones para el tratamiento de información imprecisa o ambigua.

En esta tesis se han desarrollado diferentes extensiones al algoritmo XCS orientadas al tratamiento de información imprecisa o ambigua.

Dado su carácter general, estas extensiones, además de mejorar las Els obtenidas, pueden ser aplicadas a otros tipos de problemas con características similares. Se han propuesto dos alternativas distintas: utilización de *particiones intervalares* (XCSI) y utilización de *particiones difusas* (XCSD).

- **XCSI : Representación Intervalar**

Para representar los valores de entrada por medio de intervalos se definieron nuevas formas de representación para los clasificadores y se realizaron modificaciones a los operadores genéticos con el fin de adaptarlos a esta nueva representación.

- **XCSD : Representación Difusa**

En el caso de XCSD, además de modificarse la representación de los clasificadores, se realizaron modificaciones a diferentes componentes del algoritmo con el fin de aprovechar las características del modelado difuso.

En los dos casos, la aplicación de estas extensiones permitió mejorar las Els obtenidas. Esta mejora resultó más evidente aún para la aproximación difusa (XCSD) revelando una mejor capacidad de generalización y tratamiento de información ruidosa por parte de éste método.

B.3 Método jerárquico para la combinación de modelos

Para aprovechar las mejores características de cada uno de los modelos planteados (IC y PT) y evitar sus respectivos inconvenientes, hemos planteado un método jerárquico de dos niveles que permite combinar diferentes predicciones de tendencia mediante el modelo IC.

La idea es aprovechar la capacidad del modelo PT para realizar predicciones para diferentes horizontes, utilizando estas predicciones en un enfoque centrado en la ganancia como el que propone el modelo IC.

De esta forma los valores de las predicciones para diferentes horizontes son utilizados como entrada para el modelo IC, que se ocupa de combinarlas generando, el mayor rendimiento posible.

Las experiencias realizadas, demuestran que este método es un aporte interesante pues permite mejorar los rendimientos obtenidos por los diferentes modelos en forma aislada.

C. Trabajos futuros

Sobre la base de las experiencias realizadas, podemos decir que las Els obtenidas han mostrado buenos rendimientos y un buen grado de interpretabilidad. Sin embargo, aún es posible continuar explorando la problemática y extender las soluciones aquí presentadas en trabajos futuros. A continuación mencionaremos posibles líneas de investigación:

- *Ampliación de las Estrategias*

En esta tesis hemos trabajado con estrategias sencillas tanto en la información que consideran para la toma de decisiones (Indicadores Técnicos) como en la cantidad de decisiones que pueden tomar (compra o venta).

Un próximo paso podría ser ampliar las Els incorporando *otros indicadores técnicos* o *macroeconómicos* no considerados (por ejemplo indicadores relacionados con el volumen negociado, tasas de interés, inflación) o considerando *otras opciones de inversión* (por ejemplo: colocación de plazos fijos, préstamos, elección de la especie para la compra, etc.).

También podría implementarse la *incorporación de conocimiento experto*, inicializando la población de clasificadores con reglas definidas por los inversores.

- *Aprendizaje en línea*

Como ya mencionamos los algoritmos utilizados en esta tesis son capaces de realizar aprendizaje en línea. Esto permite adaptar la metodología utilizada para realizar el aprendizaje de Els en línea en caso de disponer de las cotizaciones y los demás indicadores en tiempo real.

- *Aprendizaje de las particiones difusas*

Para aplicar el algoritmo XSCD hemos definido particiones "uniformes", utilizando una pequeña corrección para evitar la influencia de los valores extremos.

Otras posibilidad sería utilizar técnicas de AA (por ejemplo clustering) para la definición de las particiones difusas.

- *Modificaciones a XCS*

Existen varios aspectos de XCS sobre los cuales vale la pena seguir profundizando:

- *Modificación de las condiciones de los clasificadores*

Podrían considerarse representaciones más poderosas para las condiciones de los clasificadores, por ejemplo "s-expressions" [Lanzi 1999b], que utilicen operadores como 'AND', 'NOT', 'OR', '<', '>', etc.

En ese caso, el conjunto de posibles condiciones podría definirse mediante una gramática. Por ejemplo, si utilizamos los operadores lógicos AND, OR, NOT, tendremos:

```
<condición>  :=  "(" NOT <condición> ")" |  
                "(" AND <condición> <condición> ")" |  
                "(" OR <condición> <condición> ")" |  
                <variable>  
<variable>   :=  "X0" | "X1" | "X2"
```

Este tipo de condiciones permite, en algunos casos, una representación más precisa y compacta del problema [Lanzi 1999b].

- *Acciones continuas*

En este trabajo, las acciones que proponen los clasificadores obtenidos, pertenecen a un conjunto discreto ("comprar" o "vender"). Sin embargo, con otro tipo de estrategias de inversión (que consideren, por ejemplo, la cantidad de dinero a invertir en cada operación), sería interesante representar las acciones como *conjuntos difusos* y aplicar *métodos de razonamiento difuso* para decidir acciones continuas (los montos de cada operación), combinando las acciones de diferentes clasificadores superpuestos.

- *Modificación de la predicción*

En esta tesis hemos asumido que los clasificadores predicen un valor escalar de refuerzo; existen sin embargo otras variantes que podrían ser consideradas.

En [Wilson 2001b], se utiliza para la aproximación de funciones, un vector w de "pesos" $w_1, w_2, \dots, w_n$ (uno para cada variable de entrada) de forma tal que la predicción que realiza el clasificador para el vector de entrada x es el valor $w \cdot x$.

Esta variante podría ser de utilidad en el caso del modelo PT, ofreciendo una representación más poderosa para la aproximación de la tendencia futura.

- *Modificación de la asignación del crédito*

En [Watkins 1989] se propone una variante para la asignación del crédito de Q-learning, mediante la utilización de CTRs (*corrected truncated returns*).

Esta modificación consiste en la ejecución de *episodios* de varios pasos, y en la modificación de la tabla Q, al finalizar cada episodio, utilizando todos los refuerzos recibidos durante su ejecución. La incorporación de esta posibilidad en XCS podría acelerar la convergencia y mejorar el comportamiento en ambientes ruidosos o no-markovianos, para los problemas de tipo multi-step [Pendrith 1996].

D. Conclusiones

En esta tesis, hemos estudiado los problemas relacionados con la toma de decisiones de inversión. En base al análisis de las herramientas existentes, detectamos que tanto las técnicas tradicionales (Análisis Técnico y Análisis Fundamental) como algunas técnicas de aprendizaje automático (Redes Neuronales) presentan inconvenientes para su aplicación práctica: requieren el análisis de inversores expertos, no obtienen conceptos fácilmente interpretables, requieren un continuo re-entrenamiento para ajustarse a los cambios del mercado, etc. El objetivo de esta tesis ha sido desarrollar una metodología de aprendizaje de Els de buen rendimiento, intentando resolver las dificultades antes señaladas.

Para ello hemos estudiado en detalle diferentes técnicas de AA, y en particular el algoritmo XCS (un tipo de Sistema de Clasificadores), planteando una metodología de aprendizaje de Els que aprovecha algunas de sus principales características, como la obtención de un conjunto de reglas interpretables, la capacidad de generalización y la posibilidad de realizar el aprendizaje en forma incremental.

En base a este algoritmo, planteamos diferentes modelos para el aprendizaje (modelo IC y modelo PT), buscando resolver el problema desde diferentes perspectivas. Además hemos enriquecido la formulación original de XCS, desarrollando extensiones que permiten representar valores de entrada continuos mediante particiones intervalares (XCSI) y difusas (XCSD), buscando de esta forma un balance adecuado entre la complejidad, precisión e interpretabilidad de las Els. Finalmente, definimos un método jerárquico que permite combinar los diferentes modelos planteados (IC y PT), aprovechando las mejores características de cada uno.

A partir de las diferentes experiencias realizadas hemos demostrado la capacidad de los diferentes métodos planteados para obtener Els que generen ganancias, superando en rendimiento a otro tipo de métodos (reglas de inversión del AT, estrategia Buy & Hold) con los que hemos comparado. Las Els obtenidas, además de permitir la automatización de la toma de decisiones, ofrecen una serie de reglas interpretables que pueden ser analizadas, corregidas o ampliadas por inversores expertos.

En definitiva, la combinación de diferentes técnicas que se aplicaron en esta tesis (Aprendizaje por Refuerzo, Algoritmos Genéticos, Lógica Difusa, Sistemas de Clasificadores) ha demostrado ser útil para el aprendizaje de Els y deja abierta una línea de trabajo que puede ser continuada a partir de las mencionadas extensiones futuras.

8 Apéndice

A. Gráficos de cotizaciones

Tal como explicamos en la Sección 1.4.3, los datos utilizados en nuestro análisis han sido tomados de varias especies que cotizan en la Bolsa de Comercio de Buenos Aires, para el período 1992-2000.

A continuación se mostrarán gráficos de líneas que representan la cotización diaria (evolución de los precios de cierre) para las especies utilizadas en nuestras experiencias.

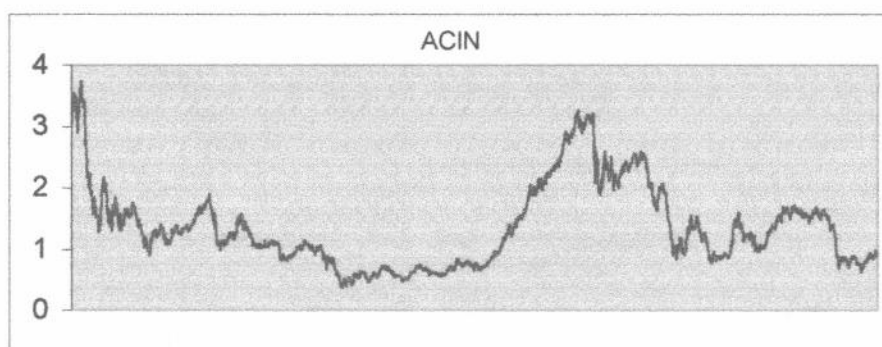


Figura A.1 Gráfico de cotizaciones para la especie ACIN

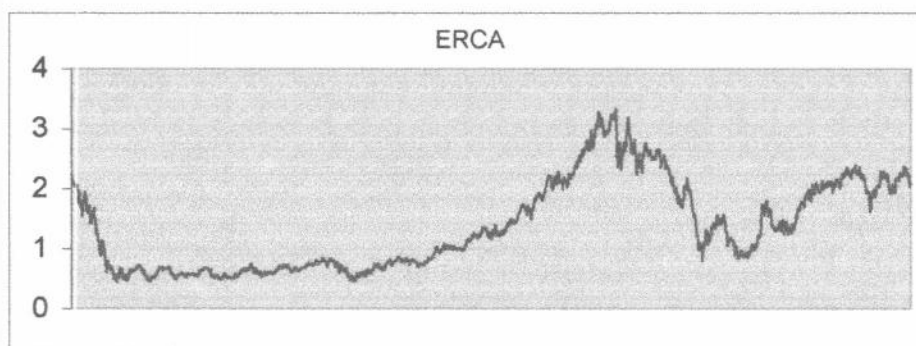


Figura A.2 Gráfico de cotizaciones para la especie ERCA

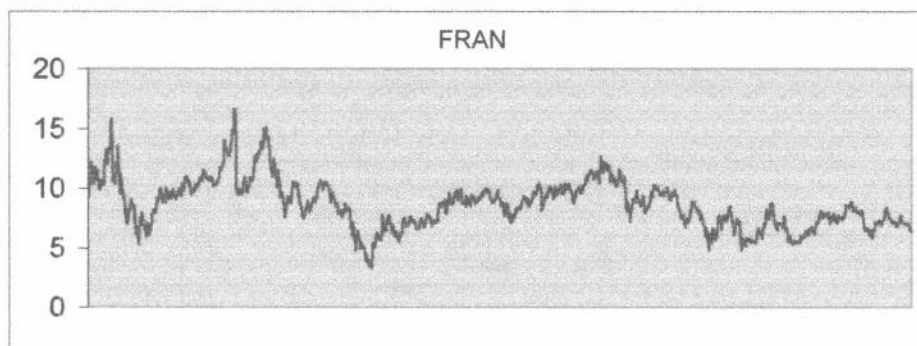


Figura A.3 Gráfico de cotizaciones para la especie FRAN

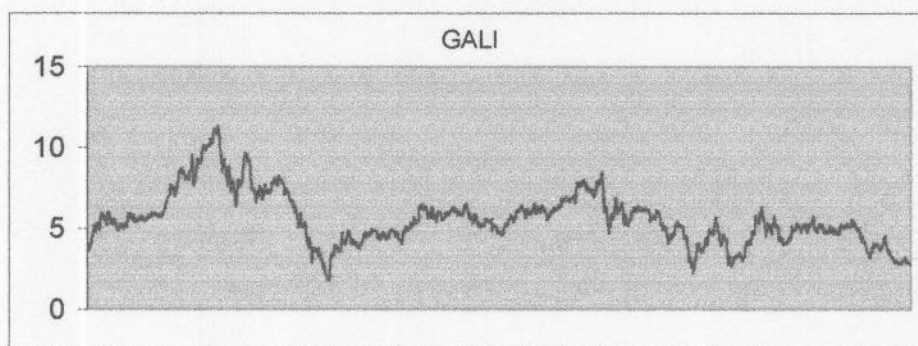


Figura A.4 Gráfico de cotizaciones para la especie GALI

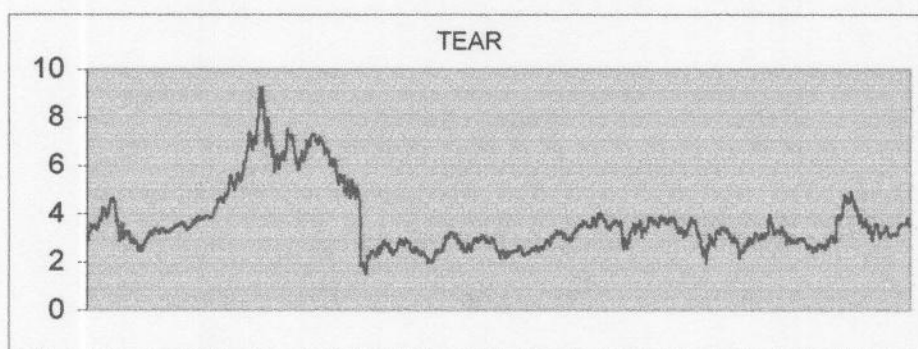


Figura A.5 Gráfico de cotizaciones para la especie TEAR

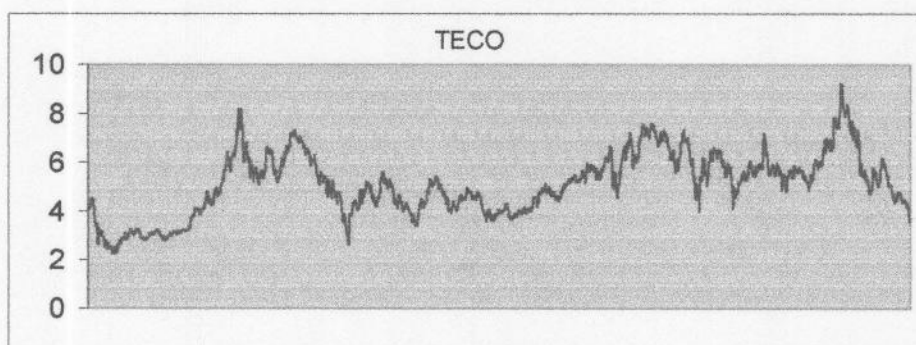


Figura A.6 Gráfico de cotizaciones para la especie TECO

B. Implementación

En este apartado brindaremos algunos detalles acerca de la implementación de la metodología y algoritmos descriptos en esta tesis. Este desarrollo involucró la realización de diferentes tareas, entre las cuales destacamos la *Obtención y Preprocesamiento de los Datos*, el *Aprendizaje de Els*, la *Evaluación de las Els* y el *Análisis y Presentación* de resultados.

1. Obtención y Preprocesamiento de los datos.

Los datos, con las series de precios para las diferentes especies, fueron obtenidos del sitio www.bolsanet.com.ar y están a disposición en forma libre y gratuita.

Fue necesario transformar la información obtenida (que incluye muchos datos que resultan irrelevantes para el aprendizaje de Els), convirtiéndola a un formato utilizable por nuestros algoritmos.

Para cada especie del panel Merval se generó un archivo de texto delimitado, conteniendo, para cada fecha de rueda, la cotización máxima y mínima, el precio de cierre y el volumen negociado (véase la Figura B.1).

Fecha	Máximo	Mínimo	Cierre	Volumen
02/01/1992	9.150	8.550	8.650	4105997
03/01/1992	8.650	8.250	8.650	4816616
06/01/1992	8.700	8.200	8.200	2388692
07/01/1992	8.600	8.100	8.600	3594811
08/01/1992	8.820	8.700	8.700	2745745
09/01/1992	9.000	8.600	9.000	1362271
10/01/1992	9.250	9.100	9.230	3353657

Figura B.1 Series de precios

Una vez seleccionadas las especies a utilizar en las diferentes experiencias, se definió para cada una de ellas un *período de aprendizaje* y un *período de prueba* (ver sección 1.4.3).

2. Aprendizaje de Els

Hemos separado la tarea de aprendizaje en dos componentes diferentes:

Por una lado, un componente de *transformación de los datos*, que calcula los valores de los diferentes indicadores técnicos (ITs) utilizados en las experiencias y, por otro lado, un componente de *aprendizaje* que realiza el aprendizaje de Els en función de los valores de los ITs calculados en la etapa anterior (véase la Figura B.2) Esta separación independiza el método de aprendizaje de los indicadores seleccionados, facilitando la experimentación con diferentes ITs y permitiendo, inclusive la utilización de indicadores obtenidos de otras fuentes.



Figura B.2 Aprendizaje de Els

- *Transformación de datos*

El componente de transformación de datos se ocupa de calcular los indicadores técnicos a partir de las series de precios.

Para poder experimentar con diferentes conjuntos de indicadores, se implementó un mecanismo que permite definir en forma flexible qué indicadores utilizar.

Esto se lleva a cabo a utilizando un *archivo de definición de indicadores* (véase la Figura B.3), en el que se especifican los diferentes ITs, combinando algunas fórmulas predefinidas (Precio de Cierre, Máximo, Mínimo, Media Móvil, Oscilador Porcentual, Índice de Fuerza Relativa, normalización, sumatoria, suma, resta, multiplicación, división ,etc.).

```

OSCP(C,1,5)
OSCP(C(1),1,5)
IFR(C,10)
OSCP(C,5,10)
OSCP(C,10,20)
DIF(MM(C,40),MM(C,60))
  
```

Figura B.3 Definición de los ITs

Una vez construido el archivo de definición, se ejecuta el proceso de transformación que genera como salida, un *archivo de datos transformados*, incluyendo los indicadores calculados e información adicional requerida por el componente de aprendizaje.

- *Aprendizaje*

La tarea de aprendizaje consiste en aplicar, sobre los datos transformados correspondientes al período de entrenamiento, los diferentes algoritmos descritos en esta tesis.

La implementación de XCS y sus diferentes extensiones se realizó utilizando el lenguaje de programación JAVA® y tomó como base el código desarrollado por Martin Butz [Butz 2000] y la definición de los algoritmos expuesta en [Wilson 2000a].

Para poder experimentar con los diferentes parámetros y variantes del algoritmo se incluyeron mecanismos de configuración que permiten definir las diferentes características de cada experiencia:

- *Parámetros de XCS*

Se utiliza un archivo de configuración para definir los parámetros descritos en la sección 3.3.5

- *Modelo seleccionado y sus parámetros*

Se utiliza un archivo de configuración específico que permite definir el modelo utilizado (IC o PT) y sus características (costo de transacción, horizonte para predicción de la tendencia, etc.).

- *Variables de entrada*

También se utiliza un archivo de configuración para definir las variables de entrada, en el que se indican las particiones asociadas a cada variable. En el caso de las variables lógicas (XCS) se define el umbral para la codificación con '0' ó '1', en el caso de la utilización de particiones intervalares (XCSI) se definen los límites de los intervalos de la partición y en el caso de las particiones difusas (XCSD) los "picos" de las funciones de pertenencia.

Una vez seleccionadas los diferentes parámetros asociados a la experiencia que se quiere realizar, se ejecuta el algoritmo de aprendizaje, obteniéndose como resultado un *archivo de clasificadores* (conteniendo la población de clasificadores) y una serie de *estadísticas* asociadas a la experiencia realizada (cantidad de problemas ejecutados, medidas de performance, etc.).

El archivo de clasificadores representa la estrategia obtenida y contiene todos los clasificadores de la población final con sus respectivos parámetros.

Condición	Acción	p	ε	f	nc	x	etc...
00001	0	1,45111	0,41	0,9999	2	2072	
0001#	1	1,19044	0,37	0,9999	2	2049	
00000	0	1,95011	0,38	0,9997	2	1924	
001##	1	0,814666	0,37	0,9998	2	2052	
0101#	0	2,57156	0,58	0,9933	2	1024	

Figura B.4 Archivo de Clasificadores

3. Evaluación de las Els

La etapa de evaluación consiste en la aplicación de las estrategias obtenidas durante el aprendizaje, sobre el período de prueba.

Para ello se ejecutan los algoritmos correspondientes a la etapa de aprendizaje, utilizando la población de clasificadores obtenida en esa etapa y utilizando una política de *explotación* (es decir seleccionando la acción que predice una mayor ganancia para cada situación).

Como resultado, se obtiene un *archivo de evaluación* que incluye las medidas de rendimiento financiero y precisión asociadas a la estrategia (ver Sección 4.5.3) y un *archivo de seguimiento* de la estrategia donde se detalla, para cada fecha de rueda, la decisión tomada por la estrategia.

4. Análisis y presentación

La gran cantidad de experiencias realizadas en esta tesis, requiere de herramientas que permitan comparar y relacionar los resultados obtenidos.

Para ello se desarrollaron una serie de aplicaciones sencillas que permiten realizar consultas sobre los archivos de resultados correspondientes a las diferentes experiencias (por ejemplo seleccionando los valores de rendimiento mensual para diferentes experiencias, las medidas de error para los diferentes períodos, etc.).

El resultado de estas consultas puede, ser expuesto en tablas o gráficos (a través de planillas de cálculo y herramientas de graficación) facilitando de esta forma el análisis de la información obtenida.

C. Justificación del esquema de refuerzo para el modelo IC

En esta sección fundamentaremos la utilización del esquema de refuerzo utilizado por el Modelo IC, demostrando que (sin considerar el factor de descuento γ) maximizar la suma del refuerzo, equivale a maximizar el capital obtenido sobre el período, tal como se definió en la sección 1.4.2.

A partir de dicha definición, se deduce que el capital obtenido luego de aplicar la estrategia sobre el período $d..h$ será :

$$Capital_h = Capital_d * \prod_{\langle t,n \rangle \in Tr_{d..h}} \frac{Precio_{t+n} * (1 - K)}{Precio_t * (1 + K)} \quad (1)$$

donde $Tr_{d..h}$ es el conjunto de transacciones realizadas por el inversor.

A continuación demostraremos que maximizar la sumatoria del refuerzo, con el esquema propuesto, equivale a maximizar esta expresión.

Lema 1

Con el esquema de refuerzo utilizado, la sumatoria del refuerzo recibido a lo largo de una transacción $\langle t,n \rangle$ (es decir en el período $t..t+n$) es :

$$\log(Precio_{t+n}) + \log(1 - K) - \log(Precio_t) - \log(1 + K)$$

Demostración:

Las acciones ejecutadas por el agente en ese período serán sucesivamente: 1,1,...,1,0 (comenzando sin la acción en cartera en el día t y con la acción en cartera para el resto de los días).

Si r_t es el refuerzo recibido en el día t , la sumatoria del refuerzo recibido será :

$$\begin{aligned} \sum_{t \leq i \leq t+n} r_i &= r_t + \sum_{t+1 \leq i \leq t+n-1} r_i + r_{t+n} = \\ &= \log(Precio_{t+1}) - \log(Precio_t) - \log(1 + K) + \sum_{t+1 \leq i \leq t+n-1} \log(Precio_{i+1}) - \log(Precio_i) + \log(1 - K) = \\ &= -\log(1 + K) + \sum_{t \leq i \leq t+n-1} \log(Precio_{i+1}) - \log(Precio_i) + \log(1 - K) = \\ &= -\log(1 + K) - \log(Precio_t) + \log(Precio_{t+n}) + \log(1 - K) \end{aligned}$$

que es lo que queríamos demostrar.

Por lo tanto, la sumatoria del refuerzo recibido para todo el período será:

$$\sum r = \sum_{\langle t,n \rangle \in Tr} \log(Precio_{t+n}) + \log(1 - K) - \log(Precio_t) - \log(1 + K) \quad (2)$$

Lema 2

El capital final obtenido por el agente es:

$$Capital_0 * e^{\sum r}$$

Demostración:

Por la expresión (2)

$$\sum r = \sum_{\langle t, n \rangle \in Tr} \log \left(\frac{Precio_{t+n} * (1 - K)}{Precio_t * (1 + K)} \right) = \log \left(\prod_{\langle t, n \rangle \in Tr} \frac{Precio_{t+n} * (1 - K)}{Precio_t * (1 + K)} \right)$$

y considerando la expresión (1)

$$Capital_n = Capital_0 * e^{\sum r}$$

Corolario:

Por el Lema 2, resulta que maximizar $Capital_n$ equivale a maximizar $\sum r$ lo cual justifica el esquema de refuerzo utilizado.

9 Bibliografía

[Achelis 1995] Achelis S. B. *Technical Analysis from A to Z*. Irwin Professional Publishing, Chicago (1995)

[Agrawal 1993] Agrawal R. Faloutsos C Swami A. *Efficient Similarity Search in Sequence Databases*. FODO (1993)

[Alcalá 1999] Alcalá R. Casillas J. Cordon O. Herrera F. *Approximate Mamdani-Type Fuzzy Rule Based System: Features and Taxonomy of Learning Methods* (1999)

[Appel 1980] Appel G. Hitschler F. *Stock Market Trading Systems* (1980)

[Bardossy 1995] Bardossy A. , Duckstein L. *Fuzzy Rule-Based Modeling with Application to Geophysical, Biological and Engineering Systems*, CRC Press (1995)

[Bastian 1994] Bastian A. *How to Handle the Flexibility of Linguistic Variables with Applications* (1994)

[Bellman 1957] Bellman R. *Dynamic Programming*. Princeton University Press, Princeton, NJ, (1957)

[Bonarini 1993] Bonarini A. *Learning Incomplete Fuzzy Rule Sets for an Autonomous Robot*, 1993

[Bonarini 1996a] Bonarini, A. *Evolutionary learning of fuzzy rules: competition and cooperation*. En W Pedrycz (Ed.), *Fuzzy Modeling: Paradigms and Practice*. Norwell, MA. Kluwer Academic Press (1996)

[Bonarini 1996b] Bonarini, A. *Delayed Reinforcement, Fuzzy Q-learning and Fuzzy Logic Controllers* en F. Herrera y J.L. Verdegay (Eds.) *Genetic Algorithms and Soft Computing*, Springer Verlag, Heidelberg, Germany (1996)

[Bonarini 1998] Bonarini A. *Reinforcement distribution to fuzzy classifiers: a methodology to extend crisp algorithms*. *Proceedings of the IEEE World congress on Computational Intelligence (WCCI) - Evolutionary Computation*, IEEE Computer Press, Piscataway, NJ, 51-56 (1998)

[Bonarini 2000] Bonarini A., Bonacina C., Matteucci M. *Fuzzy and crisp representation of real-valued input for learning classifier systems*. *Learning Classifier System: new directions and concepts*, Springer Verlag, Berlin, D. (2000)

Bibliografía

[Borrel 1997] Borrel Vidal M. , Murillo Fort C. , Pérez Rodríguez J. , Torras Porras S. *Estadística Financiera. Aplicación a la formación y gestión de carteras de renta variable*. Centro de Estudios Ramón Areces (1997)

[Buckley 1993] Buckley J., Sugeno M. *Type Controllers are Universal Approximators* (1993)

[Butz 2000] Butz M. *XCSJava 1.0 An implementation of the XCS Classifier System in JAVA*. IlliGAL report 2000027, University of Illinois at Urbana-Champaign: Illinois Genetic Algorithms Laboratory (2000)

[Carse 1996] Carse B. *Evolving Fuzzy Rule Based Controllers using Genetic Algorithms* (1996)

[Castro 1995] Castro J. L. *Fuzzy Controles are Universal Approximators* (1995)

[Chapman 1994] Chapman A. *Stock Market Reading Systems Through Neural Networks: Developing a Model*. International Journal of Applied Expert Systems, Vol 2,no. 2 (1994)

[Chen 1998a] Chen F. Figlewski S. Weigend A. Stern L. *Modeling financial data using clustering and tree-based approaches* (1998)

[Chen 1998b] Chen F. Figlewski S. Weigend A. Stern L. *Discovering Technical Traders in the T-bond Futures Market* (1998)

[Cordón 1996] Cordón O., M. J. del Jesús y Herrera F. *Sistema de Clasificación con Reglas Difusas utilizando Algoritmos Genéticos* (1996)

[Cordón 1997] Cordón O. *Una Metodología para el Diseño Automático de Sistemas Basados en Reglas Difusas mediante Algoritmos Evolutivos*, Tesis Doctoral, 1997

[Cordón 2001] Cordón O. *Genetic Fuzzy Systems* (2001)

[CSB 2000] *Curso de Simulación Bursátil*, Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires (2000)

[Crone 1999] Crone T. *Using State Indexes to Define Economic Regions in the US* Working Paper N 99-19 Federal Reserve Bank of Philadelphia (1999)

[Deboeck 1994] Deboeck G., *Trading on the edge. Neural, Genetic and Fuzzy Systems for Chaotic Financial Markets*. John Wiley & Sons Inc. (1994)

[De Jong 1993] DeJong K. , Spears W , Gordon D. *Using Genetic Algorithms for Concept Learning* (1993)

[De Jong 1988] De Jong K. *Learning with Genetic Algorithms: An Overview*. Machine Learning 3 121-138 (1988)

[Dorffner 1996] Dorffner G. *Neural Networks for Time Series Processing*. Neural Network World 4/96, 447468 (1996)

[Dorffner 2000] Dorffner G. Schittenkopf C. Tino P. *The Benefit of Information Reduction for Trading Strategies* Austrian Research Institute for Artificial Intelligence Schottengasse 3, 1010 Vienna, Austria (2000)

[Driankov 1993] Driankov, D. , Helendoorm H. y Reinfrank M. *An Introduction to Fuzzy Control*, Springer-Verlag (1993)

[Dutta 1990] Dutta S. Shekhar S. *Bond-rating: A non conservative application of Neural Networks*. IEEE International conference on Neural Networks (1990)

[Fama 1970] Fama E. *Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work*. Journal of Finance, Volume 25, Issue 2, Papers and Proceedings of the Twenty-Eighth Annual Meeting of the American Finance Association New York (1970)

[Focardi 2001] Focardi S. *Clustering econocmic and financial time series: Exploring the existence of stable correlation conditions* (2001)

[Freisleben 1992] Freisleben B. *Stock Market Prediction with Backpropagation Networks*. Industrial and Engineering Applications of Artificial Intelligence Expert System. 5th International Conference, Paderborn, Germany (1992)

[Frison 1994] Frison T. *Financial Time Series as Dynamic Systems*, en Deboeck G., *Trading on the edge*. Neural, Genetic and Fuzzy Systems for Chaotic Financial Markets. John Wiley & Sons Inc. (1994)

[Gilbert 1995] Gilbert J. *Artificial Intelligence on Wall Street: An Overview and Critique of Applications in the Finance Industry* (1995)

[Glorennec 1994] Glorennec P. *Fuzzy Q-learning and dynamic Fuzzy Q-learning*. Proceedings of FUZZ-IEEE, IEEE Computer press, Piscataway, NJ (1994).

[Goldberg 1989] Goldberg D. E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning*, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts.

[Goldberg 2000] Goldberg D. E. *A meditation on the Computational Intelligence and its Future*. Illigal Informe Técnico #2000019, Department of General Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign (2000)

[Goonatilake 1995] Goonatilake S., Treleaven P. *Intelligent Systems for Finance and Bussiness* (1995)

Bibliografía

- [Grefenstette 1988] Grefenstette J. *Credit Assignment in Rule Discovery Systems Based on Genetic Algorithms* (1988)
- [Harris 1993] Harris C. J. Moore C. G. Brown M. *Intelligent Control. Aspects of Fuzzy Logic and Neural Networks* (1993)
- [Höllstrom 1997] Höllstrom T., Hölmstrom K. *Predicting the stock market. Technical Report Series Ima-TOM-1997-07* (1997)
- [Herrera 1997] Herrera F. Magdalena L. *Genetic Fuzzy System: A Tutorial* (1997)
- [Hexon 1995] Hexton R. *Technical Analysis in the Options Market: The Effective Use of Computerized Trading Systems* (1995)
- [Hirota 1993] Hirota K. *Industrial Applications of Fuzzy Technology* (1993)
- [Holland 1975] Arbor A., Holland J *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, (MIT Press (1992)) (1975)
- [Holland 1978] Holland J, Reitman J. *Cognitive Systems Based on Adaptive Algorithms*. En: D.A. Waterman, F.Hayes-Roth (Eds) *Pattern-Directed Inference Systems*. New York, Academic Press (1978)
- [Holland 1985] Holland J. *Properties of the Bucket-Brigade Algorithm*. Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications, Pittsburgh, PA: Erlbaum (1985)
- [Holland 1986] Holland J. *Escaping Brittleness: The possibilities of General-Purpose Learning Algorithms Applied to Parallel Rule-Based Systems*. Machine Learning, an artificial intelligence approach. Volume II. Morgan Kaufmann (1986)
- [Howard 1960] Howard R.A. *Dynamic Programming and Markov Processes*. The MIT Press, Cambridge, MA (1960)
- [Hutala 1999] Hutala Y. Karkkainen J Toivonen H. *Mining for Similarities in Aligned Time Series Using Wavelets*, en *Data Mining and Knowledge Discovery: Thoery Tools and Tecnology*, SPIE Proceedings Series Vol 3695, Orlando (1999)
- [Jain 1998] Jain A. K. Dubes R. C. *Algorithms for Clustering Data* (1988)
- [Jain 2000] Jain A. K. *Statistical Pattern Recognition: A Review* (2000)
- [Jouffe 1997] Jouffe L. *Fuzzy Inference Systems Learning by Reinforcement Methods: Application to a Pig House Atmosphere Control*, Ph.D. thesis, University of Rennes (1997).

- [Kaelbling 1996] Kaelbling L.P. , Littman M. *Reinforcement Learning: A Survey*. Journal of Artificial Intelligence Research (1996)
- [Keogh 2000] Keogh E. Chakrabarti K. Passani M. Mehrotra S. *Dimensionality Reduction for Fast Similarity Search in Large Time Series Databases*. Journal of the American Statistical Association (1995)
- [Klir 1989] Klir G.J. Folger T.A. *Fuzzy Stes, Uncertainty and Information*, Prentice Hall (1989)
- [Kosko 1992] Kosko B. *Neural Networks and Fuzzy Systems* (1992)
- [Kovacs 1997] Kovacs, T. *XCS Classifier System Reliably Evolves Accurate, Complete, and Minimal Representations for Boolean Functions*. Soft Computing in Engineering Design and Manufacturing (WSC2). Springer-Verlag, London (1997).
- [Lanzi 1997] Lanzi P. L. *A Study of the Generalization Capabilities of XCS*. Proceedings of the Seventh International International Conference on Genetic Algorithms, Morgan Kaufmann, San Francisco, CA (1997)
- [Lanzi 1999a]] Lanzi P. L., Colombetti M. *An Extension to the XCS Classifier System for Stochastic Environments*. Proceedings of the 1999 Genetic and Evolutionary Conference (GECCO-99), W Banzhaf (1999)
- [Lanzi 1999b]] Lanzi P. L., Perrucci A. *Extending the Representation of Classifier Conditions, part II : from messy coding to s-expressions*. GECCO-99 (1999)
- [Lanzi 2000] Lanzi P. L. *Learning Classifier Systems from a Reinforcement Learning Perspective*. Technical Report N.00-03 Dipartimento di Elettronica e Informazione, Politecnico di Milano (2000).
- [Lee 1990] Lee C. C. *Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller* (1990)
- [Li 1994] Li E. *Artificial Neural Networks and their Business Applications*. Information and Management 27 (1994).
- [Lin 1992] Lin L. *Programming robots using reinforcement learning and teaching*. Proceedings of Ninth national Conference on Artificial Intelligence (1991)
- [Lofti 1996] Lofti A. Andersen H. C. Tsoi A. C. *Interpretation Preservation of Adaptive Fuzzy Inference Systems* (1996)
- [Mamdani 1974] Mamdani E.H. *Applications of Fuzzy Algorithms for Control a Simple Dynamic Plant*, Proceedings of the IEE 121 (12) (1974)

Bibliografía

- [Mandelbrot 1983] Mandelbrot B. *The Fractal Geometry of Nature*. New York: W.H. Freeman and Company (1983)
- [Margarita 1992] Margarita S. *Genetic Neural Networks for Financial Markets: Some Results*. ECAI'92, Vienna, Austria (1992)
- [Mendelsohn 1993] Mendelsohn L. *Preprocessing data for neural networks* Stocks & Commodities, Septiembre (1993)
- [Michalewicz 1996] Michalewicz Z. *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York (1996)
- [Michalski 1983] Michalski R. S. Carbonell J. G. Mitchell T. M. *A Theory and Methodology of Inductive Learning* (1983)
- [Mitchell 1997] Mitchell, T. M. *Machine Learning*. Boston, MA WCB/McGraw Hill (1997)
- [Murphy 1986] Murphy J. *Technical Analysis of the Futures Markets* (1986)
- [Parodi 1993] Parodi A., Bonelli P. *A new approach to fuzzy classifier systems*. En Proc. Fifth International Conference on Genetic Algorithms (IGCA'93) pp. 223-230. Morgan Kaufmann (1993)
- [Pedrycz 1996] Pedrycz W. *Fuzzy Modeling: Paradigms and Practice* (1996)
- [Pendrith 1996] Pendrith M. Ryan M. *C-Trace: A new algorithm for reinforcement learning of robotic control*. School of Computer Science and Engineering. The University of New South Wales (1996)
- [Peters 1994] Peters E. *Fractal Market Analysis. Applying Chaos Theory to Investment and Economics*. J. Wiley & Sons, Inc., New York, NY (1994)
- [Pring 1991] Pring M. *Technical Analysis Explained* (1991)
- [Puterman 1994] Puterman M.L. *Markov Decision Processes-Discrete Stochastic Programming*. J. Wiley & Sons, Inc., New York, NY (1994)
- [Schmidhuber 1991] Schmidhuber J.H. *Reinforcement learning in Markovian and non-Markovian environments*. Advances in Neural Information Processing Systems 3, páginas 500-506, San Mateo, CA, Morgan Kauffman (1991)

Bibliografia

- [Schulenburg 2000] Schulenburg S. Ross P. *Modelling the Behaviour of Financial Traders*. Complex Behaviour in Economics: Modelling, Computing, and Mastering Complexity, conference of the Society for Computational Economics. Special Interest Group on Economic Dynamics. Aix en Provence (Marseilles), France (2000)
- [Schulenburg 2001] Schulenburg S. Ross P. *Stength and Money: An LCS Approach to Increasing Returns* (2001)
- [Schwager 1995] Schwager D. *A Study Guide for Fundamental Analysis* Wiley, John & Sons (1995)
- [Smith 1980] Smith S.F. *A Learning System Based on Genetic Adaptive Algorithms*. Doctoral Dissertation, Department of Computer Science, University of Pittsburgh, PA (1980)
- [Sugeno 1988] Sugeno M. Kang G.T. *Strucuture Identification of Fuzzy Model*, Fuzzy Sets and Systems 28 (1988)
- [Sugeno 1993] Sugeno M., Yasukawa T. *A Fuzzy-Logic-Based Approach to Qualitative Modeling* (1993)
- [Sutton 1998a] Sutton R. S. , Barto A. G. *Reinforcement Learning – An Introduction*. MIT Press (1998)
- [Sutton 1998b] Sutton R. S. *Rlearning to predict by the method of temporal differences*. Machine Learning 3(1):9-44 (1998)
- [Tanigawa 1992] Tanigawa T. Kamijo K. *Stock Price Pattern Matching System: Dynamic Programming Neural Network Approach*. IJCNN'92 Vol. 2 Baltimore, Maryland (1992)
- [Tesauro1994] Tesauro G. *TD-Gammon, a self-teaching backgammon program. Achieves master-level play*. Neural Computation, 6(2):215-219, (1994)
- [Tesauro1999] Tesauro G. *Pricing in agent economies using neural networks and multi-agent Q-learning* Proceedings of Workshop ABS-3: Learning About, From and With other Agents (held in conjunction with IJCAI '99), Stockholm (1999)
- [Thrun 1992] Thrun S. *The role of exploration in learning control*. Handbook of Intelligent Control: Neural, Fuzzy, and Adaptive Approaches. Van Nostrand Reinhold, New York, NY (1992)
- [Thrun 1993] Thrun S. Schwartz A. *Issues in Using Function Approximation for Reinforcement Learning*. Proceeedings of the Fourth Connectionist Models Summer School. Lawrence Erlbaum Publisher, Hillsdale, NJ (1993)

Bibliografía

- [Velasco 1998] Velasco J. *Genetic-based on-line learning for fuzzy process control*. International Journal of Intelligent Systems 13.
- [Villar 1994] Villar P. Cordon O. Herrera F, *Analysis and Guidelines to Obtain a Good Uniform Fuzzy Partition Granularity for Fuzzy Rule-Based Systems Using Simulated Annealing* (1994)
- [Wang 1992] Wang L. X *Fuzzy Systems are Universal Approximators* (1992)
- [Wang 1994] Wang L. X. *Adaptive Fuzzy Systems and Control* (1994)
- [Watkins 1989] Watkins C.J.C.H. *Learning from Delayed Reward*. PhD Thesis, Cambridge University, Cambridge, England (1989)
- [Watkins 1992] Watkins C.J.C.H, Dayan P. *Q-learning*. *Machine Learning*, 8(3):279-292 (1992)
- [Wilson 1995a] Wilson S. W. *ZCS: a zeroth order classifier system*. *Evolutionary Computation*, 2, 1-18 (1994).
- [Wilson 1995] Wilson S. W. *Classifier Fitness Based on Accuracy*. *Evolutionary Computation*. Vol. 3, No 2. (1995).
- [Wilson 1998] Wilson S. W. *Generalization in the XCS Classifier*, en *Proceedings of the Third Annual Genetic Programming Conference*, J.Koza et al (eds), San Francisco, CA: Morgan Kauffmann (1998)
- [Wilson 1999] Wilson S. W. *State of XCS Classifier System Research*. *Second International Workshop on Learning Classifier Systems (IWLCS-99)* (1999)
- [Wilson 2000a] Wilson S. W. Butz M. *An Algorithmic Description of XCS* IlliGAL report 2000017 (2000).
- [Wilson 2000b] Wilson S. W. *Get Real! XCS with Continuous-Valued Inputs*. *Learning Classifier Systems: From Foundations to Applications*, volume 1813 of LNAI. Springer-Verlag, Berlin (2000)
- [Wilson 2001a] Wilson S. W. *Mining Oblique Data with XCS* *Proceedings of International Workshop on learning Classifier Systems* (2001)
- [Wilson 2001b] Wilson S. W. *Function Approximation with a Classifier System*. *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO-2001)*, L. Spector et al, eds. Morgan Kaufmann, San Francisco, CA, pp. 974-981 (2001).

Bibliografía

- [Wilson 2001c] Wilson S. *Compact Rulesets from XCSI*. Fourth International Workshop on Learning Classifier Systems (IWLCS-2001), San Francisco, CA, July 7, 2001.(2001)
- [Wright 1991] Wright A.H. *Genethic Algorithms for Real Parameter Optimization* (1991)
- [Yao 1999] Yao J. Tan C. Poh H. *Neural Networks For Technical Analysis: A Study On KLCI* International Journal of Theoretical and Applied Finance c World Scientific Publishing Company and Imperial College Press.
- [Zadeh 1965] Zadeh L. A. *Fuzzy Sets. Information and Control* (1965)
- [Zadeh 1973] Zadeh L. A. *Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes* (1973)
- [Zadeh 1975] Zadeh L. A. *The Concept of Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning* (1975)
- [Zwir 2000] Zwir J. S. I. *Sistemas Jerárquicos de Reglas Difusas y sus Metodologías de Aprendizaje Asociadas*, Tesis Doctoral (2000)